

利用知識基模在智慧型代理人上建構問題解決系統

Intelligent Agent Construction for Problem Solving with Knowledge Schemas

鄭昆發 Cheng, K.F.

中原大學資訊工程學系

(03)4563171 Ext.4725

kunfamr@mcs1.ice.cycu.edu.tw

郭立平 Kuo, Rita

中原大學資訊工程學系

(03)4563171 Ext.4758

rita@mcs1.ice.cycu.edu.tw

楊坤原 Yang, K.Y.

中原大學教育學程組

(03)4563171 Ext.6813

kunyuan@cycu.edu.tw

賀嘉生 Heh, J.S.

中原大學資訊工程學系

(03)4563171 Ext.4719

jsheh@ice.cycu.edu.tw

摘要

本論文的主要目的，在於如何在電腦上建立一個完整的問題解決步驟，來協助學生在電腦上學習知識，並將其應用於電腦輔助教學系統中的智慧型代理人。在智慧型代理人方面，先針對智慧型代理人的系統架構加以設計，以符合問題解決系統，並對其中的問題解決步驟與知識庫加以分析。問題解決步驟方法，本論文依據知識基模提出了問題解決四步驟，針對每一步驟的系統流程詳細提出，並將每個問題解決步驟所產生的知識基模，分別設計與解釋。後面會以一個物理解題的例子，完整地執行整個問題解決步驟，進行解題。

關鍵字：問題解決、智慧型代理人、知識架構、知識基模

Abstract

This paper proposes a problem-solving system in CAI by using intelligent agent for students to gain knowledge. First, the design of the intelligent agent is composed of both problem-solving steps and knowledge base. The knowledge structure of the knowledge base includes concept hierarchy and concept schema. From the knowledge schemas of problem identification, problem elaboration, problem planning, and problem execution, [Mar93] the processes of four corresponding problem-solving steps were analyzed and constructed as problem modules. Finally, a demo system of high-school physics was established in a WWW platform to present the whole idea.

Keyword: problem solving, intelligent agent, knowledge structure, and knowledge schema

一、簡介

電腦發明後，對整個世界產生了巨大的革命，因為電腦具有廣大儲存及處理資料的能力，能加快許多原本由人處理的事情，隨著電腦的速度愈來愈快，對電腦的應用也愈趨多元。在教育上，利用電腦系統將已放入程式系統中的課程傳送給學生，並讓電腦與學生互動，這樣的電腦系統我們就稱之為「電腦輔助教學（CAI, Computer-Assisted Instruction）」[HMR82]。在電腦輔助教學系統中，老師可以此系統為中介角色，間接的記錄下老師的知識，進而嘗試以老師的知識來教導學生；相同地，我們也可利用電腦輔助教學系統來協助學生學習，包含了多媒體的教材、互動式的介面等，也可以透過電腦輔助教學系統了解學生的行為，進一步了解學生在學習上的迷思與盲點。

另一方面，問題解決（Problem Solving）也是現在希望能利用電腦解決的一項工作。問題之所以存在，是當某人有一個目標，卻尚未找出用來達成目標的方法時，便會產生問題[GYY93]。一般定義問題的訊息處理架構，是由三種狀態所構成的：目標（goal）或目的狀態（end state）、開始狀態（starting state）和中間狀態（intermediate states）[Rich92]。如何利用電腦從開始狀態，將問題解決至目的狀態，則是現今在電腦應用上的一大目標；另一方面，如何在電腦輔助教學上，設計問題解決的學習環境與教學策略，亦是科學教育上的一項任務。

而本論文的目的，則是討論如何設計一個完整的問題解決步驟，來協助學生在電腦上學習知識。在第二節中，提到了與問題解決有關的電腦輔助教學系統與相關的問題解決步驟，並提到了以智慧型代理人呈現的問題解決電腦輔助教學系統；第三節則針對智慧型代理人的系統架構加以設計，並對其中的問題解決步驟與知識庫加以分析；而問題解決中每個步驟的系統流程，將在第四節中詳細提出，並將每個問題解決步驟所產生的知識基模，分別設計與解釋；第五節時，本論文實作出一解題精靈，並用一個例子，完整地執行整個問題解決步驟，進行解題；最後，在第六節提出本論文的貢獻，並提出未來的工作。

二、在電腦輔助教學中的問題解決

在電腦輔助教學系統上，有許多研究是針對問題解決而做，包含了如何將一般問題放到電腦上進行問題解決活動[May92]，如何在電腦上建構一個問題解決的環境[BIFe97][Bah98]等；在設計整個問題解決系統前，需找出所需要的問題解決方法。問題解決是指一個個體要如何能辨識和應用其知識和技能，才能成功地達成目標[Gag85]，而在教學上如何讓學生具有問題解決的能力，是一個很重要的課題。問題解決的方法包含了1986年針對科學知識的問題解決七步驟[AUP86]，由Polya針對數學解題所提出的四個步驟：了解問題、想出計畫、執行計畫、回顧[Pol65]，或是Schoenfeld對大學生數學解題提出的捷思法[Sch79]，而另一種解題的方法則是使用基模（Schema）。

基模是記憶的載器（vehicle）[Mar95]，本論文依據解題時會建立的四個知識基模發展解題步驟[Mar95]，而這四個知識基模為：

知識基模	說明
識別知識	Identification Knowledge，是問題解決的第一步，也就是看到問題後，了解問題是什麼，能夠找出解題的知識範疇。
細緻化知識	Elaboration Knowledge，了解問題的知識範疇後，要將解題所要的知識找出來，包含了這個問題的相關概念、概念與概念之間的關係、問題的特徵等。

計劃知識	Planning Knowledge，利用細緻化的知識，找出適當的解題方法或解題工具，並規劃如何使用這些方法與工具。
執行知識	Execution Knowledge，使用解題方法或解題工具，執行出結果。

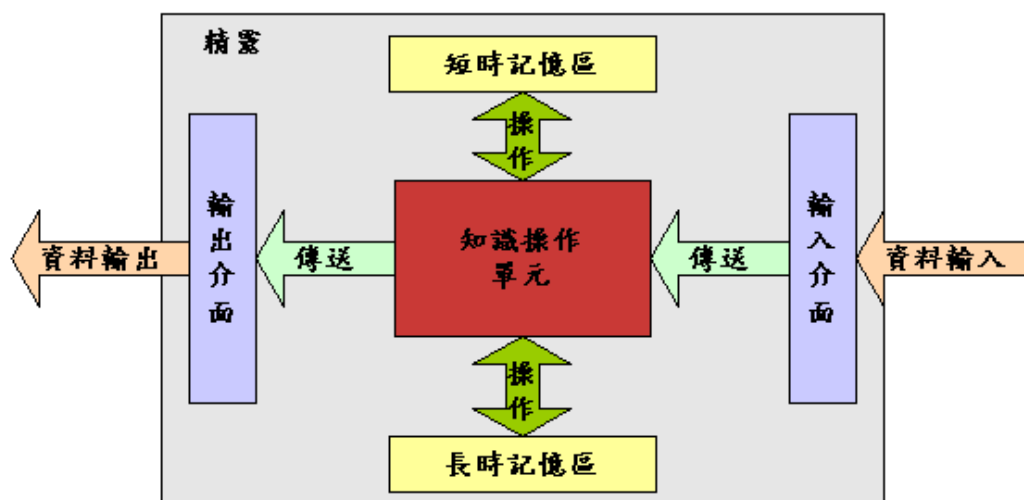
表一 知識基模

利用這四種基模表示問題解決的四個步驟：問題識別、問題細緻化、解題規劃與解題執行，來進行問題解決，並加入電腦輔助教學中。

在電腦輔助教學中，其中一種是使用「智慧型代理人 (Intelligent Agent)」，也就是利用具有智慧的程式能依據不同的情況來協助老師或學生管理或學習。在現今的電腦輔教學上，有些系統利用智慧型代理人來協助管理系統檔案[ShKu00]，通知線上測驗成績[OTK00]、記錄學生操作行為[HHCH99]、協助與指導學生使用網路實驗等[CKH01][KCH01]。在問題解決 (Problem Solving) 方面，也有一些系統是利用智慧型代理人來診斷學生解題結果[CCH99][CCLH00][Heh99]。而本論文的目的就是建立一個問題解決系統，並將該系統放置於智慧型代理人內，以協助學生進行問題解決步驟。

三、問題解決型智慧型代理人

在進行問題解決前，需先針對問題解決的功能，建立出智慧型代理人的架構圖。在下圖中，Agent 可以將資料透過「輸入介面 (Input Interface)」將外部的資訊輸入，如：教材、問題等，這些資訊將會送到「知識操作單元 (Knowledge Manipulation Unit)」轉化處理並存入「短時記憶區 (Short-term Memory, STM)」中。根據不同的資訊，知識操作單元會作不同的處理，在問題解決上，知識操作單元會根據已儲存在短時記憶區的資訊，從「長時記憶區 (Long-term Memory, LTM)」中，找到相關的概念知識，加入短時記憶區的內容，形成知識基模。最後，將解決出來的問題答案，透過「輸出介面 (Output Interface)」傳回給使用者，得到知識。



圖一 智慧型代理人架構圖

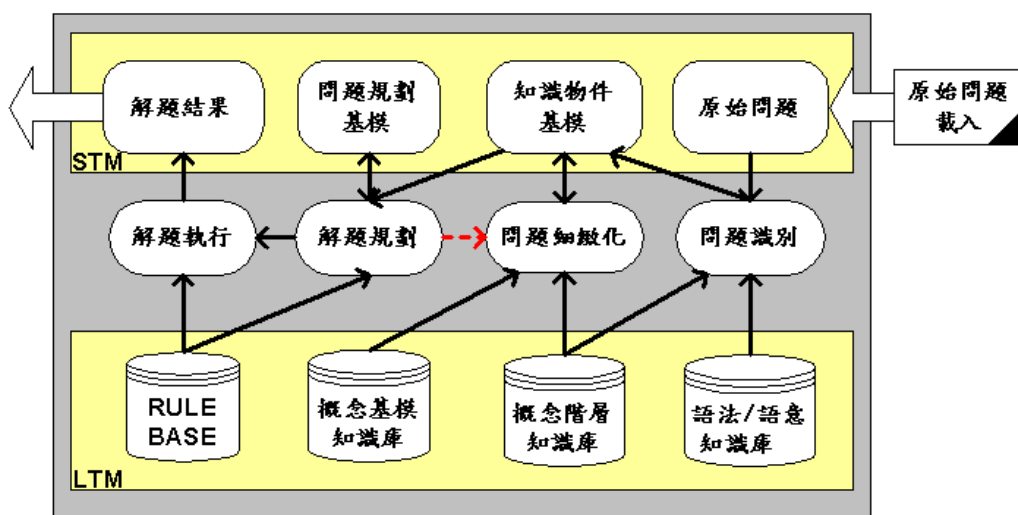
在智慧型代理人的架構裡，其中有一項可決定代理人是否有智慧，那就是位於長時記憶區的的知識庫 (Knowledge Base)。為了讓代理人的知識表示法與人類相近，首先在設計知識庫時要考慮的是在知識庫中概念與概念的關係，這裡，我們考慮使用概念圖 (Concept Map)。

Tolman 在 1948 提出認知圖 (Cognitive Map) 之後，認知圖逐漸發展成概念圖，之後概念圖逐漸發展成三種形式：蜘蛛網構圖 (Spider Map)、鎖鍊構圖 (Chain Map)、與階層構圖 (Hierarchy Map) [JPOC87]，可以根據不同的知識型態，選擇不同型的概念圖。

概念圖有時仍有不足，所以本論文亦考慮了在認知心理學上常使用的基模來建構知識。基模是結合心像、線性規則及命題的一種知識表示法，可以呈現的包含了自然範疇 (natural categories)、事件 (events) 等[GY93]。為了應用在電腦輔助教學，本論文所設計的基模則包含了每一個概念的相關屬性，如：『物理量』這個概念具有「符號」、「單位」等屬性，則可建立一個『物理量』的概念基模，內容儲存著「符號」與「單位」兩個屬性。利用了概念圖與基模的概念，在長期記憶區中，存放繼承階層式概念圖想法的「概念階層知識庫 (Concept Hierarchy Knowledge Base)」與繼承基模概念的「概念基模知識庫 (Concept Schema Knowledge Base)」。

而在知識操作單元這一部分，本篇論文則根據之前所提到的解題四個步驟：問題識別、問題細緻化、解題規劃、解題執行來設計。問題載入後，原始問題將會存放在短時記憶區內，透過「問題識別 (Problem Identifier)」元件與「概念階層知識庫」的查詢處理，建立「知識物件基模 (Knowledge Object Schema)」，但考慮到自然語言與電腦語言的不同，在長期記憶區中，再加入了「語法/語意知識庫」，協助進行問題識別。經過問題識別元件所產生的知識物件基模可能仍不充足，再通過「問題細緻化 (Problem Elaborator)」元件，在「概念階層知識庫」與「概念基模知識庫」找尋相關知識，讓資料有足夠的完整程度，足以提供「解題規劃 (Problem Solving Planner)」元件產生有效解題規劃。解題規劃元件在取得知識物件基模之後，會透過 rule base 找出最佳的解題策略，但是當知識物件基模有所欠缺的時候，會請求問題細緻化元件再對資料做細緻化處理直到足以產生最佳的知識物件基模，提供給解題規劃元件建立「問題規劃基模 (Problem Planning Schema)」。

最後，「解題執行 (Problem Solving Executor)」元件會依照 rule base 將解題策略步驟一一的執行，取得解題結果。



圖二 問題解決架構圖

四、問題解決四步驟

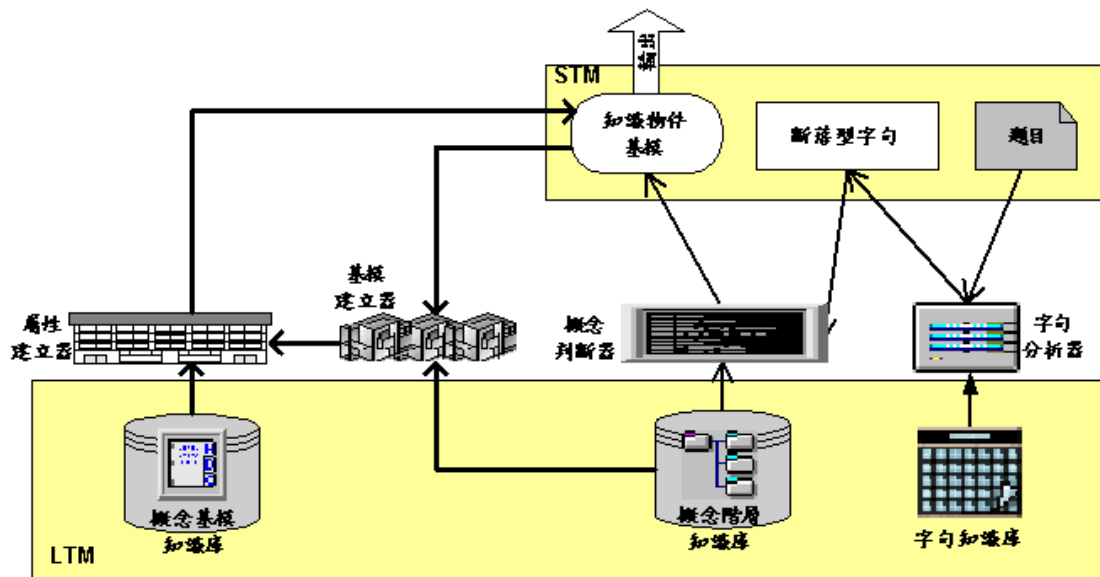
前一節，本論文提出了智慧型代理人與問題解決的架構圖，而在問題解決的架構圖中的每一個知識操作元件該如何製作？這個問題將在這一節中解答。在解題的過程中，第一步我

們必須針對問題作識別，先透過一定的語法規則找出題目的知識架構。先前也有許多研究是關於語法型的知識架構[Pre76][Cli81]，本論文則是根據 Dansereau 所提出的六種語句關係 [Dan78]，並以物理學科為例，建立了以下幾種語法規則：

句型	範例
[物體]<作>[物理現象]	[傘兵甲]<作>[自由落體]
[物理量]<為>[值]	[位移]<為>[29m]
<然後>[事件]	<然後>[傘張開]
<當>[事件/物理現象]<時>	<當>[傘著地]<時>
<求>[物體]<的>[物理量]	<求>[汽車]<的>[位移]
<求>[物體]<的>[物理量]<之>[條件]	<求>[傘兵甲]<的>[時間]<之>[總和]

表二 語法規則

概據這些語法規則，如下圖三，透過「字句分析器 (Language Analyzer)」，在字句知識庫裡頭搜尋出對應的語法規則，可以幫助我們對題目作初步的識別，建立斷落型字句。在形成斷落型字句後，透過概念階層知識庫，並且利用「概念判斷器 (Concept Determiner)」找出題目上顯而易見的關鍵字或概念詞，從而對此題目的範圍作一個初步的設定，建立知識物件基模。



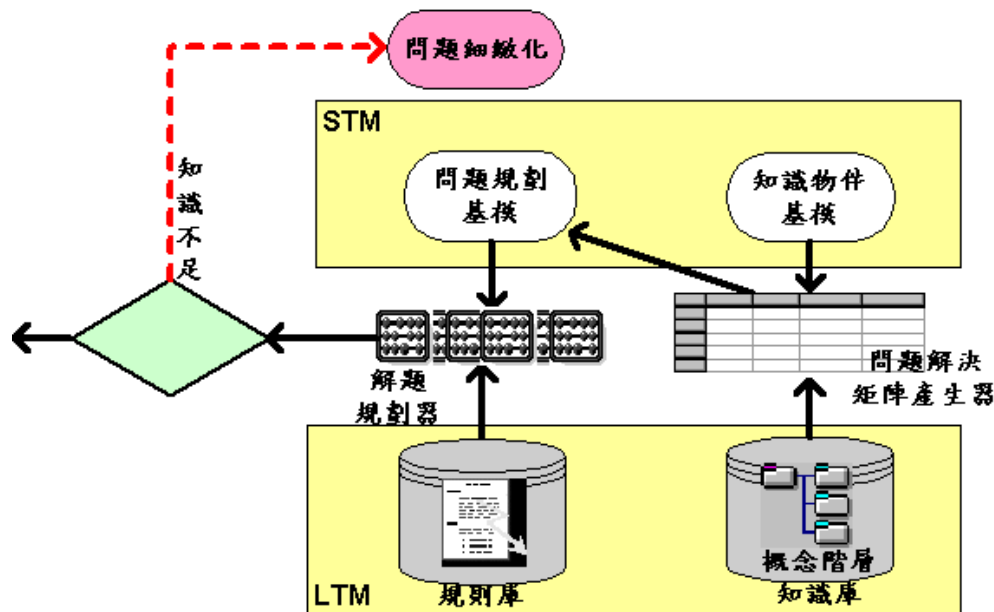
圖三 問題識別與細緻化問題

到了這個步驟，知識物件基模尚不能夠解題，因為在題目中所闡述的概念、變數及已給定的相關數值未必充分。因此，後面我們再利用「基模建立器 (Schema Constructor)」，從長時記憶區中的概念階層知識庫建立原知識物件的概念階層架構、概念與概念之間的從屬關係等，並透過「屬性建立器 (Attribute Constructor)」，由概念基模知識庫中找出解題基模中所缺乏的知識，將產生如下圖的知識物件基模。

等加速度運動	數量	時間
	數量	位移
	數量	速度
	數量	加速度
	定律	等加速度運動速度-加速度公式
	定律	等加速度運動位移-加速度公式
	定律	等加速度運動位移-速度公式
	條件	加速度.末值=加速度.初值

圖四 知識物件基模

知識物件基模會傳送到解題規劃單元（如圖五）作解題規劃，也就是要尋找解題策略。本論文使用卡諾圖（Karnaugh map）協助建立解題順序，也就是解題策略，這種解題方式，會由「問題解決矩陣產生器（Problem Solving Matrix Creator）」產生問題規劃基模，再送到解題規劃器進行解題規劃，包含了使用卡諾圖找出解題順序，與其它解題條件的加入。最後，判斷現在的問題規劃基模是否足以解題，若不足，則再送回至問題細緻化單元，再進行一次問題細緻動作；若條件已滿足，則送至解題執行單元，進行解題。



圖五 解題規劃

前面所提到的問題規劃基模，與卡諾圖有很大的關係。利用問題解決矩陣產生器，產生如下圖六的問題規劃基模（以物理學運動學為例），透過先前的知識物件基模，將解題所需的目標、公式、已知變數值、未知變數轉存成為矩陣型態的問題規劃基模。在取得問題規劃基模之後，我們將所有的變數初、末值與公式分別轉存成為行列型態，並使用卡諾圖原理來解題。將先前轉換出來的矩陣型態資料開始逐一比對，簡言之，將物件中的每一條公式與物件中所有的變數初、末值比對，只要在公式中有使用到的變數值，在相對應的行列上標計，找出解題順序。

單位 符號 公式	0?	0	44.1	0?
	初值	末值	初值	末值
	時間	位移	速度	
$v, \text{末值} = v, \text{初值} + a * (t, \text{末值} - t, \text{初值})$				
$d, \text{末值} = d, \text{初值} + v, \text{初值} * (t, \text{末值} - t, \text{初值}) + 0.5 * a * (t, \text{末值} - t, \text{初值})^2$				
$v, \text{末值}^2 = v, \text{初值}^2 + 2 * a * (d, \text{末值} - d, \text{初值})$				
加速度, 末值 = 加速度, 初值				

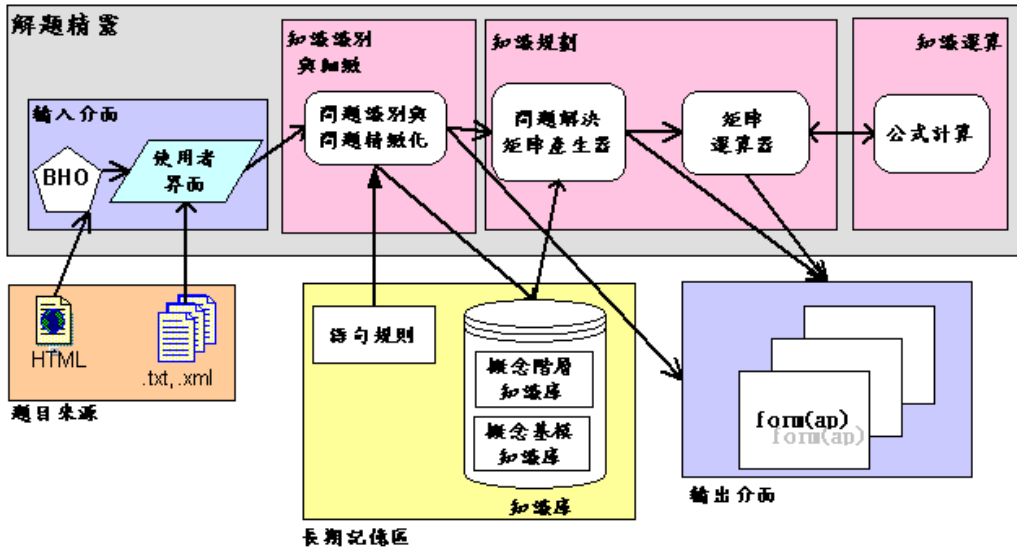
問題規劃

單位 符號 公式	0?	0	44.1	0?
	初值	末值	初值	末值
	時間	位移	速度	
$v, \text{末值} = v, \text{初值} + a * (t, \text{末值} - t, \text{初值})$	f	f		f
$d, \text{末值} = d, \text{初值} + v, \text{初值} * (t, \text{末值} - t, \text{初值}) + 0.5 * a * (t, \text{末值} - t, \text{初值})^2$	f	f	f	f
$v, \text{末值}^2 = v, \text{初值}^2 + 2 * a * (d, \text{末值} - d, \text{初值})$			f	f
加速度, 末值 = 加速度, 初值				

圖六 問題解決基模與問題規劃

五、解題精靈

根據前面的分析與設計，在本論文裡建立了一個解題精靈（Problem Solving Agent），這個精靈可以從網路上透過 BHO 取得我們的題目，或是讓系統讀取指定位置的文字檔或網頁檔，這是解題的第一步。第二步則是對問題做知識識別與細緻，建立知識物件基模。當找到並且產生了題目的知識物件基模之後，試著找出解題目標與策略，也就是解題物件基模，而這樣的一個過程，稱之為知識規劃。隨著解題物件基模產生之後，找出解題的目標與策略，執行、運算獲得最終結果，為知識運算。



圖七 解題精靈系統架構圖

我們舉一個簡單的例子來看：

傘兵甲作自由落體，位移為 44.1m；然後傘張開，傘兵甲作等加速度運動，加速度為 -2.0m/s^2 ；當傘著地時，速度為 2.0m/s ；求傘兵甲的時間之總和在「知識識別」的步驟中，找出『傘兵甲』是一個『物體』，『自由落體』是物體『傘兵甲』在進行的『物理現象』。因此，整個題目都被分解成：

[傘兵甲]<作>[自由落體]，[位移]<為>[44.1m]；<然後>[傘張開]，[傘兵甲]<作>[等加速度運動]，[加速度]<為>[-2.0m/s²]；<當>[傘著地]<時>，[速度]<

為 $>[2.0\text{m/s}]$; $<\text{求}>[\text{傘兵甲}]<\text{的}>[\text{時間}]<\text{之}>[\text{總和}]$

;

透過知識庫中的概念階層架構，在短暫記憶區中建立出對此題的知識物件。而這些知識物件並不完整，所以再進行知識精緻化的動作，從概念基模知識庫中找出概念相關屬性，隨後建立我們解題所需的知識物件基模。

物理現象::自由落體::自由落體 A	物理量::時間::時間 A1,物理量::位移::位移 A2,物理量::速度::速度 A3,物理量::重力加速度::重力加速度 A4,公式
	物理量:時間 A1(單位:s,數值:?,初值:?,末值:?) 物理量:位移 A2(單位:m,數值:?,初值:?,末值:44.1) 物理量:速度 A3(單位:m/s,數值:?,初值:?,末值:?) 物理量:加速度 A4(單位:m/s ² ,數值:?,初值:?,末值:9.8)
物理現象::等加速度運動::等加速度運動 B	物理量::時間::時間 B1,物理量::位移::位移 B2,物理量::速度::速度 B3,物理量::加速度::加速度 B4,公式
	物理量:時間 B1(單位:s,數值:?,初值:?,末值:?) 物理量:位移 B2(單位:m,數值:?,初值:?,末值:?) 物理量:速度 B3(單位:m/s,數值:?,初值:?,末值:2.0) 物理量:加速度 B4(單位:m/s ² ,數值:?,初值:?,末值:-2.0)
解題目標	總和(物理量:時間 A1.數值,物理量:時間 B1.數值)

圖八 知識物件基模範例

之後，我們將知識物件基模交給知識規劃區做解題規劃，建立出解題物件基模，並利用該解題物件基模，找出解題順序。

	自由落體								等加速度運動							
	0	?	0	44	0	?	9.8	9.8	A1.末值	?	A2.末值	?	A3.末值	2	-2	-2
	初值	末值	初值	末值	初值	末值	初值	末值	初值	末值	初值	末值	初值	末值	初值	末值
	時間 A1		位移 A2		速度 A3		重力加速度 A4		時間 B1		位移 B2		速度 B3		加速度 B4	
$v.末值=v.初值+a*(t.末值-t.初值)$	1	1			1	1	1									
$d.末值=d.初值+v.初值*(t.末值-t.初值)+0.5*a*(t.末值-t.初值)^2$	1	1	1	1	1		1									
$v.末值^2=v.初值^2+2*a*(d.末值-d.初值)$			1	1	1	1	1									
$v.末值=v.初值+a*(t.末值-t.初值)$								1	1			1	1	1		1
$d.末值=d.初值+v.初值*(t.末值-t.初值)+0.5*a*(t.末值-t.初值)^2$								1	1	1	1	1		1		1
$v.末值^2=v.初值^2+2*a*(d.末值-d.初值)$										1	1	1	1	1		

圖九 解題規劃基模範例

由上圖得知解題順序為

第一步	解自由落體時間.末值	用 $t=v_0*(t-t_0)+0.5*a*(t-t_0)^2$ 公式
第二步	解自由落體速度.末值	用 $v=v_0+a*(t-t_0)$
第三步	解等速度.末值	用 $v=v_0+a*(t-t_0)$

最後求得解

第一步	已知的值： $v_0=0;t_0=0;a=9.8$	結果：時間末值=10
第二步	已知的值： $v_0=0;a=9.8;t_0=10$	結果：速度末值=10
第三步	已知的值： $v=2;v_0=10;a=-2;t_0=10$	結果：等速度末值=10

再送出至輸出介面，輸出解答。

六、結論

本論文是希望建立一個問題解決系統，並將該系統利用智慧型代理人來呈現。本論文先提到智慧型代理人的系統架構，並針對智慧型代理人的大腦——知識庫——的知識內容加以分析，而另一個重點——問題解決系統——也根據解題步驟的每一步加以分析，並設計了中間過渡基模：知識物件基模與問題規劃基模，進行解題。

但是在問題解決系統的問題識別步驟中，本論文所定義的語法規則仍是有限，尚無法處理自然語言形式的問題；另一方面，在解題規劃步驟的部分，有許多解題規劃是由經驗而來的，如何存儲這方面的知識，使得解題規劃更為完整也是一大問題。本論文的未來目標，除了解決上述問題外，亦會針對知識庫的設計，更加詳細的規劃，建立更完整的問題解決步驟。

參考文獻

- [AUP86] Assessment of Performance Unit(APU), (1986) *Science in school*. Age 15. Report No. 4 DES, England
- [Bah98] Julie Baher, (1998) "How Articulate Virtual Labs can Help in Thermodynamics Education: A Multiple Case Study," *Frontiers in Education Conference, 1998. FIE '98. 28th Annual*, Volume: 2, pp. 663–668 vol.2
- [BlFe97] William H. Blackmon, Steven J. Fenves, (1997) "An Environment for Modeling Structural Analysis Problem Strategies," *Frontiers in Education Conference, 1997. 27th Annual Conference. Teaching and Learning in an Era of Change. Proceedings.*, Volume: 3, 1997, pp. 1338–1342 vol.3
- [CCH99] Janie Chang, Maiga Chang and Jia-Sheng Heh (1999), "Applying the Evaluation Model of Problem Solving to Agent-based Instructional System," *Proceedings of the 7th International Conference on Computers in Education*, Chiba, Japan, 1999, pp. 141-148
- [CCLH00] Janie Chang, Maiga Chang, Jeng-Lun Lin and Jia-Sheng Heh (2000), "Implements a Diagnostic Intelligent Agent for Problem Solving in Instructional Systems," *Proceedings of the First IEEE International Workshop on Advanced Learning Technologies*, 2000, Palmerston North, New Zealand, pp.29-30, Dec. 4-6, 2000
- [CKH01] Maiga Chang, Rita Kuo and Jia-Sheng Heh (2001), "Applying Navigation Mechanism to Virtual Experiment Environment on WWW with XML-style Teaching Materials," *World Conference on Educational Multimedia, Hypermedia & Telecommunications (ED-Media 2001)*, Tampere, Finland, Jun. 25-30, 2001 (accepted)
- [Cli81] Clifford, M. (1981). "Ed Syke: The frame game." Supplement to *Practicing educational psychology*. New York: Houghton Mifflin.
- [Dan78] Dansereau, D.F. (1978). The development of a learning strategies curriculum. In H. F. O'Neil, Jr., (Ed.), *Learning strategies*. New York: Academic Press.
- [Gag85] E. D. Gagné, (1985), *The cognitive psychology of learning*, Boston, MA: Little, Brown & Company, 1985
- [GYY93] E. D. Gagné, Carol Walker Yekovich, Frank R. Yekovich, (1993) *The Cognitive Psychology of Scholl Learning*, New York : HarperCollins College Publishers, 1993
- [HHCH99] Chi-Wei Huang, Chang-Kai Hsu, Maiga Chang and Jia-Sheng Heh (1998), "Designing an Open Architecture of Agent-based Virtual Experiment Environment on WWW," *World Conference on Educational Multimedia, Hypermedia & Telecommunications (ED-Media)*, 1999, Seattle, WA, USA, pp.270-275
- [Heh99] Jia-Sheng Heh (1999), "Evaluation Model of Problem Solving," *Mathematical and Computer Modelling*, Vol.30, 1999, pp.197-211
- [HMR82] Robert Heinich, Michael Molenda, James D. Russel, (1982) *Instructional Media and the New Technologies of Instruction*, Macmillan Publishing Company, 1982
- [JPOC87] B. F. Jones, A. S. Palincsar, D. S. Ogle, E. G. Carr, (Eds.) (1987). Strategic teaching and learning: cognitive instruction in the content areas. Elmhurst, IL: North Central Regional Laboratory and the Association for supervision and Curriculum Development

- [KCH01] Rita Kuo, Maiga Chang and Jia-Sheng Heh (2001), "Applying Interactive Mechanism to Virtual Experiment Environment on WWW with Experiment Action Language," *IEEE First International Conference on Advanced Learning Technologies, (ICALT 2001)*, Madison, Wisconsin, USA, Aug. 6-8, 2001 (accepted)
- [Mar95] Sandra P. Marshall, (1995) *Schemas in Problem Solving*, Cambridge University Press, 1995
- [May92] Richard E. Mayer, (1992) "Teaching for Transfer of Problem –Solving Skills to Computer Programming," *Computer-Based Learning Environments and Problem Solving*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1992, pp. 193 – 206
- [OTK00] A. Okada, H. Tarumi and Y. Kambayashi (2000), "Real-time quiz functions for dynamic group guidance in distance learning systems," *Proceedings of the First International Conference on Web Information Systems Engineering*, 2000, Vol.2, pp.188-195
- [Pol65] G. Polya, (1965) *Mathematical Discovery*, New York: Wiley
- [Pre76] Preece, P.F.W. (1976). Mapping cognitive Structure: A comparison of methods. *Journal of Educational Psychology*, 68, 1-8
- [Rich92] R. E. Richard, *Thinking, Problem Solving, Cognition*, 2nd ed., W. H. Freeman and Company, 1992
- [Sch79] A. H. Schoenfeld, (1979) "Explicit Heuristic Training as a Variable in Problem Solving Performance," *Journal for Research in Mathematics Education*, 10, pp. 173 - 187
- [ShKu00] A. Shimano and H. Kuramae(2000), "Design and construction of educational computer system using self-maintenance system for files and user identification agent," *Proceedings of the 9th IEEE International Workshop on Robot and Human Interactive Communication*, 2000. RO-MAN 2000, pp.23-28