

數常識補救教學活動模組之設計與實施

陳霈韻

楊德清

嘉義縣東石國小

國立嘉義大學數學教育研究所

littlejare2001@yahoo.com.tw

dcyang@mail.ncyu.edu.tw

摘要

許多國家將「數常識」視為21世紀重要之教學主題，亦將數常識教學活動視為發展中小學數學課程之主軸與中心，然研究者在日常之教學經驗中發現學生之數常識能力並沒有隨著其被重視的趨勢而提升，於是運用標準化數常識測驗量表檢視學生之數常識能力，並設計創新之數常識補救教學模組，俱以實施於國小三年級學生。研究結果發現數常識補救教學模組能有效提升學生之數常識能力，故本研究之研究流程能為日後研究者或教學者提供一個數常識之評量與補救教學活動設計和施行之取向。

關鍵詞：數常識、補救教學、活動模組

一、研究動機與目的

許多先進國家如歐、美、澳、日於改革學校數學教育的相關研究報告中，無不特別重視兒童數常識能力之發展，並且強調幫助兒童發展數常識能力的重要性（AEC, 1991; McIntosh, et al., 1997; NCTM, 2000; NRC, 1989）。美國教育研究中心所出版的Everybody Counts(1989)認為：在國小數學教育應以培養學生數常識為主要教學目標。NCTM(2000)所發表的「數學課程之原則與標準」更強調「本標準之重心旨在發展兒童的數常識」。由此國際趨勢可知，數常識不僅是近代數學中的新思潮，更成為各國國民義務教育中的主要目標之一（McIntosh, Reys, & Reys, 1992）。

在國內多次教育改革（82年版新課程、九年一貫課程暫時綱要與正式綱要）的過程中可發現，國小數學教學期望學生於日常生活情境下，能夠運用數學知識去進行邏輯思考與推理，並以彈性的方式尋求合理、有效的答案，進而解決所面臨之問題。這樣的基本目標點出了數常識是學生在真實情境解題時所不可或缺的基礎，然就研究者於平日教學經驗中卻發現大部分學生處理數學問題時，無法對題目作全面性的了解與思考，由於缺乏有意義思考，以至於無法進行有效的連結。因此，老師應著眼於發現、瞭解學生的數常識發展狀況，並適時提出有效的補救教學以提升學生之數常識！

基於上述的研究動機，本研究根據李威進（2004）所開發的數常識測驗量表，檢測國小三年級學生在完成九年一貫課程數學領域第一階段學習（一~三年級）後所具備之數常識能力，並結合訪談深入探究受訪學生的數常識能力。爾後將研究者所設計之數常識補救教學活動模組俱以實施，並在補救教學後進行補救成效之檢驗（後測與訪談），以評估此數常識補救教學活動模組之成效。基於以上所述，本研究目的如下：

（一）探究樣本學生在實施數常識補救教學活動模組後數常識能力之改變。

(二) 探討數常識補救教學活動模組之實施歷程。

二、文獻探討

(一) 數常識的內涵

數常識可以解釋為個人對數字、運算、以及數字和運算所產生之情境的理解，此種理解包含能夠以靈活與彈性的方法發展解題策略，以處理數字、運算以及日常生活中包含數字與運算之相關問題，同時能夠判斷答案的合理性以及是否符合問題情境（楊德清，2002; McIntosh et al., 1992; Reys & Yang, 1998; Sowder, 1992; Yang, 2002）。

(二) 數常識的組成架構

以下歸納國內外學者(楊德清，2002; McIntosh et al., 1997; NCTM, 2000; Sowder, 1992)對於數常識組成架構之立論，並由此建立本研究所賴以為理論根基之數常識架構：

1. 瞭解數與運算的基本意義：在數的基本意義方面，能意義化的瞭解數字系統(整數、分數、小數)所代表的意義以及結構關係，包括數字型態與位值觀念。在運算方面，能認知運算符號對數字的影響。
2. 數與運算的多重表徵：在數字的多重表徵方面，能將數字以不同的方式操作。在運算的多重表徵方面，能瞭解並善用運算中交換律、結合律、分配律等特性，來簡化運算的步驟或發展運算的策略。
3. 數字的分解與合成：能以彈性的方式適當且靈活的變換數字或運算的結構，使得運算得以有效率的方式進行，並能藉由參考點來澄清與簡化問題。
4. 運算結果之合理性的判斷：能彈性運用數字或運算的關係去判斷答案的合理性，並且具備估算能力。
5. 比較數字的相對大小：能以多元的方式比較數字之間的相對大小。

三、研究方法

(一) 研究設計

實行補救教學前，研究者透過標準化數常識測驗量表（前測）瞭解樣本學生數常識能力發展情形，並據此成績分層抽樣選取6名學生進行訪談，期望從量化和質性的角度分析樣本學生在補救教學前之數常識能力。實施數常識補救教學模組於樣本學生後，再次施以數常識測驗量表（後測），並針對前測受訪學生進行後測訪談。研究從前後測的量化資料，探討樣本學生在數常識補救教學活動模組實施後其數常識能力變化的情形；在質性分析方面，藉由受訪學生的答題策略的改變深入探討其數常識能力之改變情形。

(二) 研究樣本

本研究採便利取樣的方式，以某國小三年級學生為對象，樣本學生共17名(男生8名、女生9名)，均接受補救教學實施前前測、補救教學與補救教學實施後後測。而為深入瞭解學生的數常識能力，研究者根據前測成績，從樣本學生高分組（前20%）、中分組（40-60%）、低分組（後20%）各取2名受訪學生來進行數常識前、後測訪談，分析學生在補救教學活動模組實施後數常識能力之變化。

(三) 研究工具（前測、後測）

本研究之研究工具參考李威進(2004)所編製「國小第一階段電腦化數常識測驗」，採用紙筆測驗的方式實施。本量表定義數常識的內涵為：1.瞭解數與運算的基本意義；2.數與運算的多重表徵；3.數字的分解與合成；4.數與運算的多重表徵；5.比較數字的相對大小。本量表題目由上述成份組成，量表內部一致性 α 係數.853，建構信度.805；效度方面，建構效度主要透過因素分析，以考驗數常識的理論架構，並結合學者專家意見，增加了評量的內容效度與專家效度。上述顯示本測驗擁有良好的信、效度！

(四) 設計補救教學活動

本研究補救教學的設計流程，主要是參考杜正治(1993)設計補救教學之流程，加以修正而適合本研究之研究目的。其流程共有三大階段，詳述如下：

1. 分析學生基本能力

任何學科目標的達成，均需一定程度的基本能力，包括注意力、理解力等，所以設計補救教學時，應該將學生的基本能力納入設計補救教學課程時的考量。本研究設計富含活動性的教材來提升學生的注意力，並將樣本學生依照數常識測驗成績進行異質性能力分組，期望學生採互助合作精神，共同完成補救教學欲達成的教學目標。

2. 評量學生數常識能力

補救教學前，需要針對補救教學的內容進行評量，作為設計補救教學之依據。研究者參考與修改李威進(2004)所編制之數常識測驗量表，並彙同學者與有經驗之資深數學教師的意見，根據研究需要對此測驗進行適切的修改與調整，作為本研究補救教學實施前之前測與實施後之後測評量的工具。

3. 擬定課程目標以設計適合受試者能力的教材

(1) 擬定學習目標

本研究採用李威進(2004)所開發的數常識測驗量表，此量表以數常識五個成分為組成架構。本研究根據此五個成分設計補救教學，並在每一個成分下擬定數個學習目標。

(2) 設計補救教學目標

仔細閱讀數常識教學活動相關參考文獻並根據教學經驗、數常識測驗量表試題和衡量小三學生於此階段所應具備能力，針對學習目標建立出相關的補救教學目標，且彙同學者專家與有經驗之數學教師之意見，調整修改出符合學習目標的補救教學目標。

(3) 設計補救教學活動

參閱數常識教學活動設計的相關文獻(吳宛儒, 2006; McIntosh et al., 1997)和融入自我創意，協同專家與教師針對補救教學目標，討論出創新的補救教學活動。

(4) 實作與修訂活動

在預試中，從教學過程中藉著了解學生對於活動的反應，針對學生盲點進行活動的修訂，提升活動的可行性及效用。所以擬定教學目標後設計適合受試者能力的教材是一個循環反覆的歷程，過程中需要不斷修正與考量，並應用此經驗於其它補救教學活動中。

(五) 資料的蒐集、處理與分析

本研究運用數常識紙筆測驗、訪談、教室觀察、文件紀錄及其他輔助工具(如錄影機)來蒐集更多的資料，如此透過各種不同的資料來源和資源，能夠採用每一種資料蒐集的優點，減少任何一個單一方法的缺陷(Patton, 1990; 吳芝儀、李奉儒譯, 1995)，

如此達到資料來源的三角效正，增加資料分析的信度與效度。在資料的處理與分析方面，本研究運用 SPSS 軟體分析前後測量化資料，探討樣本學生在補救教學後數常識能力之改變。同時將教學過程中所錄影的資料轉錄編碼分析，探討補救教學所帶給學生的成長，並將前後測訪談的資料轉譯和編碼，分析學生在補救教學後數常識能力之變化。

四、研究結果

(一) 數常識補救教學活動模組之實施成效

研究者將樣本學生在補救教學前後的數常識測驗成績進行 SPSS 之成對樣本 t 檢定分析，分析結果： t 值=-13.649($p<.01$)，達顯著水準，如表 1 所示：

表 1 教學前後學生數常識紙筆測驗成績 T 檢定摘要表

	平均數	題數	答對率	標準差	標準誤	t 值	相關	顯著性
前測	57.4	25	57%	19.3	4.69	-10.328	.958	.000
後測	80.7	25	81%	11.1	2.68			

$\alpha=.01$

由表 1 可以看出，學生的後測平均分數（80.7 分）較前測平均分數（57.4 分）為優，而 t 值=-10.328， $p=.000<.01$ ，考驗結果達顯著水準，表示學生前後測表現有顯著差異，顯然經過補救教學，學生在數常識測驗量表上的表現已有所進步。

由於補救教學活動模組為針對數常識五大組成成分所設計之活動，於是研究需要探討樣本學生在實施補救教學前後數常識測驗分量表之表現，以便於補救教學實施後去深入探究每一組成成分下之補救教學活動是否能提升學生的數常識能力。下表 2 呈現樣本學生整班在數常識測驗之答題表現：

表 2 樣本學生整班在數常識測驗之答題表現（總量表、分量表）

	分量表之組成成分	題號	正確解題人數		單題答對率		分量表答對率		總量表答對率	
			前測	後測	前測	後測	前測	後測	前測	後測
總量表	瞭解數與運算的基本意義	1	3	8	18%	47%	53%	75%	57%	81%
		2	15	16	88%	94%				
		3	5	10	29%	59%				
		4	7	13	41%	76%				
		5	12	15	71%	88%				
		6	12	14	71%	82%				
	數與運算的多重表徵	7	12	15	71%	88%	71%	91%		
		8	14	17	82%	100%				
		9	14	16	82%	94%				
		10	6	12	35%	71%				
		21	10	16	59%	94%				
		22	16	17	94%	100%				
	數字的分解與合成	11	4	12	24%	71%	52%	81%		
		12	9	13	53%	76%				
		13	11	15	65%	88%				
		14	7	14	41%	82%				
		15	9	13	53%	76%				
		23	13	16	76%	94%				
	運算結果之合理性的判斷	17	4	7	24%	41%	44%	71%		
		18	6	12	35%	71%				
		19	10	15	59%	88%				
		24	10	14	59%	82%				
	比較數字的相對大小	16	11	15	65%	88%	71%	90%		
		20	11	14	65%	82%				
		25	14	17	82%	100%				

表 2 顯示樣本學生經由補救教學後在各組成成分的答題表現都有明顯提升，可以見得研究在數常識每一組成成分下所設計之補救教學活動有助於提升學生之數常識能力。其中表 2 灰底的試題為每一成分中學生答對率最低的 2 題(前測)，用以訪談數常識前測成績高、中與低分組各 2 名學生。研究將學生解題方法分成數常識方法、傳統算則方法、無法解釋與不正確答案，從質性的角度確認學生在補救教學後數常識能力之改變。表 3 為 6 名受訪學生在數常識五個組成成分的訪談問題中所使用解題方法的次數：

表 3

6 名受訪學生在數常識測驗 (訪談 10 題) 之解題方法

	組成成分一 (第 1、3 題)		組成成分二 (第 10、21 題)		組成成分三 (第 11、14 題)		組成成分四 (第 17、18 題)		組成成分五 (第 16、20 題)	
	前測	後測	前測	後測	前測	後測	前測	後測	前測	後測
正確答案	5	8	3	9	1	8	4	8	3	7
數常識方法	0	0	2	1	5	1	2	2	6	4
傳統算則方法	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
無法解釋	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
不正確答案	7	4	7	2	6	3	6	4	3	1

表內各子項之數字代表 6 名受訪學生回答各成分下訪談 2 題問題中所使用答題之次數

根據補救教學前後訪談結果顯示學生在補救教學後使用數常識方法解題的次數提升，而成分三和五在前測時運用傳統算則解題次數明顯比其他成分多，然而於後測時降低使用算則的次數，顯示學生實施補救教學後其運用數常識方法解題的能力已有提升。

(二) 數常識補救教學活動之實施歷程

研究者從多個角度去觀察學生在每一個補救教學活動實施時的學習情形，期望能將補救教學活動實施過程的細節紀錄下來，以檢視學生能否在補救教學過程中提升數常識能力。以下從數常識補救教學活動模組下擷取一個補救教學活動來描述實施歷程：

補救教學活動名稱：數字拼盤---加法定位板

此補救教學活動為數常識架構之「數字的分解與合成」下所設計的活動，其補救教學目標為「瞭解數字的位值，並能應用加法運算符號處理數字的合成與分解。」期望學生能從操作數字拼盤的過程中獲得位值概念，藉由了解數字的位值意義達成以彈性方式適當且靈活的變換數字或運算結構。以下以數學探究教學的步驟呈現學生的學習脈絡：

1. 給予情境脈絡問題

研究者向學生解說如何應用數字拼盤完成活動紀錄單：百位數字可以移到任一個百位的地方，十位數字可以移到任一十位的地方，首先示範 1440 經過「移動」後可成為 1040+400，接著要求小朋友操作數字拼盤找出加法算式 1440+658 的其他等式，進而運用以估算出算式的值。下圖 1 呈現數字拼盤的操作：



圖 1. 學生操作數字拼盤

2. 小組對談、合作解題

小組成員在解題時，由組長分配小組成員彼此的工作，並適時的協調和調整彼此的任務，小組互相合作、激勵思考以完成解題，有別於一般傳統教學下學生互相競爭，造成故步自封的心態，所以學

生能夠在互相合作下找出解題策略。以下呈現小組合作解題時彼此的對談：

S01：我們每個人移動一次數字拼盤，S15、S17 你們幫我看一看移動後的算式有沒有問題，S08 你負責紀錄。

S15：那如果換我或是 S17 移動數字拼盤的話，換 S01 你幫忙看算式有沒有問題。

S08：那如果換我移動數字拼盤的話，S01 你就要幫忙紀錄。

S01：這樣大家都知道自己的任務了？（組員點頭示意）

S01：那我們順序就是我先，再來是 S15、S17、S08。那由我先開始（S01 移動 1440 的百位 4、移動 658 十位的 5）。

S15：所以變成 $140+68+400+50$ 。

S01：ㄟ，這裡拿走了會是 0，應該是 1040 才對（因為加法定位板上數字拿開底部便是 0，以輔助學生思考）。

S17：原來 658 會變成 608。

S15：對對對，所以是 $1040+608+400+50$ （S08 一邊紀錄）。

第二組的組長很有調理的分配任務，組員也都能夠適時的調配彼此的任務，小組內達成共識之後便開始進行活動，S01 操作數字拼盤將 1440 的百位 4 移動放置後形成新的百位，658 的十位 5 移動放置形成後新的十位，S15 協助讀出數字拼盤的結果，但卻忽略取走某一位數後的 0，讀出 $1440+658=140+68+400+50$ ，經由 S01 和 S17 提出意見後修正為正確答案，使得第二組在彼此合作協調中成功完成解題紀錄。

3.使用不同策略，從非形式化方法著手

小組內和小組間所移動的策略不盡相同，組內的成員從數次的解題操作和紀錄當中彼此討論到數學抽象的知識概念，以下呈現小組內所使用的不同策略：

S03：（移動 1440 的十位放置形成新的十位，移動 658 的個位放置形成新的個位）這樣會變成 $(1400)+(650)+(40)+(8)$ 。

S14：（移動 1440 的百位和十位放置生成新的數字，移動 658 的十位和個位放置形成新的數字）這樣應該是多少？

S06：這樣是 $(1000)+(600)+(440)+(58)$ 。

S09：耶，這個答案多出來了，我們剛剛填過了（解題紀錄單引導學生將算式分解成 2、3、4、5、6 個數字組合）。可是我們 4 個數字的只需填一種，要填哪一個？剛剛的還是現在的？

S06：都可以啦！只要我們有正確的移動數字拼盤，千位到千位、百位到百位、十位到十位、個位到個位，都是正確的呀！

S03：對呀！雖然移動的數字不一樣，但我們是上下移動，所以沒有改變算式大小。

小組內 S03 和 S14 找出不一樣的解答，所以小朋友發現數字的合成和分解沒有固定的答案，經由小組內部的疑問刺激小組討論到更抽象之數學概念，明白運用上下移動數字的方式，可以產生多種數字的組合，其大小是不會改變的！

4.教師巡迴引導小組討論、與學生互動

教師在行間巡視到第一組能將 $1440+658$ 的算式分解成 3 個、4 個、5 個、6 個數字的組合，但卻無法找出 2 個數字的組合，於是引導第二組小朋友討論出解題方向：

T：想一想，本來 $1440+658$ 就是 2 個數字的組合，那要變成不同的 2 個數字的組合應該變？（小組學生安靜）需不需要增加新的一欄數字？

S02：不用。

T：那又要變化數字，你們覺得應該怎麼變化？

S10：可以把原來的數字互相交換。

T：很好！這樣會做了嗎？（小組回答會）那你們還是移動時還是要注意不要移錯了喔！（小組回答知道）

第四組可能在操作數字拼盤時，習慣生成新的欄位，所以不知道如何操作數字拼盤將 $1440+658=()+()$ ，經由教學者引導，學生發現可以利用對調 1440 和 658 數字的方式來找出答案，並運用操作數字拼盤的規則找出解答。

5.上台發表小組共識，教師主持達成全班共識

每組小朋友上台發表，教學者引導全班學生再次歸納數字拼盤所蘊含的位值意義和數字的分解與合成概念，並鼓勵學生能夠適時的運用數字的合成與分解以解題。

五、結論與建議

(一) 適時藉由一份好的編製測驗偵測出學生不足的數常識概念

本研究運用李威進(2004)編製的數常識測驗量表檢測學生的數常識能力，由於此份量表具有信、效度，量表能夠有效的探測完成國小第一階段數學學習學生是否具備數常識每一組成成分之概念，其測驗結果能夠為補救教學設計與實施之依據，所以教學與評量是分不開的，評量是教學流程中不可或缺的一環(張靜譽，1996)。

(二) 以活動模組的方式補救教學能有效提升學生數常識的能力

本研究以創新的方式設計數常識補救教學活動模組，希望能提升學生的學習動機，期望學生完成活動後能有效的達成活動的教學目標，研究結果亦顯示補救教學活動有其實施之成效。由於樣本學生補救教學前在數常識五個組成成分下的表現不佳，所以俱以實施補救教學活動模組，而若是學生僅在數常識某些組成成分表現較弱時，僅須實施部分補救教學模組來提升學生在此部分之數常識，因此模組化有其適性補救之作用！

(三) 補救教學活動設計宜以目標導向的方式逐一建立

設計補救教學活動時要針對學習概念，設立出學習目標，接著考量學生在本階段所應達成的能力設計補救教學目標，再設計補救教學活動，如此能鉅細靡遺的囊括此學習概念下之數學知識，使得學生在補救教學後能有效的提升數常識能力。

主要參考文獻

- 李威進 (2004)。資訊融入九年一貫數學領域第一階段數學測驗之研究-以數字常識為例。未出版之碩士論文。國立嘉義大學數學教育研究所碩士論文，嘉義。
- 楊德清(2002)：從教學活動中幫助國小六年級學生發展數字常識能力之研究，*科學教育學刊*，10(3)，233-260。
- McIntosh, A., Reys, B. J., & Reys, R. E. (1992). A proposed framework for examining Basic number sense. *For the Learning of Mathematics*, 12(3), 2-8.
- McIntosh, A., Reys, B. J., Reys, R. E., Bana, J., Farrel, B. (1997). *Number Sense in School Mathematics: Student Performance in Four Countries*, Mathematics, Science, & Technology Education Centre, Edith Cowan University.
- Nation Research Council (1989). *Everybody counts*. Washington, DC: National Academy Press.
- National Council of Teachers of Mathematics(2000). *The principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- Reys, R. E. & Yang, D. C. (1998). Relationship between Computational Performance and Number Sense among Sixth- and Eighth-Grade Students in Taiwan. *Journal for Research in Mathematics Education*, 29, 225-237.
- Sowder, J. T. (1992). Estimation and number sense, in D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp.371-389). New York: Macmillan.