

# 國小六年級學童二階機率直觀概念之初探 ——「降雨率」知多少？

陳欣民

嘉義縣大同國民小學、a2284822@ms78.hinet.net

劉嘉茹

國立高雄師範大學科學教育研究所、chiajuju@ms26.hinet.net

柳賢

國立高雄師範大學數學系、t1251@nknuc.nknu.edu.tw

## 摘要

本研究旨在以 Fischbein(1975)的直觀理論去探討小六學童在接受機率教學後，對於「降雨率」之二階機率直觀概念。研究者使用自編之機率概念試題對 74 位小六學童做晤談。晤談後將學童的解題策略予以分類，研究結果如下：在教學後，學童二階直觀概念有六種類型，一類為正確的概念，另外五類為另有概念，分別為：1. 機率是變化萬千，莫可預測的；2. 「結果取向」概念；3. 採用百分比來判斷，選擇使用「剛好有」、「一定會」的語意；4. 50%就選小樣本，其他與結果取向的判斷相同；5. 只有 50%的降雨率解釋成「一定會下雨」，低於或高於 50%皆選擇正確的答案。

而教學對學童直觀概念改變造成影響的情形有五種，分別是 1.教學前、後都持有相同的正確直觀概念；2.而教學後其直觀概念改變成正確的；3. 教學前、後都抱持著相同的另有直觀概念；4. 教學後轉變成其他的另有直觀概念；5.教學後因課程與教學的影響由正確概念轉變成另有概念。

關鍵詞：降雨率、結果取向、二階直觀概念

## 一、研究動機與目的

直觀(intuitive)一詞最早由 Fischbein(1975)所提出。他主張「直觀即認知」，產生於個體智力操作之前、或過程中，接著個體以行動來呈現這種「經由單一且整體的觀點所合成之整體分析結果」，行動所帶來的後果即個體所得到的經驗，若此經驗被長期證實，個體的直觀概念便漸趨於穩定，以後個體遇到類似的情境便會以直觀來做出決策並立即行動。換句話說，人們傾向去運用他們的心智運作去依賴能代表整體的資訊，以迅速的在問題解決時做決策，那是與 Piaget(1976)所謂的操作能力(又稱邏輯性、系統性能力)不同，一種相當主觀、不證自明的、整體的、能夠外推的概念。Fischbein(1975)更進一步依起源的分類將直觀概念分為兩種，一種是初始直觀(primary intuition)，指的是個體在未受任何系統性指導，因個人本身經驗影響而發展的直觀概念，如「兩點間最短的距離是直線」。另一種是二階直觀(secondary intuition)，指的是個體在由系統性指導後所產生的一個新的認知信念，如「我確定三角形的內角和是 180 度」。

機率與生活經驗習習相關(李俊，2003；陳芷羚，2002)，然而正確的機率思考卻經

常與我們生活經驗中的直觀期望不相符，若學童慣用自己累積的經驗模式對機率問題做判斷，可能會造成錯誤的另有概念，這也使得學習機率概念時，因學童個人的直觀而造成解機率問題困擾的情況遠比其他數學主題多，更予人機率難學難懂的印象。例如 Konold(1991)指出「機率理論」對學生而言是相當「反直觀的」(counter intuitive)，甚至學生會覺得那是錯的觀點而難以接受。他發現大多數的學生傾向用「基準的」觀點(normative view)來詮釋機率現象。例如有一類學生會認為氣象預報員說「明天降雨率是 70%」，代表「明天一定會下雨」，因為在他的心中只抱持著三種數值，即 0%，50%，及 100%。而 70% 接近 100% 所以「一定會下雨」。另外一類學生傾向認定「天氣預報是以單一天做為單位」，因而若第二天沒下雨就代表預報不準。Konold(1991)稱上述這種概念為「結果取向」(outcome approach)的迷思概念。李俊(2003)探究六、八、十二年級共 144 位學生對於「降雨率」的看法，發現學生有三種思考類型：第一種是 Konold(1991)所稱的「結果取向」概念；第二種將「會發生」及「不會發生」的機率做比較，認為「明天會下雨的機會若是 80%，則不下雨的機會是 20%，80% 大於 20%，所以一定會下雨」。第三種對於題目「明天降雨率是 80%」的看法是「10 天中有 9 天會下雨」，理由是「10 天中有 10 天會下雨不符合 80%，但 8 天又太少了，所以我覺得 9 天的答案最合適」。

截至目前為止，我們對於機率直觀以及他們在教學後的發展情形仍不甚清楚(Fischbein & Gazit, 1984)，二階直觀概念尤甚。而根據筆者所蒐集到的資料，國內外對於機率直觀迷思概念探討的研究相當少見，且對象多為國、高中生以上，對於國小學童機率直觀概念的研究更是少之又少(王安蘭, 2005; Fischbein, 1975; 1987, 1991)，因之，國小學童之機率直觀概念猶有待研究的空間與必要性。有鑑於直觀思考的特性，研究者根據選取「降雨率」為研究主題，因為此主題不需運用到計算，能讓沒學過機率的學童憑自己的經驗模式回答心中的看法，使得窺見學童心中的直觀概念成為可能，更貼近直觀研究的本質。研究者鑑於 Piaget 和 Inhelder(1975)之觀點：機率概念的正式建構階段約在形式運思期之後發展，因之選取了 74 位國小六年級學童為研究對象。

綜上所述，本研究的目的為：了解小六學童於機率教學後關於「降雨率」之二階直觀概念。而為了更能確實了解哪些想法是教學對於學生思考的影響所造成的，研究者於教學前會先探求學生的初始概念類型，再去評估學生於教學後的二階直觀概念類型，期能翔實呈現學童「降雨率」二階直觀概念之風貌。

## 二、 研究方法

### (一) 研究對象

研究者以中南部某所國小的兩個六年級班級為研究對象。此兩班各有 37 名學生，共有 74 名學生參與。兩班皆採常態編班，兩班之級任導師皆有任教六年級十餘年的年資，對於機率教學有相當的經驗，也願意配合研究，純粹使用機率學習網([http://203.69.191.44/b02/01/01\\_07.htm](http://203.69.191.44/b02/01/01_07.htm)) 輔助教學，不再補充額外的教材。研究者認為兩個案班級的學生素質與學習狀況頗能代表台灣地區一般小學的班級，屬於立意取樣。

### (二) 研究工具

本研究採半結構式晤談，在教學前先以一份訪談大綱(如表 1)探求學童之初始直觀，後教學結束再次以同份訪談大綱晤談學童，但會根據學童的解題表現增刪教學後晤

談的題目與時間，以了解學童之二階直觀概念類型，以及教學後概念轉變的情形。

表 1: 本研究晤談大綱

題號	題型分類	題目	備註
1.	降雨率 <50%	氣象預報員說：「明天下雨的機會是 30%」，你覺得預報員這樣說的意義是？為什麼你有這樣的想法？	若學童回答不出，研究者可視情況給予選擇題項讓他選擇。
2.	降雨率 =50%	氣象預報員說：「今天下雨的機會是 50%」，你覺得預報員這樣說的意義是？為什麼你有這樣的想法？	
3.	降雨率 > 50%	氣象預報員說：「今天下雨的機會是 80%」，你覺得預報員這樣說的意義是？為什麼你有這樣的想法？	

### (三)資料的蒐集與分析

研究者以下列二個步驟去定義學生的直觀概念。首先，檢查學生的答案，看他們的計算策略是否是保持一貫性並可被定義(reliably identified)，例如在晤談中，學生必須對降雨率低於、等於、高於 50% 等情境皆做完整的解釋，且解釋的方式需具有一致性，才能算是有效資料。接著，將學生的解題策略做分類，以歸屬到某一直觀模型。研究者亦將分類的結果與兩位個案教師、一位數學師資培育者做討論，是為人員的三角校正。全程晤談皆有錄音、錄影，編碼表示方法：950420 S37 訪代表 95 年 4 月 20 日訪談編號第 37 位學童。

## 三、 結果與討論

經由教學後，學童在「降雨率」的問題情境中的作答大致上可分為以下五類型，第一類是教學前和教學後都持有相同的正確直觀概念；第二類是教學前是另有直觀概念(與正確概念不相容的概念都歸於此類)，而教學後其直觀概念即是正確的；第三類是教學前和教學後都抱持著相同的另有直觀概念，教學沒能改變其想法；第四類是教學前和教學後都持有另有直觀概念，但是兩者並不相同；最後一類則是在教學前有正確直觀概念，但教學後因課程與教學的影響而轉變成另有直觀概念。五種類型的分析將於以下分述之。為求讀者理解簡明，特將其中第二、三、四種類型統歸於「教學前後之概念轉變情形」敘述之，然而其類型仍為五種。

### (一) 教學前和教學後都持有相同的正確直觀概念

一個對「降雨率」較為適宜的詮釋為：如果氣象預報員預報「明天降雨的機率是 80%」則意謂著在相同的天氣雲圖下，100 天中播報員皆如此預測，則約在 80 天左右第二天會下雨。教學前就持有上述的正確想法，而教學後更堅信自己看法正確的學童有 32 人。當研究者詢問他們持有如此看法的理由，在教學前他們的回答多半是「機率只是一種大約的預測」，而且從數字 80% 猜測大約是 100 天中有 80 天預報員的預測會應驗。然而教學後他們雖仍堅信自己的看法，但其背後所持有的理由與前述的猜測不同也更深入。如小菁的解釋「上課老師教了一個觀念，就是一件事情如果發生很多很多次，才會有一種規律性出現，像網站上擲一枚硬幣 10 次，可能 10 次都出現反面，但是丟了 1000 次就不會這麼巧了，老師有說在 100 次、1000 次這種大數目的情況下，硬幣就會反應出正、反各一半的規律性，我就是根據這樣的想法，選擇「預報員連續講了 100 次，其中大約有 40 天他講完的第二天會下雨」這個答案，來代表「明天下雨的

機會是 40%』(950420 s37 訪)。

(二) 持有另有直觀概念學童在教學後之概念轉變情形

未接受教學前，對於降雨率的問題情境存有另有直觀概念的學生共有 40 人，研究者將這些另有直觀概念分成 6 種類型，其中存有 Konold(1991)所稱「結果取向」迷思概念之孩童人數最多，共有 16 人。另外尚發現幾類前述學者沒有提到的直觀迷思概念，教學後這些學童概念情形的轉變情形如下：(1)改成正確直觀概念(請參見表 2)；(2)維持其原本的另有直觀概念(請參見表 3)；(3)仍產生另有概念，但與原本的另有直觀概念不同(請參見表 4)。茲將三種情況分述如下：

1. 類型一：教學後改成正確的二階直觀概念

從表 2 可看出經教學後改正概念的人數有 22 人，約占總人數的 29%。原本持有 (1) 選擇數目小的選項 (2) 50% 就小樣本，超過 50% 選擇一定會 (3) 結果取向 (4) 選擇「剛好有」或「一定會」的語意 (5) 猶豫於「剛好」和「大約」的語意間 (6) 沒有作答等 6 類直觀概念的學童，經教學後改成正確的二階直觀概念分別占總人數之 5%、1%、10%、8%、1%、2%。經過晤談發現，教學中教師特別強調的「大數法則」概念促使原本持有「選擇數目小的選項」的學童改成以大樣本空間(一年中有 100 天)去判斷降雨的可能性，說出「被預測的 100 天內大約有 50 天左右會下雨」。而若學童能體會機率之「可能性」意涵，就會修正了原先「一定會」、「剛好會」的語意，而選擇以「大約」、「左右」的字眼表述他們的觀念。

表 2: 學童二階直觀概念類型二

類 型	(教學前)初始直觀概念	(教學後)二階直觀概念	百分比 (人數)
二			
另有 概念	1. 預測事件時會選擇數目小的選項：傾向選擇 10 天裡大約有 8 天左右會下雨	如果一年當中有 100 天預報「今天下雨的機會是 80%」, 這 100 天裡大約有 80 天會下雨。	5(4)
↓	2. 50% 就選小樣本，超過 50% (如 70%、80% 等) 是一定會	同上	1(1)
正 確	3. 【結果取向】機會 50% 代表變化萬千，根本不知道結果是什麼，超過 50% (如 70%、80% 等) 是一定會	同上	10(8)
	4. 選擇「剛好有」、「一定會」的語意	同上	8(6)
	5. 猶豫於「剛好」和「大約」的語意間	同上	1(1)
	6. 沒有作答	同上	2(2)
總			29(22)

2. 類型二：教學前和教學後都抱持著相同的另有直觀概念

從表 3 可看出，有 7 位學童在教學前後都持著相同的另有直觀概念，占全體受測人數的 9%。有三種類型，一是持有「結果取向」另有直觀概念，一是堅持「一定」的語意，而一類則是沒有能力判斷而沒有作答。顯示出教學對此 9% 樣本的影響並不足以促進他們理解「降雨率」的意涵。研究者為了測試他們概念是否堅定不變，於教學後的訪談時曾試著引導他們回溯教學內容，但仍發現他們的概念沒有改變。如阿良認為「氣象預測員

都是專家耶，他們說的大部份應該是對的」，而認為「明天會下雨的機會是 80%」即「明天一定會下雨」，教學似乎無法改變其信念。

表 3: 學童二階直觀概念類型三

類型三 (教學前)初始直觀概念	(教學後)二 百分比 階直觀概念 (人數)
另有概念 ——▶ 1. 機會 50%代表變化萬千，根本不知道結果是什麼，超過 50%(如同左 70%、80%等)是一定會	7(5)
維持另有 概念 2. 選擇「剛好有」、「一定會」的語意	同左 1(1)
3. 沒有作答	同左 1(1)

3. 類型三：教學後其原本的另有直觀概念轉變為其他的另有直觀概念

試看表 3，原本持某另有直觀概念的學童，在教學後其原本的概念消除了，卻產生了其他的二階直觀概念。4 位學童原本因無法了解「降雨率」的意涵而沒有作答，教學後其概念轉變成「機率，即變化萬千，莫可預測」，因此，不管機率值多少，他們一律選擇回答「不管預報員說什麼，明天都不一定會下雨」。另外，1 位原本選擇「機率就是變化萬千，莫可預測」的學童轉變成以「剛好」的語意來詮釋降雨率，可看出他雖學過機率，能用「大樣本空間」來判斷降雨率，但仍受「百分率」的影響，而非理解機率之「可能性」意涵。而原本有「結果取向」的 2 位學童分別轉變成「50%就選小樣本，超過 50%是一定會」，以及「降雨率 50%代表一定會下雨」，以及 2 位原本持有「50%就選小樣本，超過 50%是一定會」的學童教學後轉變成「結果取向」的概念，顯示出在教學後，他們仍以 50%做為判斷的基準點，只不過自己賦予「50%」數值另一個情境罷了，仍皆有「結果取向」思考的傾向。

表 4: 學童二階直觀概念類型四

類型四 (教學前)初始直觀概念	(教學後)二階直觀概念	百分比 (人數)
另有概念 ——▶ 1.50%就選小樣本，超過 50%(如 70%、80%等)是一定會	機會 50%代表變化萬千，根本不知道結果是什麼，超過 50%(如 70%、80%等)是一定會	2(2)
產生其他 的另有概 念 2.機會 50%代表變化萬千，根本不知道結果是什麼，超過 50%(如 70%、80%等)是一定會	50%就選小樣本，超過 50%(如 70%、80%等)是一定會	1(1)
3.機會 50%代表變化萬千，根本不知道結果是什麼，超過 50%(如 70%、80%等)是一定會	只有 50%的降雨率解釋成「一定會下雨」，低於 50%或高於 50%皆選擇正確的答案	1(1)
4.機率就是變化萬千，莫可預測	選擇「剛好有」、「一定會」的語意	1(1)
5.沒有作答	機率就是變化萬千，莫可預測	5(4)

(三)教學後其原本的正確直觀概念轉變為其他的另有直觀概念

教學後，四位原本持有正確概念的學童轉變成另有直觀概念。教學前訪談時，在沒有學過「大數法則」、「機率值」等機率概念意涵的情況下，他們直觀的就認為氣象預報員所說的「明天會下雨的機會是 80%」指的是：預報員如此預測的 100 天中，大約有

80 天左右第二天會下雨。但是學完機率概念後，由於降雨率是以「百分比」表示，有 4 位學童將機率概念之可能性與百分比概念之必然性混淆，3 位改口成「一定會」的語意 (950426 S22 訪)，另外有 1 位學童則轉變成「結果取向」的另有概念。

表 5: 學童二階直觀概念類型五

類型五 (教學前)初始直觀概念	(教學後)二階直觀概念	百分比 (人數)
正確 如果一年當中有 100 天預報 「今天下雨的機會是 80%」, 這的語意	1. 採用百分比來判斷, 選擇「剛好有」、「一定會」	4(3)
產生另 100 天裡大約有 80 天會下雨。 有概念	2. 機會 50% 代表變化萬千, 根本不知道結果是什 麼, 超過 50% (如 70%、80% 等) 是一定會	1(1)

#### 四、 結論

根據以上的發現，本研究結論如下：

(一) 參與研究的小六學童在教學後呈現的直觀概念有六種類型，除了教學後轉變成正確概念以外，尚有五種另有直觀概念，分別是：1. 機率是變化萬千，莫可預測的； 2. 「結果取向」概念； 3. 採用百分比來判斷，選擇使用「剛好有」、「一定會」的語意； 4. 50% 就選小樣本，其他與結果取向的判斷相同； 5. 只有 50% 的降雨率解釋成「一定會下雨」，低於或高於 50% 皆選擇正確的答案。

(二) 教學對直觀概念轉變的影響有五種類型，分別是 1. 教學前、後都持有相同的正確直觀概念； 2. 而教學後其直觀概念改變成正確的； 3. 教學前、後都抱持著相同的另有直觀概念； 4. 教學後轉變成其他的另有直觀概念； 5. 教學後因課程與教學的影響由正確概念轉變成另有概念。

#### 參考文獻

王安蘭(2005)。一個重構高中生機率概念的行動研究。台北：國立台灣師範大學未發表之碩士論文。

李俊(2003)。中小學概率的教與學。上海：華東師範大學出版社。

陳芷羚(2002)。探討中學生機率概念與判斷偏誤關係之研究。台北：國立台灣師範大學未發表之碩士論文。

Fischbein, E. (1975): *The Intuitive Sources of Probability Thinking in Children*. Dordrecht, Holland: D. Reidel Publishing Co.

Fischbein, E., & Gazit, A. (1984). Do the teaching of improve probability intuitions? *Educational Studies in Mathematics*, 15, 1-24.

Fischbein, E. (1987). *Intuition in Science and Mathematics*. Dordrecht: Kluwer

Fischbein, E. (1991). Factors Affecting Probabilistic Judgments in Children and Adolescents. *Educational Studies in Mathematics*, 22(6), 523-549.

Konold, C. (1991). Understanding students' beliefs about probability. In

Piaget, J. & Inhelder, B. (1975). *The origin of the idea of chance in children*. London: Routledge kegan paul.