

應用 S-P 表探討相關性思考之解題規則分析研究

黃資貴

臺中市北屯區軍功國小

kabbqa@yahoo.com.tw

陳惠萍

臺中市西屯區長安國小

chung7931@yahoo.com.tw

林原宏

臺中教育大學數學教育學系

lyh@mail.ntcu.edu.tw

摘要

本研究旨在結合規則評量方法 (rule assessment methodology)、S-P 表 (student-problem chart) 及次序理論 (ordering theory) 的分析方法，探討國小高年級學生在相關性 (correlation) 問題之解題規則階層結構分析。研究者依據 Bart and Morris (1990) 所提出試題反應解釋力與試題反應區別力較佳原則下，改編 Awang (1984) 所研發與相關性概念有關之紙筆測驗作為施測工具，並以臺中市五、六年級共 431 位學生作為研究對象。研究者依據學生的答題情形，藉由 S-P 表所提供的學生注意係數，以及次序理論所呈現的學生概念階層結構，可獲得不同類型受試者學習狀況之訊息。本研究之結果可提供教師對學生的認知診斷分析及補救教學之參考，最後提出對於未來研究之建議。

關鍵詞：S-P表、次序理論、相關

一、緒論

生活中諸多領域都談及「相關」，然有關相關性思考之概念於目前國民小學教材中卻未能呈現全貌，僅以其有關的概念呈現，諸如：速率、比例、比率及機率課程，甚少探究。再者，解決問題的能力在九年一貫數學課程中，是頗受重視的要點 (教育部，2003)，而在解決問題的過程中，學生的解題規則往往扮演著重要的關鍵角色，林原宏、游森期 (2006) 指出解題者面對問題時，常因既有的經驗或知識架構影響其解題的規則，故而進一步分析解題者的解題規則，以判斷解題者的知識結構甚為重要。

解題過程中解題規則使用的先備條件關係亦具意義，透過次序理論之應用來呈現解題規則的階層性，可呈現出受試者的認知型態，使我們更清楚解題者的知識結構，對教師的教學更具輔助、參考之功用。而 S-P 表分析可獲得學生的學習診斷資料，將學生分類，作為提供教師實施有效的學習輔導之參考 (游森期、余民寧，2006)。故而本研究希望能透過結合規則評量方法、S-P 表 (student-problem chart) 及次序理論 (ordering theory) 的分析方法，探討國小高年級學生在相關性 (correlation) 問題之解題規則階層結構分析，以提供教師在教學上的認知診斷及補救教學之用。

二、文獻探討

(一) S-P 表的意義與分析

S-P 表是由日本學者佐藤隆博 (Takahiro Sato) 於 1970 年所創的分析方法，目的在獲得學生的學習診斷資料，以提供教師實施有效的學習輔導之參考 (游森期、余民寧，2006)。

對一個資料矩陣來說，假設有 $N (i=1,2,\dots,N)$ 位學生和 $M (j=1,2,\dots,M)$ 個二元計分試題，令矩陣 $Y=(y_{ij})_{N \times M}$ 為 N 位學生在 M 個試題上的反應資料矩陣。令 $y_{i\cdot} = \sum_{j=1}^M y_{ij}$ 為第 i 位學生總分，學生經由排序為 $y_{1\cdot} \geq y_{2\cdot} \geq \dots \geq y_{N\cdot}$ 。下列式子為學生注意係數之計算公式，其中 $u' = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M y_{\cdot j}$ ，第 i 位學生的注意係數 CS_i 表示如公式 1。

$$CS_i = 1 - \frac{\sum_{j=1}^M (y_{ij})(y_{\cdot j}) - (y_{i\cdot})(u')}{\sum_{j=1}^{y_{i\cdot}} y_{\cdot j} - (y_{i\cdot})(u')} \quad (\text{公式 1})$$

學生注意係數是用來作為判斷學生的反應組型是否有異常現象的一種指標。而根據學生的注意係數和得分百分比，則可以將學生的學習狀況分為六大類型，如表 1 所示 (余民寧，2002)。

表 1 學生診斷分析表

學生得分百分比	100%	A 學習良好，穩定性高	A' 粗心大意，不細心造成錯誤	
	75%	B 學習尚稱穩定，需要再用功一點	B' 偶爾粗心，準備不充分，需要再努力	
	50%	C 學力不足，學習不夠充分，需要更加努力用功	C' 學習極不穩定，具有隨性的讀書習慣，對考試內容沒有充分準備	
	0	學生注意係數		1.00

(二) 解題規則次序的建立

林原宏 (2005) 指出次序理論主要應用在衡量兩個試題間的先備條件 (precondition) 之次序關係，今以次序理論方法來分析個別學生的解題規則，衡量規則間的先備條件，以得知個別學生之解題規則的階層特性；將學生在各規則的使用情形二分，分為使用該規則 (以 1 表示) 及不使用該規則 (以 0 表示)；今以兩規則的次序性進行說明，規則 i 和規則 $j (i \neq j)$ 之使用次數列聯表，如表 2 所示：

表 2 規則使用次數列聯表

		規則 j		總和
		1	0	
規則 i	1	n_{11}	n_{10}	$n_{1.}$
	0	n_{01}	n_{00}	$n_{0.}$
總和		$n_{.1}$	$n_{.0}$	$n = n_{11} + n_{10} + n_{01} + n_{00}$

Airasian and Bart (1973)、Bart (1976)、Bart and Krus (1973) 認為兩項目 i, j 的組合反應共計 $(1, 1)$ 、 $(1, 0)$ 、 $(0, 1)$ 、 $(0, 0)$ 四種，而其中 $(0, 1)$ 為不滿足「項目 i 為項目 j 之先備條件」的情形，因而用在規則的次序關係上，在表 2 中的 (n_{01}/n) 值愈小，表示規則 i 越可能為規則 j 之先備條件，且可知其範圍為介於 0 和 1 之間，以 $0 \leq n_{01}/n \leq 1$ 表示。

而 Airasian and Bart (1973) 以容忍水準 (tolerance level) ε 來決定項目間的次序關係，其中 ε 的範圍為 $0 < \varepsilon < 1$ ，今則將其用在規則間之次序性：

1. 若 $(n_{01}/n) < \varepsilon$ ，表示規則 i 為規則 j 的先備條件；規則 i 與規則 j 具次序關係。
2. 若 $(n_{01}/n) \geq \varepsilon$ ，表示規則 i 不為規則 j 的先備條件；規則 i 與規則 j 不具次序關係。

而有關容忍標準 ε 的選定會因不同關係下而有不同的接受度，Jansson (1986) 認為若研究為探索本質且在樣本較小的情形下，宜採用 $\varepsilon = .1$ 的容忍度，而本研究亦然，故而採用 $\varepsilon = .1$ 的容忍度。

三、 研究設計與方法

本研究採取立意樣本，抽取臺中市 7 所學校 14 個班，共計 431 名五、六年級國小學童作為研究對象。測驗設計改編 Awang (1984) 的相關性概念紙筆測驗，同時依據 Bart and Williams-Morris (1990) 所提精緻試題的有向圖分析 (refined item digraph analysis, 簡稱 RIDA) 方法，以試題反應解釋力 (response interpretability) 與反應區別力 (response discrimination) 作為衡量試題之認知診斷力的兩大指標。

測驗試題共計 18 道選擇題，比較兩個班級的學生類型，分別有高胖、高瘦、矮胖、矮瘦等四種類型的學生人數，讓受試者判斷哪一班的學生在身高和體重上有較高的相關。例如：在圖 1 中，A、B 代表各班學生的類型及人數之分配，並透過該圖判斷哪一班的學生在身高和體重上有較高的相關，且具有高的傾向胖而矮的傾向瘦之情形（選擇 1. A、2. B 或 3. 相等）。依據規則之分類，將問題簡化為（高胖、矮瘦之和，高瘦、矮胖之和），意即 $(10, 2)$ vs $(2, 14)$ 的組合表示。

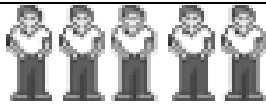


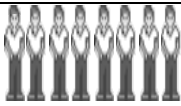




A 班		B 班	
高胖 5 人 	高瘦 1 人 	高胖 1 人 	高瘦 8 人 
矮胖 1 人 	矮瘦 5 人 	矮胖 6 人 	矮瘦 1 人 

圖 1 自編測驗之範例

並依 Siegler (1981) 的規則評量方法，定出四種解題規則以分析受試者在相關性的解題規則表現，而有關相關性測驗的解題規則之作法及意義，說明如表 3。資料蒐集完成後，利用林原宏、黃國榮 (2006) S-P 表分析軟體將學生學習狀況分為六大類型，及使用林原宏、黃國榮 (2006) 所發展的 OT 軟體，設定閾值為 $\epsilon=1$ ，進行六種學生類型代表之解題規則階層結構圖分析。

表 3 相關性測驗的解題規則之作法及意義表

規則一	作法：直接比較 A、B 兩班中高胖及矮瘦的人數和，數量多者，則相關性較大；若同，則相關性相等。 意義：僅考慮單一面向：高胖及矮瘦的人數和。
規則二	作法：若高胖及矮瘦之人數和相同時，則比較高瘦及矮胖之人數和，量大者，則相關性較小；若同，則相關性相等。 意義：先考慮第一面向（高胖及矮瘦）的人數和，再考慮第二面向（高瘦及矮胖）的人數和，且兩面向為互逆的面向。
規則三	作法：先算出各圖中高胖及矮瘦的人數和，與高瘦及矮胖的人數和，再計算前者減去後者之差值後比較，差值大者，則相關性較大；若同，則相關性相等。 意義：考慮兩種面向外，以兩不同面向之差值來比較相關性之大小。
規則四	作法：先算出各圖中高胖及矮瘦的人數和，與高瘦及矮胖的人數和，再計算前者減去後者之差值，將各差值除以各班之學生總數，所算出的比值大者，則相關性較大；若同，則相關性相等。 意義：除考慮兩種互逆的面向外，且以差值及比例的關係來解題；此為正確的解題規則。

四、研究結果

(一) S-P 表分群結果

根據學生的注意係數和得分百分比，將學生的學習狀況分成六大類型如表 4。經由

卡方適合度考驗，顯示其卡方檢定值為 $\chi^2=93.534$ ($df=5, p<.001$)，達顯著水準，得知此六大類型的學生人數有顯著差異存在。結果分述如下：

1. 本研究結果顯示在 S-P 表分群下，C 類型學生比例最高（約 29%），即學生大多屬於學力不足，學習不夠充分，需要更加努力用功之類別，此結果可能導因於學生對相關性概念試題接觸經驗之不足。而 B 類型學生比例最低（約 2.55%），即學生屬於學習尚稱穩定，需要再用功一點的類別僅為少數，亦可能因對相關性試題之陌生導致。
2. 本研究結果顯示在 S-P 表分群下，學生注意係數低於 0.5 之比例（約為 49.65%）與學生注意係數高於 0.5 之比例（50.35%）幾乎各半。

表4 學生類型分配表

學生類型	A	A'	B	B'	C	C'
學生人數 (人)	78	65	11	70	125	82
百分比 (%)	18.10	15.08	2.55	16.24	29.00	19.03

(二) S-P 表分群下各學生類型之解題規則結構

根據 S-P 表分析的結果，可將受試者分成六種不同學習類型，分析各類型受試者之作答，以次數最多的作答反應作為該類型學生的代表，進而分析、探討各類型代表之解題規則次序階層結構的異同。以圖 2 說明各類型學生之學習狀況及代表各類型學生之解題規則階層結構圖。

以 A 類型學生為例，該類型學生之學習狀況為學習良好，穩定性高，其解題規則最先使用規則四，當不使用規則四時，則使用規則二；當不使用規則二時，則使用規則一或規則三。其餘依此類推。而從圖 2 中亦可看出六種不同的學生類型，其解題規則頗具差異，其中，A、A'、B'、C 等四種學習類型之解題規則階層結構有三個階層，而 B 及 C' 之學習類型僅有二個階層。再者，A 及 A' 之學習類型的解題規則階層結構相同，顯示其認知結構相近；而 A 及 C 之學習類型的解題規則階層結構看似相似，其所使用之規則次序卻有其差異，顯示其認知結構之不同。

學生類型	A	B	C
學習狀況	學習良好，穩定性高	學習尚稱穩定，需要再用功一點	學力不足，學習不夠充分，需要更加努力用功
解題規則階層結構圖	① ③ ② ④	① ③ ② ④	③ ④ ② ①
學生類型	A'	B'	C'
學習狀況	粗心大意，不細心造成錯誤	偶爾粗心，準備不充分，需要再努力	學習極不穩定，具有隨性的讀書習慣，對考試內容沒有充分準備

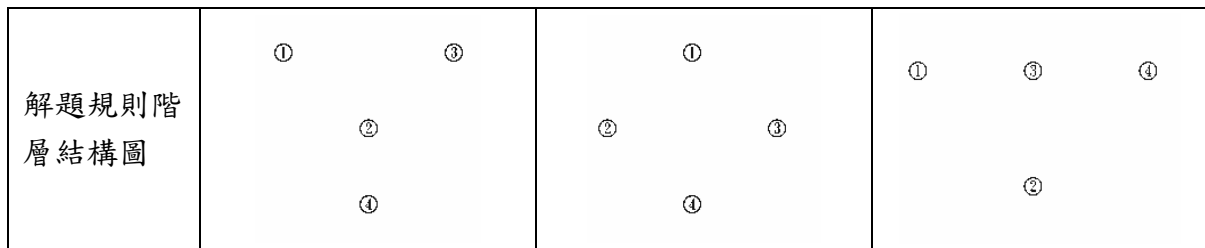


圖 2 各類型學生之學習狀況及其解題規則階層結構圖

五、 結論與建議

1. 本研究所採用之方法乃分析受試者的「解題規則」，而不以「試題」間的關係為分析要點，強調分析受試者解題規則使用的次序以及規則使用的關聯性，以此可藉由受試者測驗時規則使用之意義及規則使用的關聯，提供為認知診斷與補救教學之參考。
2. 試題反應理論在現今之心理計量學佔有一席之地，但以試題反應理論來分析不同能力值之受試者的解題規則卻少有研究，故而建立一套「規則反應理論」建立出受試者能力值與規則使用機率之函數關係，應是未來研究的重要方向。
3. 有關試題的編製方面，除考量一般常見受樣本依賴影響的難易度與鑑別度之指標外，亦可參考本研究所提及的試題反應解釋力與試題反應區別力等指標，以提升試題之內容效度。
4. 依 S-P 表分析將受試者分成六種不同學習狀況之類型，且顯示在 S-P 表分群下，C 類型學生比例最高，即學生大多屬於學力不足，學習不夠充分，需要更加努力用功之類別；而 B 類型學生比例最低，即學生屬於學習尚稱穩定，需要再用功一點的類別僅為少數，皆可能因對相關性試題之陌生導致。
5. 依 S-P 表分析將受試者分成六種不同學習狀況之類型，且其代表之解題規則階層結構頗具差異，其中，A、A'、B'、C 等四種學習類型之解題規則階層結構有三個階層，而 B 及 C' 之學習類型僅有二個階層。其中 A 及 A' 之學習類型的解題規則階層結構相同，顯示其認知結構相近；而 A 及 C 之學習類型的解題規則階層結構看似相似，其所使用之規則次序卻有其差異，顯示其認知結構之不同。

六、 參考文獻

余民寧 (2002)。教育測驗與評量-成就測驗與教學評量。台北市：心理出版社。

林原宏 (2005)。次序理論。教育研究月刊，134，142-143。

林原宏、游森期 (2006)。次序理論取向的解題規則階層結構分析及其結構圖比較之探究。測驗學刊，53，239-260。

林原宏、黃國榮 (2006)。OT 軟體及使用手冊。臺中市：國立臺中教育大學。

林原宏、黃國榮 (2006)。S-P 表軟體【軟體和說明】。臺中市：國立臺中教育大學。

教育部 (2003)。九年一貫課程數學課程綱要。

游森期、余民寧 (2006)。知識結構診斷評量與 S-P 表之關連性研究。教育與心理研究，29，183-208。

- Airasian, P. W., and Bart, W. M. (1973). Ordering theory : A new and useful measurement model. *Educational Technology*. May, 56-60.
- Awang, M. (1984). Rule usage in solving formal operational problems among Malay and Euro-American college students: an evaluation of the rule assessment test. Unpublished Doctoral dissertation. University of Minnesota. Minneapolis.
- Bart, W. M. (1976). Some results of ordering theory for Guttman scale. *Educational and Psychological Measurement*, 36, 141-148.
- Bart, W. M., and Krus, D. J. (1973). An ordering-theoretic method to deterring hierarchies among items. *Educational and Psychological Measurement*, 33, 291-300.
- Bart, W. M., and Williams-Morris, R. (1990). A refined Item digraph analysis of a proportional reasoning test. *Applied Measurement in Education*, 3, 143-165
- Jansson, L. C. (1986). Logical reasoning hierarchies in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 17(1), 3-20.
- Siegler, R. S. (1981). Develop sequences within and between concepts. *Monographs of the society for research in child development*, 46(2).