

# 我國教材與美國 MiC 教材關於統計課程之差異的探究

陳宗聲\*、楊德清\*\*

國立嘉義大學數學教育研究所\*、國立嘉義大學數學教育研究所\*\*

[big501i@yahoo.com.tw](mailto:big501i@yahoo.com.tw)\*、[dcyang@mail.ncyu.edu.tw](mailto:dcyang@mail.ncyu.edu.tw)\*\*

## 摘要

本研究欲探究我國教材與美國 MiC 教材在統計課程設計上之情境佈題、解題策略、能力培養及相關連結有何差異。研究結果發現，美國 MiC 教材由真實生活素材取一題型貫穿單元，頗具故事性，其脈絡清晰、循序漸進，並鼓勵學生多元解題，著重概念性的知識，此外亦提供不同的工具讓學生實際操作，課程重視外部連結，內容豐富多樣；台灣教材涵蓋題型廣泛，但每一題型呈現方式制式化，多為教師示範例題，學生模擬其解題策略解隨堂練習，其課程重視程序性知識。美國 MiC 教材對於學生溝通、反思或評析的能力提升有所幫助；我國課程設計，對於解題能力、溝通能力較不如 MiC 課程般強調。關鍵字：統計教材、解題策略、連結。

## 一、前言

為了獲得更好的教育品質，並加強在國際上的競爭力，目前世界各國的教育改革正如火如荼的展開。而在數學教育改革的過程中，課程的改革總是最被注目的焦點。我國近二十年課程的改革，從 64 年的國小數學課程標準、82 年的國小數學新課程標準、90 學年度實施的九年一貫數學課程暫行綱要到現今正式實施的九年一貫數學課程綱要（陳宜良、單維彰、洪萬生、袁媛，2005），無不都是為了提供學生最好的學習機會。而教科書的使用，也從統一教材，改變為一綱多本的形式，並開放給民間出版社進行課程設計、發行，意圖經由這樣的良性競爭，讓教科書的編輯能更多元、豐富。然而 Reys(2006)指出教科書中的課程內容會直接影響老師要教什麼、如何教，課程的內容也會對學生的學習造成重大的影響。Tomroos(2004)也提到學習的機會會影響學習的成果，而教科書的使用則是學習機會的要素之一，因此一本好的教科書將能讓學生的數學學習更有效率，甚或事半功倍。

由於科技的發達，統計快速的進入各層面中，不管是心理學、醫學、商業品管、各項實驗等等，統計扮演著提供和分析資訊的角色，成為大眾溝通的語言（鄒聖馨、鍾靜，2001）。除此之外，統計在我們一般的日常生活中更是處處可見，舉凡選舉結果的統計、考試平均的計算或報章雜誌統計圖表的報讀……等，都是我們客觀判斷資料的重要依據，Gal 因此指出有能力解讀出現在報章、雜誌、電視、廣告和與工作相關的任何統計論點時，才能稱為具有統計素養的人(Lajoie et al., 1995)。所以將統計課程編入中小學課程也已成爲各國數學課程發展的趨勢，如美國 NCTM 於 1989 年的課程改革中將統計列爲數學課程的一部分；英國國家課程(National Curriculum for England)也將統計視爲 5 個主要數學課程領域之一(Holmes, 2003)，而台灣 64 年及 82 版舊數學課程已涵蓋統計，九年一貫課程綱要更提出培養國民具備基本統計素養，應是國民教育階段數學學習領域的重點之一，而且強調統計需與生活作更緊密的連結(教育部，2003)。相信重視真實情境的連結，能更有助於統計的學習。

本研究欲了解我國教材與美國 MiC 教材在統計課程之設計上的差異性為何？在平均數、中位數單元之佈題方式是否與學生的生活經驗連結？各有何優缺點？也藉基於此，本研究之探討問題如下：

(一) 我國教材與美國 MiC 教材在情境設計與佈題方式之差異性為何？

- (二) 我國教材與美國 MiC 教材在提供學生解題策略與解題工具的差異性為何？
- (三) 我國教材與美國 MiC 教材在培養學生相關能力差異性為何？
- (四) 我國教材與美國 MiC 教材在課程內外部連結之差異性為何？

## 二、 研究對象

本研究採立意取樣，選取美國 MiC 及臺灣某版本教材為研究對象，進行教材內容比較分析。以下針對美國 MiC 教材及臺灣某版本教材的課程發展背景及欲比較之教材內容及教學活動作簡短的說明。

### (一)美國 MiC 教材

MiC 教材 (Mathematics in Context) 是由美國 Wisconsin-Madison 大學的 Wisconsin 教育研究中心和荷蘭 Utrecht 大學 Freudenthal 研究所，以國際合作的方式共同開發，進行六年的教學實驗之後，在 1998 年出版的一套數學教材。MiC 教材提供五年級到八年級學生使用，內容涵蓋「數」、「代數」、「幾何」、「統計與機率」四個主題，每年級十個單元，共有四十個單元。教材的設計理念是「將數學置於情境中」(Putting mathematics in context)，與荷蘭的「真實數學教育」的理念類似，都是以真實生活情境作為數學教材，期望在學習中能探索數學間的關係，發展並解釋解題過程中的推理與解題策略，並適切的使用解題工具、聆聽與分享他人的解題策略。MiC 教材的教學時間沒有限制，由於每個班級討論的方式可能有所差異，因此，教師可視情況自行增減教學時間(吳麗玲,2006)

### (二)臺灣某版本教科書

隨著台灣教育政策的改變，國民中小學教科書亦隨著西元 2000 年的九年一貫課程實施而全面開放民間編印，雖然開放民間版本，但教科書編訂仍需依據課程綱要進行編輯，且須呈送教育部審定通過才能發行。目前至 2009 年為止，一至五年級依九年一貫正式綱要編定，但六年級仍依九年一貫暫行綱要編訂。

本研究主要在比較六年級之統計教材內容。美國 MiC 選取之教材為【Picturing Numbers】單元中之【Section C：A Picture is Worth a Thousand Words，內容包括五個活動：Your Profession；Going on Vacation;Cat and Mouse;The Mean;Throwing Darts】及【Dealing with Data】單元中之【Section E：Median and Box Plots，內容包括三個活動：The United States；Lands Animals;Back to Pearson and Lee】。台灣某版本為六下之單元【平均數、中位數和眾數】內容包括五個活動：認識平均數;認識中位數;認識眾數;平均數、中位數和眾數的應用;加權平均數。

## 三、 研究結果

本研究採內容分析法，分別依教材內容中統計情境設計及佈題方式、問題解決策略的發展模式、相關能力培養、課程相關連結及等四個面向，進行分析。

### (一)情境設計及佈題方式

1.美國 MiC 教材情境設計與具體生活情境有相關連結具故事性，脈絡清晰、循序漸進。

MiC 教科書的問題情境安排都以實際生活為背景，佈題多以題組呈現具故事性且看似問題各自獨立，但所介紹的數學概念卻是前後連貫，因此脈絡清晰。問題型態多以開放性的問題為主：

**問題情境一:**Grace 和 Huong 想要找出什麼動物每一窩能生出較多的寶寶，是貓還是老鼠？首先他們儘可能的蒐集資料，他們問了學校中所有有養貓或老鼠的同學，並詢問若有新生的寵物寶寶，每一窩會有多少隻？他們蒐集了約 18 隻老鼠和 12 貓資料如圖 1:

Name	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
Number of Babies in Litter	4	3	2	3	7	6	2	3	3	6	3	3	3	3	3	4	3	3
City	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L						
Number of Babies in Litter	4	3	3	3	3	3	3	3	7	3	4	10						

為了更進一步了解這些資料，Grace 和 Huong 做了如圖 2、圖 3 的統計圖表

### 佈題:

你認為哪一種動物有較多的寶寶？

圖 1





圖 2



圖 3



圖 4

**問題情境二:**Grace 為了了解平均每一隻老鼠會有多少隻寶寶，重新畫了統計圖，如圖 4。

**佈題:**1.Grace 做了什麼事?請使用附件對貓的統計圖表做相同的事。

2.Grace 做出結論:每一隻老鼠大約會有六隻寶寶，每一隻貓約有五隻。你同意他的說法嗎?

3.試著做出比「大約六隻寶寶」或「大約五隻寶寶」更精確描述，請解釋你的理由。

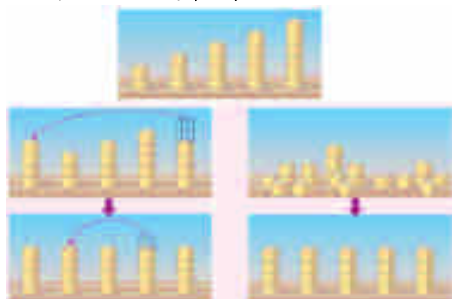
4.一些動物為了生存，必須繁衍許多後代。你想為什麼老鼠需要比貓更多的後代呢?

由以上的問題情境中得知，MiC 在介紹平均數時，運用生物的繁衍為主題進行介紹，並輔以豐富的圖表讓學生練習如何判讀及應用其資料求取平均，如情境一先提供圖表讓學生做一般性的判讀，接著在情境二中介紹取多補少的方式求粗略的平均數，緊接著在接下來的情境中介紹出精確的求法，整體情境脈絡清楚，概念介紹也非常清晰。除此之外，题目的呈現也非常有趣，例如情境二的佈題 4 中提到生物的繁衍多寡，與其在大自然的存活機率有很大的關係，運用類似的開放性或非例行性的問題，讓學生能經由討論，提出自己的論點，並練習與他人溝通，以獲得大家都能同意的答案。

2.台灣某版本教材講求生活情境，但情境較為獨立，欠缺脈絡

台灣某版本的課程雖然也講求生活情境的佈題，但是情境各自獨立，並且深度及廣度較不夠，就如活動一是以堆積木的活動來介紹平均數，在簡單的將概念介紹完成後，接下來的發展活動，就多是單獨條列式的問題:如學生成績的平均……等，多環繞在學校生活，較少有其他社會議題或其他領域的情境。另外問題類型多為封閉型的問題，多有正確的標準答案，雖然讓學生有標準可循，但也相對限制了其發展其他解法的可能。

**活動一:認識平均數**



**佈題:**

- 1.如左圖，有 5 堆積木，想要把他們堆成一樣高，要怎麼做?
- 2.有 5 堆積木，數量分別是 3、5、6、7、9 個，把他們堆成一樣高時，1 堆積木是多少個?
- 3.六年甲班數學平時測驗成績如下:

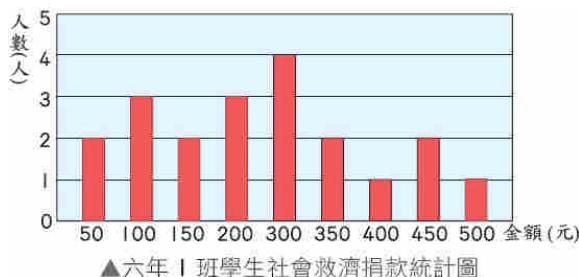
第一組 6 位學生的成績分別是:88 分、93 分、91 分、92 分、87 分、95 分

第二組 5 位學生的成績分別是:94 分、85 分、100 分、89 分、97 分

哪一組學生的成績比較好呢?

**活動四:平均數、中位數和眾數的應用**

下面是平安國小六年 1 班學生社會救濟捐款統計圖:



**佈題:** 1. 將統計圖整理成統計表

▼六年1班學生社會救濟捐款統計表

金額(元)	50	100	150	200	300	350	400	450	500
人數(人)	2								

2. 六年1班學生社會救濟捐款的眾數是多少?
3. 六年1班學生社會救濟捐款的中位數是多少?
4. 六年1班學生平均每人捐多少元?

由以上活動範例可以看到台灣某版本的情境佈題中，情境較不連貫且多為平鋪直述的問題類型，較無法引起學生的興趣。

### (二)問題解決策略的發展模式

1. 美國 MiC 教材尊重多元的原創解法，並使用不同的工具解題

MiC 課程設計以學生為中心，佈題多屬於開放性問題，並且不預設立場，較少提供解題參考，希望引導學生運用以往的先備知識來進行解題，並且尊重每一位學生多元的解題方法，讓學生能夠接觸多樣的解題方法。此外在統計課程上更重視各種統計圖表的實作，因此提供許多的具體物或圖形讓學生實際操作，如：數線圖(number-line plot)、長條圖(histogram)……等。

**問題情境一:** Kay 是一個嚴謹仔細的人，他打開 10 盒圖釘，並計算每一盒圖釘的數量，以下是他所計算的每一條數量:104、100、98、99、103、97、100、102、98、103

**佈題:** 1-a. 畫一個圖來呈現 Kay 所計算的每一盒圖釘的數量。

1-b. 使用至少兩種不同方法來找出這幾盒圖釘的平均數。請解釋你的理由。

2. Kay 必須向他的老師描述每一盒圖釘的數量，他能夠怎樣描述呢?

如問題 1-a 要求學生畫一個圖來呈現所獲得的資料，但並未規範該用什麼樣的圖形，因此學生可以畫在這之前所學過的長條圖或數線圖來回答，並且在接下來的問題要求學生必須使用兩種以上的方法來找出平均數，並且必須加以說明。由於接下來的單元【Dealing with Data】有很大的比例是在介紹如何運用各種統計圖表來求平均數，所以這樣的問題除了能讓學生先體會一下其他找平均數的方法外，也能激發學生的創造力，並且在與同學討論的過程中，對自己或他人的解法加以辯證或了解。

2. 台灣某版本教材強調標準答案，較少使用工具協助解題

在台灣某版本的問題中，我們不難發現，每一個問題幾乎都有一個標準答案，而且在課本上都有所謂的參考解題過程，例如在平均數的求法中，課本即呈現了以多補少及求總和再平均的兩種方法，隨即介紹平均的定義。這樣的作法會讓學生視為一種捷徑，進而不去思考其他可能的方法，而將平均數的求法視為一種計算數字結果的計算方法，對於其涵義卻可能是一知半解。而在工具的使用上，也較為缺乏，例如在求平均數的應用問題上，題目已經呈現了長條圖，並未讓學生再自行繪製。

### (三)相關能力培養

1. 美國 MiC 教材重視概念的形成與解決問題的能力

在概念的理解上，MiC 提供了豐富的情境資訊，讓學生有機會表達出各自的想法以反映出個人對問題情境的理解程度，使學生能在情境中建構出對概念的理解。MiC 強調解題的過程，並不特別重視「熟練運算和推演的技巧」，課程設計較均衡，較少提供解法參考，易激發學生發展多元的解題策略。MiC 藉由佈題方式，有計畫的引導學生解決由淺而深的問題，在解題歷程中逐步發展出各種統計概念所需具備的運算能力及推演的技巧，並從學生本身非正式方法，經由討論以及辯證推演出正式的解法，逐漸地強化對平均數的概念的理解，進而累積成功的解題經驗，以獲致解決問題所需的能力，如：估算、推理、反思……等能力。除此之外，由於問題類型較開放，並含有許多非例行性的題目，以培養學生表達、溝通與分享的能力。如以下例題：

**問題情境一:** De Kalb 中學舉辦擲飛鏢競賽。每一年級選出一隊參加學校季後賽，選擇隊員規則如右。這個學校使用一個特殊的標靶，紅心是 45 分，其餘每一塊的分數都顯示在



上面，最外層則是 0 分，如下圖 7、圖 8



圖 7



圖 8

**佈題:**

1. 如果你丟了一次飛鏢而且獲得了34分，你下一次要丟多少分才能讓兩次平均至少 35 分?
2. 如果你的第二次投擲得 32 分，那你第三次必須要丟多少分?
3. Jamal 第一次獲得 30 分，在經過兩次的投擲後他及格了，那他接下來兩次的分數可能會是多少分?

4. Michelle 投擲的分數記錄是:28、29、30、35、36、40、40、45，請問他是否及格?
5. Tirza 投擲的分數是:25、30、32、35、39、45，如果他想在下次投擲就達及格標準，那他下一次投擲必須獲得幾分?

由上例得知，MiC 課程運用有層次的問題，先給予學生有限的條件，請學生加以估算，接下來要投到幾分，才能獲致平均數，最後還要思考怎樣的組合才能及格，進而讓學生了解得分平均是總分除以次數所得來，以逐漸強化平均數概念。另外用數學語言與他人溝通的能力，也能在 MiC 的課程中獲得培養，如在美國各州加入聯邦的年代統計情境中有如下的佈題：「請你用自己的話來描述美國的成長。」如此開放性的問題，除了能讓學生練習表達自己的想法外，還能在教師適當的引導及同儕的回應下進行反思，辨證自己初始非正式的說法，以作為轉進正式解法的轉折。

**2. 台灣某版本教材重視程序性知識的精熟學習**

在台灣某版本教材的課程上，雖然也有概念性知識的學習，但較不深入，如僅用堆疊積木以及學業平均來認識平均數，接下來就是一連串獨立的計算問題，學生就容易使用最快速便捷的正式解法，對於學生運算能力及技巧有很大的幫助，可是對概念的理解卻有可能一知半解，因此對於學生獨立思考以及解決問題的能力較無助益。

**(四)課程相關連結**

**1. 美國 MiC 教材重視數學的內部連結及與其他學科的外部連結**

MiC 教材的情境設計除了數學的內部連結外，也十分重視與生活情境做連結，呈現多樣且豐富有趣的課程。例如:前述生物的繁衍有關的貓鼠繁殖問題，在認識中位數概念的佈題上，更是用美國各州加入聯邦的年代的歷史事件做為情境來佈題，如以下例題：

**問題情境一:**走在南達柯達州的 Mount Rushmore 國家紀念碑的停車場中，你可以發現

1: Delaware	1787	28: Michigan	1837
2: Pennsylvania	1787	29: Florida	1845
3: New Jersey	1787	30: Texas	1846
4: Georgia	1788	31: Iowa	1846
5: Connecticut	1788	32: Wisconsin	1848
6: Massachusetts	1788	33: California	1850
7: Maryland	1788	34: Minnesota	1858
8: South Carolina	1788	35: Oregon	1859
9: New Hampshire	1788	36: Kansas	1861
10: Virginia	1788	37: West Virginia	1863
11: New York	1788	38: Nevada	1864
12: North Carolina	1789	39: Nebraska	1867
13: Rhode Island	1790	40: Colorado	1876
14: Vermont	1793	41: North Dakota	1889
15: New York	1790	42: South Dakota	1889
16: Tennessee	1796	43: Montana	1889
17: Ohio	1803	44: Washington	1889
18: Kentucky	1803	45: Idaho	1890
19: Louisiana	1812	46: Wyoming	1890
20: Missouri	1820	47: Utah	1896
21: Illinois	1818	48: Oklahoma	1907
22: Alabama	1819	49: New Mexico	1912
23: Maine	1820	50: Arizona	1912
24: Arkansas	1836	51: Alaska	1959
25: Wisconsin	1836	52: Hawaii	1959

有一個走道展現了美國的成長過程。沿著這個小道兩旁掛滿了美國 50 州各自的旗幟，其中有一個如左圖的告示呈現了每各州加入聯邦的時間。在 1787 年，德拉瓦州成為第一州。到 1959 年美國總共有 50 州。所以這個國家花了 172 年增加到 50 州。Jill 說:這樣看起來美國的成長並不穩定，因為它有時增加的快，有時增加的慢。

**佈題:**

1. 你能解釋的比 Jill 更明確嗎?看看在 32 頁的列表，且用你的話描述美國的成長。
2. 一本周刊雜誌舉辦了一個競賽，標題寫著:寫下美國的成長。學生被要求寫一段短文，假設你也要加入。規則上寫著:通常圖能說更多話。你能用途或表輔助說明讓人們更了解你所說的。
  - 2-a. 製作一個圖表來呈現出美國的成長?
  - 2-b. 描述一下你的圖如何表現出美國的成長?

### 2-c.看著你的表，你會改變在第 1 題的說法嗎？

除了這樣與歷史做連結的情境外，也還有以大自然動物奔跑的速度作為背景的問題，類似這樣有趣的生物知識或歷史問題，對於引起學生的興趣，相信是有很大的助益的，除此之外也能讓學生認知到統計的運用是很廣泛的。

### 2.台灣某版本教材亦強調連結，但較不深入及廣泛

由於我國九年一貫課程綱要已將「連結」納入其中，因此台灣某版本在數學內部的連結上，強調了與整數四則運算的連結。佈題也講求與生活情境連結，但廣度不夠，多僅停留在日常生活的食衣住行上，並未擴展到其他的學科內容上，甚至是經濟、社會、政治、歷史或科學的相關領域，所以對於學生的吸引力相對較低。

## 四、結論與建議

從課程編排可以看出，兩種版本都很重視統計基本概念的建立，都是從資料的搜集、整合、圖表認識及判讀或繪製開始讓學生認識統計，以作為往後發展進一步統計概念的基石。惟因文化生活背景的不同，而使得內容有些許的差異。另外 Susanne, Victoria & Nancy(1995)主張統計教學應提供學生「實作統計(doing statistics)」的機會，以證明統計與真實世界的應用有關聯。因此兩個版本皆講求情境與真實生活的連結，但 MiC 課程佈題的情境講究深度及廣度，運用有趣的情境脈絡引導學生認識平均數的概念以及運算方法，反觀國內教材佈題彼此類似，較著重在程序性知識的獲得，希望學生能對統計運算做精熟學習，教材雖然有其深度，但卻無法讓學生更廣泛的認識統計的有趣之處，此外 MiC 課程中有許多開放性的或非例行性的問題，讓學生除了能對問題算出正確的答案之外，更能對自己的回答作合理的解釋，並辯證自己或他人的想法，雖然我國與美國的文化原本就有差異，因此我國的學生原本就缺乏與他人討論或發表的經驗，但是台灣的教材若能參考 MiC 課程的佈題方式，相信會對學生這方面能力的提升更有幫助。

在筆者的教學經驗中，雖然一再的強調，課本上的解法只是一種參考，但大多數的學生卻都將其視為唯一的解法而加以模仿，使得數學的學習也可以運用背誦的方式來進行，雖然表面上的學習效果很好，但是在強大的計算能力背後，藏有多少迷思，卻是值得我們深思的。而在 MiC 的課程中，雖然也提供可能的解法，但多出現在最後的統整問題上，並且在問題中也會要求學生對於這樣的解法加以解釋，因此對於之前所發展的多元解法並無太大影響，甚至更能提供學生反思的機會，這樣重視自然解法的課程設計，似乎與九年一貫課程目標中：激發主動探索和研究的的精神及培養獨立思考與解決問題的能力不謀而合。(教育部，2003)

我國九年一貫課程綱要強調以學習者為主題，以知識的完整面為教育的主軸，以終身學習為教育的目標(教育部，2003)。此外也強調要讓學生有帶著走的能力，在我國某版本的課程中，我們發現其課程的編製仍跳脫不了考試領導教學的窠臼，大多講求運算能力的強化，但在其他能力的培養上，如：解題能力、溝通能力……等，卻不如 MiC 般強調。然而程序性知識和概念性知識應該是並重的，不應有所偏頗，因此若能在課程中多加設計一些讓學生發表的問題，或是關於數學寫作的題型，對於學生溝通、反思或評析的能力將會有所提升。

數學內部的連結可貫穿「數與量」、「幾何」、「代數」、「統計與機率」等四個主題，來強調解題能力的培養；外部的連結則強調生活及其他領域中數學問題的察覺、轉化、解題、溝通、評析諸能力的培養(教育部 2003)。所以台灣某教材也重視連結，但整體的深度及廣度不若 MiC 般多元且豐富，尤其在外部連結上，MiC 的豐富程度能讓學生額外接觸到許多有趣的知識，並且體驗到生活中處處皆有數學的影子，這是值得台灣教材借鏡的地方。是故，本研究之統計課程教材比較分析雖不能推論至其他教材版本，仍期以提供教材設計者、課室教學老師等一些啟發與意見。

## 五、參考文獻

教育部(2003)。國民中小學九年一貫課程綱要：數學學習領域。台北：教育部。  
陳宜良、單維彰、洪萬生、袁媛(2005)。中小學數學科課程綱要評估與發展研究。

- 臺北：教育部。
- 黃唯娟、楊德清 (2007)。我國教材與美國 MiC 課程設計的差異性-以六年級百分率單元為例。國立編譯館館刊。35 (2)。75-86。
- 鄒聖馨、鍾靜(2001)。真實解讀計畫(AEP)在國小統計教學之實施研究。科學教育研究與發展季刊。24。61-78。
- Holmes, P.(2003). 50 Years of Statistics Teaching in English Schools: Some Milestones. *Journal of the Royal Statistical Society, Series D (The Statistician)*, 52(4), 439-474.
- Lajoie, Susanne P., Jacobs, Victoria R. & Lavigne, Nancy C.(1995). Empowering Children in the Use of Statistics. *Journal of Mathematical Behavior*, 14, 401-425.
- Reys, B. J. (2006). The development and publication of elementary mathematics textbooks: Let the buyer beware! *Phi Delta Kappan*, 87(05), 1377-383.
- Romberg, T., & Shafer, M. (2003). Mathematics in Context(MiC) – preliminary evidence about student outcomes. In S. L. Senk & D. R. Thompson (Eds.), *Standards-Based School Mathematics Curricula -What Are They? What Do Students Learn* (pp.225-250). Mahwah, NJ: Laurence Erlbaum.
- Törnroos, J. (2004). *Mathematics Textbooks, Opportunity to Learn and Achievement. ICME-10M*, Discussion Group 14 Copenhagen, Denmark