科學教育學刊
1993, 第一卷第二期, 111-134

EJ51-1993-111

國小學童對測量概念的認識

陳 文 典

國立臺灣師範大學物理系

(投稿日期：81年12月16日，接受日期：82年4月8日)

摘要：以長度、體積和輕重的測量爲題，探討學童一年級到四年級對於「測量」涵義的了解及度量的操作技能。將「測量」概念的認知分成：觀測量屬性的確認及觀測量之比較及排序、應用現成的工具度量、能權宜的運用方便的工具和合適的單位替代使用、換算不同單位的度量值、靈活運用度量策略等一共五個層次。在日常生活中，不同的觀測量由於其常用熟悉的程度不同，對兒童而言學習的難度也不同。能靈活應用測量的概念來解決度量問題的程度也不同 。

關鍵詞：測量、屬性、變因、變量

一、緒　　論

準確的度量在我們每日的生活中是很需要的能力，任何觀察在經過這種量化的過程之後，獲得切實的資料，使我們得以做判斷、下決定。例如「今天冷不冷？」、「這東西太重不要用抬的。」、「這東西太長擺不下去。」……每日生活中冷熱、長短、大小、輕重、久暫、以及東西的「價值」，處處經過量化的評估過程。

國小學童在學習這些觀測量的度量時，由於日常生活的需要，多多少少都已具備一些經驗，不過這些經驗大半局限在常用現成工具的度量上。若是要做一個適應性較爲廣大而且準確的度量，則對於度量的涵義和技能都有再學習的必要。

由於生活經驗爲這類度量學習的基礎，而這類經驗又散佈於其生活環境的各種活動反應之中，究竟如何獲得此類經驗，則不易具體的測度出來。本研究之主要目的在於確定學童對這類測量的學前經驗水準，以便於安排課程和作爲教學的參考，故設計此試驗以便得知此一資訊。另外，這類教學由於學童都已具備相當豐富的經驗，故所欲測量的「變因」(例如長短、冷熱等)概念易於掌握，以及現成度量工具的使用也容易學習。就是這種緣故，在教學上往往以爲學生已經充分成功此項學習而直接的進入更進階概念的學習，或是安排另一種度量工具的學習和計算，而忽略

了對「度量」本身概念的探討。例如一個人會使用溫度計來度量冷熱，並不一定知道「何以這樣量，可以代表冷熱」及「熱平衡的概念」，由於對於「測量」本身的原理缺少了解，以致於在應用度量工具和方法以解決多樣性的問題時，缺乏靈活的應變能力。故此項對「測量」概念的認識之研究，可提供做爲教學「度量」時，教學成效的參考指標。

二、理論與文獻的探討

㈠度量的本質

1. 變因的確認

整個情境的演變，由於觀察的面向不同，其所呈現的「現象」自然不同。例如一幕煮水泡茶的情境，客人有感於主人殷勤待客的熱誠是一個觀察的面向，觀賞茶藝是另一個面向，想到熱能傳輸的歷程又是一個思考的面向，當我們著重於某一面向之時，其餘的面向之現象隱退而不顯著。這也是說在做「觀察」之時，即使是同一情境呈現在眼前，也會因爲個人的性向、舊經驗及目的之不同，各自收集不同的資料，做不同的詮釋。因此，要達成某一特定面相的「觀察」，是需要具備一些有關這方面的知識基礎和聚焦的心理準備的。

當我們注重於某一面向的現象之觀察時，取得的資訊在認知上建立起有組織有涵義的見解，才能使這些觀察的現象獲得意義。經常，這所謂的有組織有涵義的「見解」，其內涵大半是由有限的幾個可確認的變因在現象的變化中，被覺察出它們所扮演的影響角色和影響的程度。這其間涉及到變因的確認和變因與現象之間因果的覺察。例如在煮水泡茶一事中，以熱能傳輸的面向來觀察，沒有經驗的觀察者把熱量、溫度、比熱 (受熱物質的材質) 混合成一個籠統的變因 (暫且給它個代號△)，可觀察到加熱就是把△送入水中，△愈多表現得愈燙。不過，這個變因太含糊，可適用的範圍有限，當我們的經驗擴及到有時候煮的水多，有時候煮的水少的時候，把這兩個經驗合在一起，馬上發現「△」這個變因應該再加以分化，而有熱量「H」及溫度「T」兩個變因的設想，若更進一步累積更多有關「加熱」這方面的現象 (例如不同材料受熱) 的觀察和經驗，必然發現受熱材料的比熱「S」若不另立個變因，就無法解釋這一類的現象。所以，影響現象演變的「變因」之所以能被萃取而「辨識出來」，是觀察之後在認知上歸納所獲得的一種「獨立量」，它扮演其可被確認的角色，也被賦予明確的屬性。

至於究竟有多少的「變因」才足以清楚的描述一個現象？這個問題，至少可有

三個方向來思考：

⑴簡約原則：

當可應用一個「變因」來詮釋相應的變化時，沒有理由把它想成兩個。例如「溫度」代表冷熱程度的量，有關冷熱程度的變化，用「溫度」一個概念足以代表，我們沒有理由也沒有必要把溫度想成「X」及「Y」另兩個變因的組合。例如前文所設想的熱的傳輸現象中「△」這種變因，因爲輸入相同的熱，冷熱變化可有不同，而有必要把「△」分化成熱量「H」及溫度「T」兩個變因。

⑵變因的重要性：

當已發現且被確認爲變因，在某些現象的變化之中，它維持不變或退居不重要的影響角色時，我們稱它爲「參數」，在實驗上被當成「控制變因」。

⑶「變因」是依專注的觀察面向而設的。

例如在談運輸成本時，物體的「體積」、「重量」及「保鮮難易度」是主要的變因，可是，在物價成本的考量中，「品質」及「數量」是主要的變因，而這其間「品質」和體積、重量沒有什麼關係，而「數量」可能指的是體積與重量組合的另一個量。這說明「變因」指的應該是針對某現象的演化而言，它呈現了一種可明確辨識的屬性，對現象的演化具有可觀測的影響關係。

「變因」是被歸納發現的，是依某一屬性而明確被定義成有用的概念，它在現象的演變中，具有影響，其影響是可觀測的，有一定的相關關係可循。

2.變數的創設：

度量肇始於對變因的認定。變因在整個情境演變過程中，具有明確的單一屬性和可觀測的變化，依循因果的關係，觀測「變因」與「應變量」之間的相關關係，使我們了解情境演變的原因。反過來說，我們也可以由「應變量」的改變，訂定度量「變因」的尺標。例如溫度升降，可以使導線電阻改變、氣體體積膨脹(或壓力增大)、使金屬膨脹……，因此亦可由電阻改變的程度、氣體體積膨脹的程度來訂定度量「溫度」的尺標。量化的度量「應變量」及「變因」，是科學觀測的第一步。

變因有單一的屬性，且依此屬性量化度量。度量最根本的特性在於做比較及排序。度量的基準也有各種不同的層次。有時僅限於「大小多少」的排序，例如溫度的高低採用燙、暖、溫、涼、冷、凍等分級標定。至於精確的度量，則需要幾個基本的定量：

⑴固定的參考點：

例如：冷熱的度量時，冰的熔解點、人體溫度、錫的熔解點等等。由於這些

「點」的溫度有其穩定不變的特性，可做爲比較及排序時的參考點。

⑵線性且連續化的參考尺標：

選擇一種依照變因的改變而呈現均勻變化的「應變量」，依照應變量的改變程度來形成一個比較「量值」的變化量線和兩個穩定參考的變因固定點，訂定方便的單位，切分變化量線，成爲變因的度量尺標。例如溫度尺標則選定冰的熔解和沸騰兩個固定的冷熱程度爲參考點，將定量的汞 (Hg) 在此冷熱區域間的膨脹程度切分成一百分 (即相當於一百個參考點)，每一分稱爲 1 ℃，其冷熱改變的程度與日常生活所遭遇的大小相當，故爲合適的測量單位。其他如重量、長度、容量、體積度量的標尺之設計均依照這種辦法，即是變因的量化度量，至少需要固定的參考點及線性且連續化的計量尺標。

此處所指的線性且連續化的變因度量尺標，指的是概念上的，而不一定是指「應變量」的觀測量是線性。例如在探討人受到噪音的侵擾時，對心理的影響時，所測的噪音大小「分貝」是影響聽覺的變因，這分貝實際上是與聲音的物理強度「I」取其對數值 (log I) 成正比的。在度量聲波傳遞能量時，建立的尺標與「I」成正比，在度量心理感受程度時，建立的尺標與「log I」成正比。其他如計量感受星光亮度時，「星等」也是以能量的對數值來當尺標。可見在觀察不同的現象，「變因」認定可能不同，計量方法也不同。

在能量的傳輸中，觀測量「聲音強度 I」是對應於物體振動的能量，而「log I」是對應於人的聲覺感受程度之合適的變因單位。兩者在不同的領域中，均扮演「線性且連續的」變化量角色。當然，有時候直接把「聲音強度 I」的變因取來討論聽覺的問題，不引入「分貝」也是可以的，只是這樣一來，在描述上比較間接複雜就是了。

變因的「量化觀測」涵蓋幾個意義：

⑴它具有明確的單一屬性，在現象的演化中具有可觀測的因果相關關係。

⑵它可經由其對「應變量」的影響，藉應變量的改變程度來做比較和排序它的量值。

⑶有固定的參考點和受其影響而產生均勻變化的應變量可供做線性化的度量尺標。

在線性化的度量尺標測試下，變因的度量得到「量值」和「單位」，例如 5 ℃、3 公尺、2 公斤，爲溫度、長度、質量的觀測量，此觀測稱爲變量在現象的演化過程中和各應變量之間具有的函數關係。

科學的探討，經由現象的觀察，概念化地對各變化量及變因的確認之後，建立起度量的尺標以使用於測量，各變因的變化量經過測量獲得各「變量」。經過量化的測量過程，尋求變量之間因果的函數關係，以了解現象演化的機制。

㈡「測量」概念的認知與操作技能

變因經過測量，在線性且連續的度量尺標上排序，在其變化量線上獲得相應的位置即是量值。測量本身是一種操作的技能，同時亦是一種概念上的認知。在自然科學的一些基本的觀測量如久暫、長短、面積、容積、體積、輕重、冷熱，常是引致現象演變的基本變因，利用時鐘、尺、方格、立方格、秤、溫度計等常用的尺標去度量時間、長度、大小、重量和溫度。這些度量的量值和現象相應的變化量之間的函數關係，正足以反映出變因對現象的因果相關關係。

如何準確的去運用尺、秤、錶、溫度計等去度量長短、輕重、久暫和冷熱，即是一種「技能」。

在認知方面來說，學童體認到取一支尺量一個人的身高時，做度量比較的是「長度」的觀測量，取一支溫度計量一個人的體溫時，做度量比較的是「溫度」的觀測量，這種變因的確認，即是對此「變因」之屬性概念的認識。

另外，對於常用現成的度量尺標的認識：如了解「單位」設定的意思，了解線性且連續化的變量尺標設計及「量值」，即是對單位量的比例值、或是尺標上排序的位置等的意義。

更進一步的，若是對「測量」本身能有較完備和眞確的認識，則學童在必需做測量的情境下，即使沒有常用的現成工具 (如米尺、磅秤……)，也能機變的運用記憶中的工具 (如尺) 去做估計 (如長度)，或任取一合適的長形物體當成「單位」，來從事度量的工作，並且也能將之轉換到一般常用的單位上。有時候，要測量「長度」，也可由「時間」和「速度」合起來的方式測長短，這樣的測量，就包括有和其他的概念的相關關係之認識 (例如長度 = 速度×時間，密度 = 質量 / 體積)，利用這種相關關係，在測量的策略上更能靈活的運用。

㈢文獻探討：

有關測量及儀器使用方面的技能，國內**許榮富** (1986) 曾做過詳細的解析，將此項技能歸成幾個因素：確認觀察物、定量之估計、確認測量工具、操作、讀取數據、單位換算等。**連坤德**、**毛松霖** (1992) 亦在學生實際操作技能上做過詳盡的調查測試，唯這方面的工作較爲側重「表現的技能」。本研究對於測量的解析大致上仍不離這些因素，唯注重在「測量」概念的成長此一向度來考慮，重點不一樣。

關於國小學童對基本觀測量如溫度、長度、容量、體積、重量、時間等的度量能力，這類基本測量的教學策略，如何經由兒童生活上的經驗來引入，以便使學習順暢而自然，則是很有趣且有意義的研究主題。例如 Bourne (1968) 及 Paige (1967) 在談到面積及體積概念的教學時，引用磚塊、彈珠、方格等生活化的「單位」，及用小杯子注多少杯水進入不規則大容器等類似的策略來教面積和體積的測量。其他如 Bachrach (1973), Heard (1961) 談到時間與溫度等較爲抽象的變因之測量的教學策略，這類策略都是以生活化的、自設的度量單位入手來導引學生做度量，而非一開始即運用標準化的工具來學習。

不過也有以標準化單位的尺標之應用來開始學習的，再由標準化的基準發展到靈活運用合適工具和單位做度量，來衡量對測量概念之發展。如 Couvillon (1982) 在探討視覺障礙學童對基本量的度量時，設計一個教學的模式及評量的量表，即以此爲基本構想。首先，他將有關「測量」所涉及的認知內涵分成「概念的認識」和「度量技能」兩大部份，在概念的認識方面，分「覺知」、「傳達」及「應用」三方面去評量。以能比較長短且加以排序，挑出最長的、最短的，就表示「覺知長短的概念」；以能說出那個比較長，它是幾個「迴紋針」長等，爲「能適當運用度量詞彙」；以能運用指定的工具如「迴紋針」去測量桌寬，爲「能應用工具去度量」。至於「度量技能」方面，則分成「能主動尋求更有效的度量方法」、「尋求快捷方法計量」、「換算成大單位計量」、「詢問：度量是什麼？」、「了解度量的涵義」等因素。

在他的分析中，的確照顧到有關度量的各個面向，不過，在認知階層上的分級顯得不夠明晰。

關於測量方面的心理上認知之分析，如 Steffe (1971) 對於學童對「長度」測量的認知心理活動曾做仔細的剖視，由分類 (classification)、比較 (comparing)、排序 (ordering)、計數 (counting) 的心理活動，到轉移 (transitivity)(若 A>B， B>C，則 A>C)、相關 (relations) 等關係的建立，逐一做檢視。其實，其他觀測量的測量與長度的測量在認知心理的本質上是相似的。基於這類既有的研究經驗，參照我們對國小學童之實際教學上的經驗，我們將有關測量的學習依兩個向度來探討它的難易，其一是對屬性的認識 (以現象觀察的角度來說，是「變因」)，如對長度、面積、體積、容積、輕重、時間、溫度等不同的熟悉程度，另一則是對測量本身的認知程度。

三、方法與步驟

㈠研究方法與對象

經過實測的經驗，我們將 Couvillon (1982) 所考慮的涉及測量的因素，以及 Steffe (1971) 提及的測量所需要的認知心理活動，依成熟度自擬分成五個階層。

以「長度」、「體積」、「輕重」三個觀測量的度量爲題，將測量的概念依難度分成：⑴觀測量的確認及對觀測量的比較與排序、⑵能運用現成的工具度量、⑶能引用合適的工具和單位來度量、⑷知道單位與度量值不同及換算、⑸能靈活利用度量策略等五個層次。我們這樣的層次分法，與 Bloom (1956) 所提的概念認知層次：記憶、理解、應用、綜合、評鑑很相似，唯爲了切合科學量化度量的實情，我們稍加調適成認識、運用、理解，綜合、評鑑五個階段，以便迅速的掌握五個層次的大概意義。就我們依測量所列的五個層次之「測量概念」的認識與測試對應的題目，以體積、容積爲例，列於表 1，各題目測試的項目列於表 2。

㈡測試方式：

由於受測的對象是小學一年級到四年級的學生，傳達能力將造成很大的影響，故採取面談及實際操作的方式來測量 (見附錄二)。

㈢測試樣本：

台北市碧湖、金華國民小學及台北縣大觀、中山國民小學，各校一到四年級，各年級隨機挑選兩班測試。共獲得「長度測量」樣本 192 名、「體積測量」樣本 185 名、「輕重測量」樣本 202 名，其中，同時參加三項測試的樣本有 150 名。

㈣資料處理：

本研究所採測的樣本包括國小一、二、三、四年級，認知能力相差很多，再加上所設定的測量概念認識的此個層次，其難易程度也尚屬未知。

一般題目的難易程度可用「百分通過率」P 值來表示，不過，若是樣本的「能力」不是「均勻」的分配 (例如呈常態分配)，則以 P 值反映的「難易度」來判斷題目的難易，在尺標上即呈非線性的變形，尤其是在偏離平均能力較遠的題目上 (很容易或很難的題目)，這種情形更爲顯著。通過率相差很少的值，對應的難易度差值可以差很大。這種情形若是在一個班級對一組題目的統計分析上，影響不很大，因爲題目的難易排序還是可以由通過率研判出來的。可是若是不同程度的樣本群去接受一組題目，或一系列有重疊的題組時，要判定題目的難易程度，並同時研判受測者

表1 測量(體積)的概念

層次	活動流程	評定
認識	活動一：「觀測量」概念之確認、比較及排序。 由比較幾個物體大小的不同，來確定學童對體積概念的認識及做比較和排序的能力。 ○哪個膠泥多，哪個膠泥少呢？ ○哪個體積大，哪個體積小呢？ （膠泥壓扁些，再重複問以上問題）	Q1:屬性 □ Q2:比較 □
運用	活動二：應用現成的工具度量。 會用日常生活中常用的工具（如杯子及水）來度量容積等。 1.知道使用現成的儀器（如量筒、大小杯、公合等）來度量大小。 2.觀察兒童記錄測量結果時，是否「量值」和「單位」齊全。 3.由測量活動中，評定兒童有沒有歸零的概念。	Q3:現成 □ Q6:記錄 □ Q9:歸零 □
理解	活動三：能權宜運用方便的工具和採取合適的單位。 列舉一些物體，要求學生提出度量的辦法，由使用現成儀器到沒有現成儀器時，運用代替品來測量。 1.沒有現成儀器時，知道用相似的工具（如：碗、杯子）來度量（可以提示）。 ○可以用其他的辦法量水的體積嗎？ 2.能提出其他測量的策略。（必須多給兒童一些思考的時間，只要求提出度量的辦法即可，不必操作） ○怎樣知道一大桶的水，它的體積有多少呢？	Q4:自定 □ Q5:應用 □
綜合	活動四：知道單位不同則量值不同，會做等值換算。 藉由使用兩種不同單位測量同一物體的體積。由整個流程中評定兒童對「單位的認識」及「不同單位測量之換算」的概念。 1.再給另一種單位的測量工具，由測量值的不同，來考驗兒童是否認識測量的意義。 ○兩種工具測出來的體積一樣多嗎？爲什麼數字不一樣？ 2.利用上面使用過的兩種不同測量工具，評定兒童能否做不同單位的換算。 ○用（ ）量是（ ）杯，那麼用（ ）量，是多少呢？	Q7:單位 □ Q8:換算 □
評鑑	活動五：靈活運用度量策略。 1.給一誇大且超出生活經驗的測量問題，讓兒童提出解決的辦法，以判斷兒童是否了解測量的含義。 ○水塔（或游泳池）的水有多少，你要怎樣測量？ ○瀑布一年沖下來多少的水，你要怎樣測量？ 2.藉由一些特殊的例子（如茶水供應、自來水供應等評估需要量等問題）了解兒童對「測量」概念的了解及解決度量問題的能力。	Q10:通則 □ Q11:活用 □

表2 題目評量的功能

層次	概念認知	題目
a	「體積」概念之確認、比較及排序	Q1 ：觀測量屬性的確認 Q2 ：依屬性做比較及排序
b	現成工具之運用	Q3 ：能做度量　Q6：能記錄量值與單位 Q9 ：注意到歸零
c	能權宜的運用方便的工具和合適的單位	Q4 ：提出測量的新策略(不必執行) Q5 ：提出測量的另一個策略
d	換算不同單位的度量值	Q7 ：體會不同單位則量值不同 Q8 ：知道不同單位的量值可做等值的換算(不必執行)
e	靈活運用度量策略	Q10：運用相關的變量求本觀測量 Q11：能運用各種策略解決有關體積的問題
其他	操作技能方面	Q6 ：能做完整的記錄(包括量值、單位) Q9 ：歸零的必要性之體會

的能力，則運用拉雪 (Rasch) 的試題反應理論 (item response theory)(Wright，1979, 1982，Hambleton，1984) 將通過率做對數轉換而得的尺標，應更爲準確。

該模式設受測樣本某人 (ν)，能力爲 β_ν，測試題目 (ι) 難度爲 δ_ι，應答一個題目，其答案對的爲「I」，錯的爲「0」。某人 ν 答第 ι 題的成績 $\chi_{\nu\iota}$ (其值爲 0 或 1)，則此人得失的機率爲：

$$P(\chi_{\nu\iota}\,;\,\beta_\nu,\,\delta_\iota) = \exp[\chi_{\nu\iota}(\beta_\nu - \delta_\iota)]/[1 + \exp(\beta_\nu - \delta_\iota)]$$

依此樣本N人，測試題目L題，及測試結果 $\{\chi_{\nu\iota}\}_{\nu=1,L}^{\iota=1,N}$，則由 $\prod_{\nu=1,N}^{\iota=1,L} P(\chi_{\nu\iota}\,;\,\beta_\nu,\,\delta_\iota)$ 之極大值，可推求出最合適的參數 $\{\beta_\nu\}_{\nu=1}^{N}$ 及 $\{\delta_\iota\}_{\iota=1}^{L}$。

依此，各不同的測試，只要其間有部份的題目重疊，即可將題目的難易度，比照著串接成一個難易度尺標。而受測樣本群能力的分配也不會影響到相對難易的判別。

依據**拉雪** (Rasch) 難易度尺標 (見附錄一)，若樣本足夠時，題目難易的指標順序應不致於因爲樣本而有不同。本資料處理，運用 UCON 回遞運算，所得的結果附於表3。

表3 測試題目之難度指標 (UCON 程式)

測試題目 / 項目			Q1	Q2	Q3	Q6	Q9	Q4	Q5	Q7	Q8	Q10	Q11
長短		d	Bottom		-1.27	-0.76	-0.53	-1.91	1.65	-3.24	1.22	4.84	Top
192人		△d	–	–	0.49	0.44	0.31	0.44	0.36	0.42	0.33	0.53	–
體積		d	-3.81	-6.34	-1.76	0.36	-0.49	-0.44	0.51	-0.31	2.12	3.85	6.31
185人		△d	0.66	1.01	0.28	0.25	0.24	0.24	0.21	0.26	0.21	0.28	0.65
輕重		d	Bottom		-3.46	-1.82	0.14	-0.64	1.02	1.88	2.57	3.02	4.61
202人		△d	–	–	0.51	0.24	0.59	0.16	0.15	0.18	0.23	0.28	0.58
三項共同	長度	d	Bottom		-1.90	-1.58	-1.39	-2.11	0.13	-2.40	-0.22	1.77	3.72
		△d	–	–	0.39	0.36	0.29	0.38	0.30	0.34	0.30	0.26	0.31
	體積	d	-4.33	-6.90	-2.25	-0.02	-0.80	-0.92	0.08	-0.75	1.72	3.37	5.74
		△d	0.48	1.12	0.33	0.23	0.29	0.25	0.25	0.27	0.24	0.30	0.61
150人	輕重	d	Bottom		-5.03	-3.53	0.47	-1.45	1.58	2.83	3.82	4.03	6.31
		△d	–	–	0.53	0.37	0.23	0.36	0.25	0.29	0.38	0.44	0.78

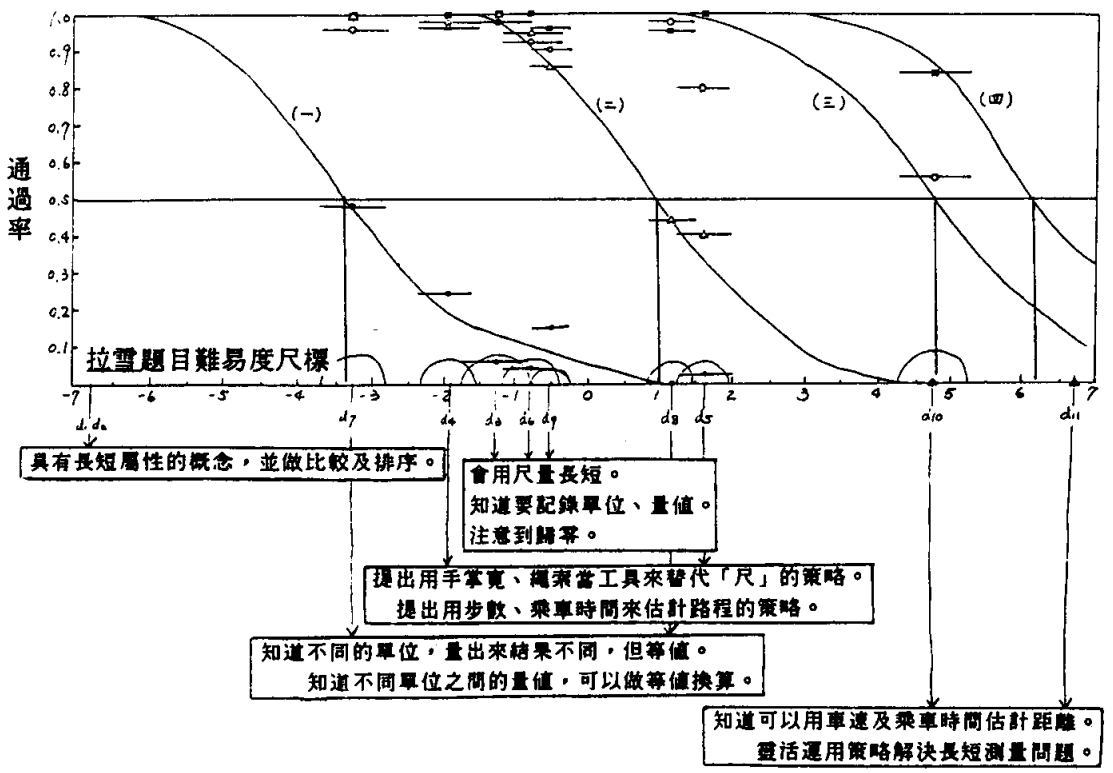
四、結果與討論

根據我們實測結果，一般的說，對於「長短」、「大小」、「輕重」屬性的認識，學童在一年級或更早就已經具備了，受測學童均能依此屬性做比較和排序。

運用現成的工具如用「尺」量長短、用「秤」量輕重、用「容水多少」量容積，在低年級也都沒問題。可是，顯然的，對「公分」的運用就比對「公尺」要靈活多了，這表示與學童生活經驗密切相關。這種「生活經驗」因素，影響很大，例如許多學童一直到四年級，在量輕重時，都局限於「公斤」的應用，很少用「秤」以外「等效」的方法來做測量，例如以物體的變形、受力運動的改變大小等。這也可顯示在「測量」的教學中，大半局限於很標準化的公制度量之運用來直接教學，較少從測量的基本涵義：「測量是一種比較，量值是針對某一基本量的比值」這方面去探討。在教學上，大致採用「用多了，就會了」的實做策略，這在「長度」測量方面的確是如此，生活中用「公分」、「公尺」，「掌寬」、「步數」，用得多了自然就會了 (二年級以前就能主動採用不需「尺」的工具來度量長短了)。可是在

「輕重」方面，就比較少有這種不用公制化的機會了，結果測量「輕重」時，若要求不用「秤」而改用相當的工具來衡量輕重，竟然延到四年級才能主動提出其他的策略。

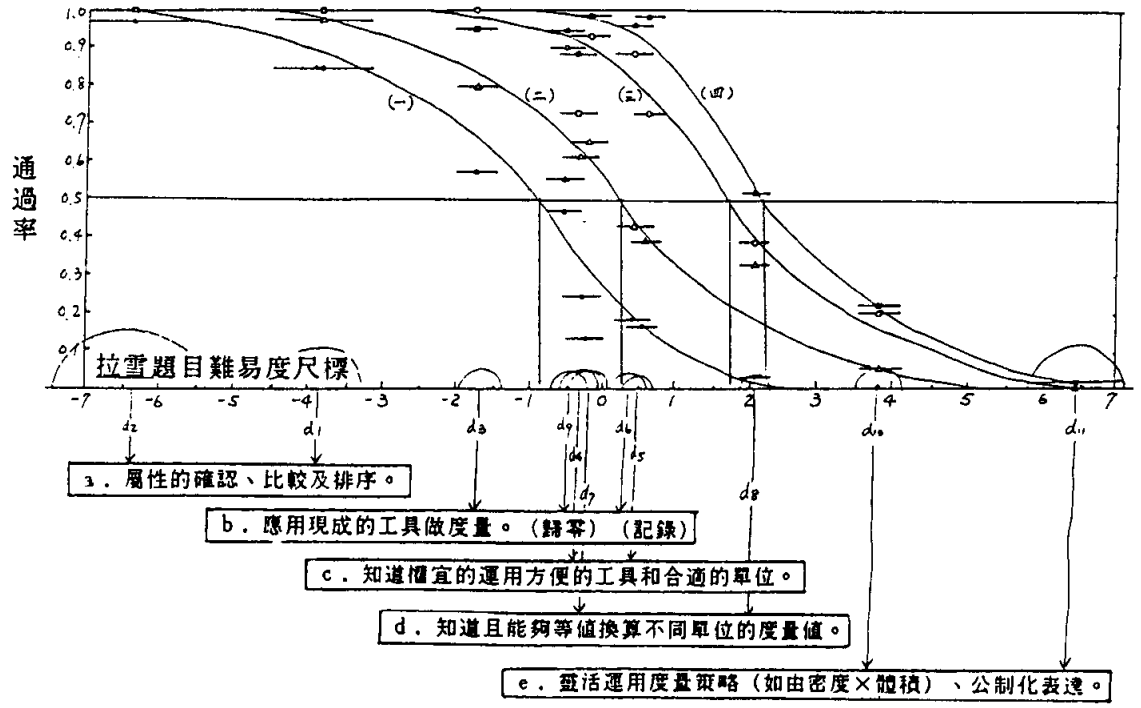
一項變因的測量，主要包含對變因之「屬性」概念上的認識和對「測量」概念上的認知。有關「長度」、「體積」、「輕重」測量的認識發展實況，我們依照這兩個向度，將認知的層次分成五個等級，且將測試的結果分述於圖 1：長度測量的認識，圖 2：體積測量的認識，圖 3：輕重測量的認識及圖 4(a)、(b) 學童測量概念的發展。



* 一、二、三、四代表年級，di 值愈大表示愈難，以通過率 50% 做爲該年級「能力」的指標。

** 顯示一年級的學童對於「長度」已有明確的認識，並能依長短做比較排序。有一半的學童知道可用不同的「尺」來量，結果雖然量值不等，但長度一樣。二年級的學童在運用各種方法度量方面，已有很多種策略了。但是，能很自然的運用車速和行車時間、視角變化等估計距離，則有待高年級之後，對於相關概念認識逐漸豐富，以及藉助於生活化的教學，才能使長短的測量靈活的應用來解決問題。

圖 1　長度測量的認識



* 一、二、三、四代表年級，di值愈大表示愈難，以通過率50%做爲該年級「能力」的指標。

** 大小的概念在一年級以前都已很明確的認識。至於比較大小的容積，即使一年級的學童也知道用水和杯子(單位)去度量，但是對於量值不同是由「單位」的大小所引起的，則在二年級始普遍的覺察。知道不同單位的量值之間可做等值換算，則在三年級。應用測量關念解決日常生活上的問題，例如解決不規則物體的體積測量問題、估計茶會需要水量的問題，即使到了四年級都提不出好的測量辦法。

圖2 體積測量的認識

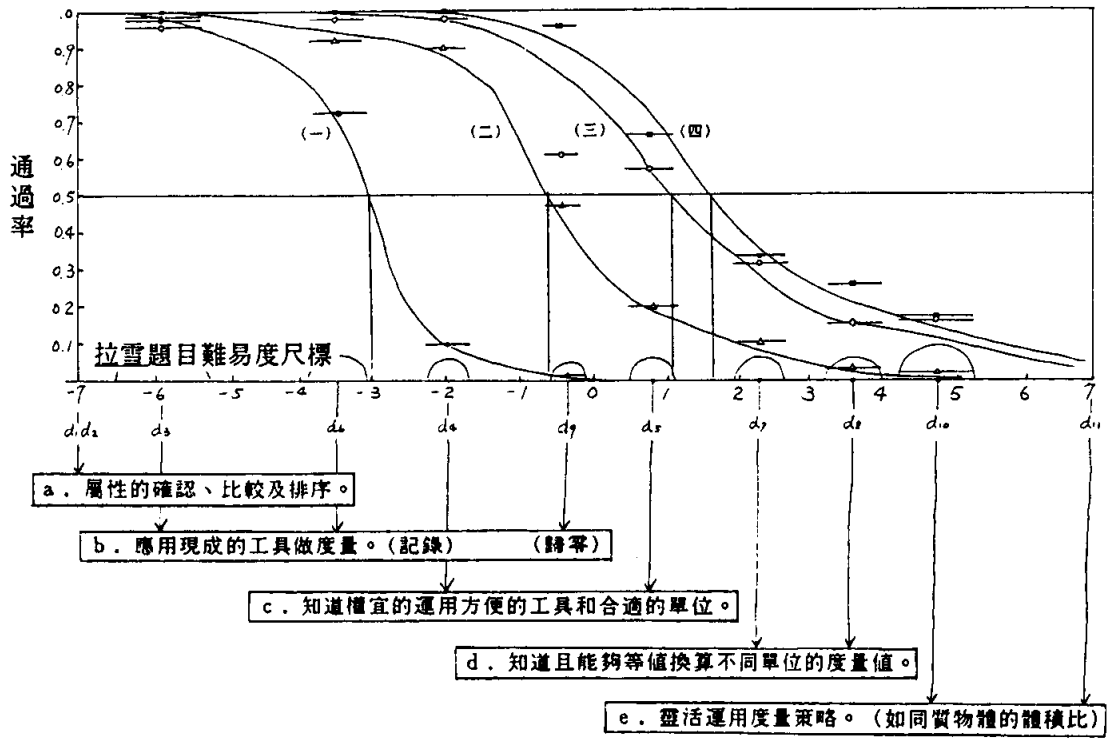
五、結論與建議

結論一：

「測量」概念的認識，五個層次的劃分，由實測結果似有意義。

結論二：

學童在一年級時，對於長短、大小(體積)、輕重的概念都已分辨得很清楚。並且能依此特徵(屬性)估量、比較且排序。



*一、二、三、四代表年級，di值愈大表示愈難，以通過率50%做爲該年級「能力」的指標。

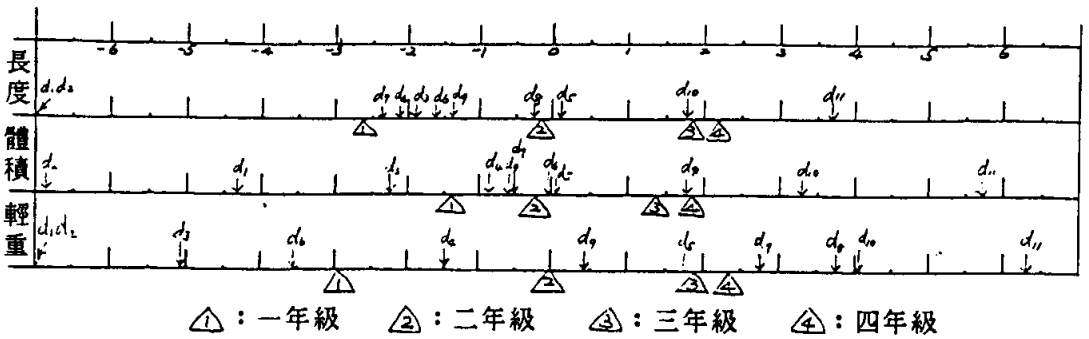
**對於輕重屬性的認識在一年級以前就很明確了(d1, d2 Bottom表示太容易)。二年級知道使用磅稱，但是對於「單位」概念仍不清楚，不管什麼單位，可能都稱爲「公斤」，這項單位的覺察，三、四年級就有約半數的學童能夠注意到了。至於應用別的關測量如力用密度及體積估計重量，利用大塊切分的觀念估計小塊的重量等巧妙的測量策略以解決問題，則俟高年級之後才具有此能力。

圖3 輕重測量的認識

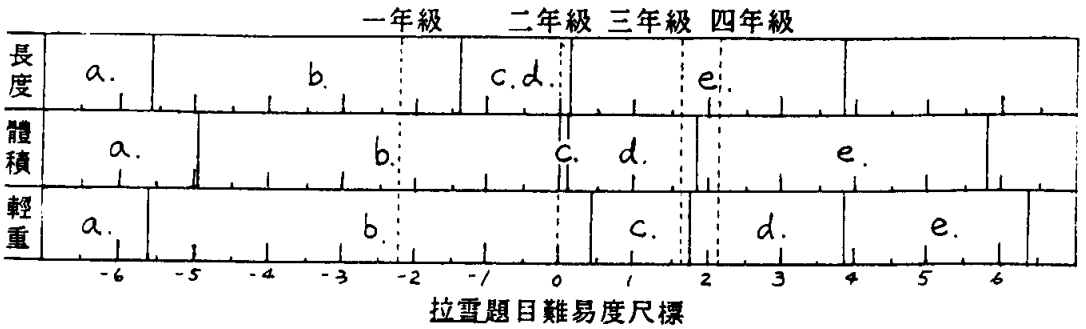
結論三：

不同「變因」的測量，兒童學習的難易度不同，這個原因顯然與兒童對「變因」的熟悉與常用程度有關。「長短」最容易，「輕重」的度量的學習比較難。生活的體驗，是學習成功的重要因素。長短的度量，運用米尺、掌寬、步伐、手杖等不同的工具來測量。容積的多少，運用杯子和水來測量，都是日常生活中經常使用的技能。在國小低年級時都已具備這類的經驗，安排這類的學習，

學童測量概念的發展 (a)*



學童測量概念的發展 (b)**



a. 對觀測量屬性的確認，並能依此做觀測比較及排序。
b. 能運用現成的常用工具度量。(會運用、做記錄、知道歸零等技術)
c. 能權宜的運用方便的工具，選用合適的單位做度量。
d. 體會單位不同則量值不同，知道可做等值的換算。
e. 能靈活運用度量的策略。

* 本表依據 150 位同是接受長度、體積及輕重測量之測試學童，所訂下的拉雪題目難易度尺標，此尺標與個別項目分開計算結果略有不同 (例：一年級在 −3 ～ −1.5 之間)，此原因乃在於樣本數不同。唯不管一、二、三、四年級，皆在標準差範圍之內，故可視爲單獨評估與聯合評估，結果一致。

** 對於一項「觀測量」的「測量」，觀測量不同，對於該屬性的認識程度不一，形成的難度亦不一，最容易體會的是「長度」。對於「測量」技能的角度來說，使用現成常用的工具最容易。

一般的說，這類測量的學習是生活上常運用的需求促成的，習焉而不察的居多，眞正體會到「單位」及「量值」涵義的，要到中年級。至於靈活的運用觀測量之間的關係，相互推求估量的測量策略，則有待高年級或國中之後，再行學習。

圖 4

是毫無問題的。唯輕重的度量，生活中只用磅稱，單位上只用公斤、公克，很少以自定的單位和自設的工具來解決輕重度量的問題。由於這方面經驗的陌生，使得輕重測量的學習，在第五個層次「靈活運用度量的策略以解決問題」顯得遲緩。

結論四：

學童雖然已具有「變因」屬性的了解，也會使用標準化的工具度量，但是，一旦不用標準化的工具，其權變的利用「其他工具和單位」來做度量的能力卻下降了許多，這表示教學上應該多生活化、多樣化以及以解決問題的方式來施救，才能使學到的「度量」，切實的應用來解決問題，而不是書本上的計算。

結論五：

度量策略的靈活運用，需要較豐富的相關知識和生活化的教學幫助。如用坐車的時間和車速去估計車程，用流水速率和時間去估計流量，用形變的程度去估計輕重，這類間接運用其他的觀測量，藉著變量之間的關係，來度量某一待測量的策略，需要對觀測量之間的關係具有深刻熟悉的領會，才能自然自主的加以引用來解決度量的問題。

這類的度量策略，只有長度的測量在四年級時能提出辦法，至於體積與輕重方面，大致上都無法提出這類間接的度量策略。

建議一：

本測試的結果，顯示不同「變因」的度量，學習難易有差別，在設計小學自然科教材時，適時的安排合適的單元來教學。

建議二：

教學不宜固守在制式的度量技術和計算上，宜由解決問題的實況中，漸漸引入度量，比較的需要，了解「度量」本質上是一種比較，「單位」是比較的基本量；不限於「公尺」，「公斤」等。這樣學到的「度量」技能才能靈活應用來解決生活問題。

建議三：

應用變量與變量之間的關係，間接求本變量，(例如：火車走了五小時，這路程可能 300 公里) 在生活上很實用，但具備的基本知識較多，宜安排到高年級去學習。

謝　詞

承蒙中研院林妙香教授介紹有關 Rasch model 的難易度尺標表示方式，並在統計計算上予以協助，特別於此致謝。

參考文獻

1. 許榮富 (1986)：科學過程組織因子分析研究。中日科學教育研討會。台北，國立台灣師範大學。
2. 連坤德、毛松霖 (1992)：高中生物理科測量及儀器使用技能之評量工具研究。中華民國物理教育學術研討會。台北，國立台灣師範大學。P155。
3. Bachrach, B. (1973). No time on their hands. *The Arithmetic Teacher*, 1973 Feb. pp 102–108.
4. Bloom, B. S. et al. (1956). Taxonomy of Educational Objectives, Vols. 1 & 2, David Mckay Co. Inc., New York.
5. Bourne, H. (1968). The concept of area. *The Arithmetic Teacher*, 15, 233–243.
6. Couvillon, L. A. & Tait, P. E. (1982). A sensory experience model for teaching measurement. Visual Impairment and Blindness/September, PP 202–268.
7. Hambleton, R. K. & Swaminathan, H. (1984). Item Response Theory. Boston: Kuwer Nijhoff Publishing.
8. Heard, I. M. (1961). Developing concepts of time and temperature. *The Arithmetic Teacher*, 8, 124–126.
9. Paige & Jennings. (1967). Measurement in the elementary school. *The Arithmetic Teacher*, May 1967. pp 354–357.
10. Palumbo, T. J. (1989). Measurement Motivators. ISBN–O–86653–500–4.
11. Steffe, L. P. (1971). Thinking about measurement. *The Arithmetic Teacher*, May 1971. pp 332–338.
12. Wright, B. D. & Masters, G. N. (1982). Rating Scales Analysis. Chicago: MESA PRESS.
13. Wright, B. D. & Stone, M. H. (1979). Best Test Design. Chicago: MESA Press.

附錄一：拉雪 (Rasch) 題目難易度尺標

評定題目難易度最簡便的方法可以由受測群受測後的通過率 p 或成績來估量，通常這種方法很快的可以獲得題目之間相對的難易程度。其缺點則是此項指標因受測群的「能力」而改變，不過這項困難，即使更換別的方法也是避免不了的。

拉雪 (Rasch) 的尺標最簡略的說，是將通過率 p 做一種「對數」的對換，所訂出的尺標。不過這種說法過於簡略，容易失眞，在此稍加說明 (詳細解說可見一般 item response theory 或 Wrighat, B. D. (1979)) ：

若是某人 (ν) 能力爲 β_ν，某題目 (ι) 難度爲 δ_ι，應答一個題目，其答案以「對或錯」論斷，其測試值 $x_{\nu\iota}$ 爲「 1 或 0 」。則依 Rasch model ，得失的機率

$$P(x_{\nu\iota}\,;\,\beta_\nu,\delta_\iota) = \exp[x_{\nu\iota}(\beta_\nu-\delta_\iota)]/[1+\exp(\beta_\nu-\delta_\iota)] \qquad (1)$$

依此，可以由受測樣本 N 人，測試題目 L 題，及測試結果 $\{x_{\nu\iota}\}_{\nu=1,N}^{\iota=1,L}$ 中 ， 去推求「最合適」的樣本群每個人的能力 $\{\beta_\nu\}_{\nu=1,N}$，及各題目的難度 $\{\delta_\iota\}_{\iota=1,L}$。

設各題目在 N 人受測時通過數爲 $\{s_\iota\}$ ，個人在 L 題中答對數爲 $\{r_\nu\}$ ，將此做一個「對數」的轉換，定義

$$x_\iota = \ln\left(\frac{N-s_\iota}{s_\iota}\right)$$

$$y_\nu = \ln\left(\frac{r_\nu}{L-r_\nu}\right)$$

以 $\{x_\iota, y\ \nu\}$ 代替 $\{s_\iota, r_\nu\}$ ，其單位稱爲「羅吉」(logits)。

相對於整體而言，受測群的平均能力設爲 M ，相對於題庫而言，題目的平均難度爲 H 。

以「羅吉」單位建立了尺標

$$\beta_\nu = H + G_x y_\nu$$

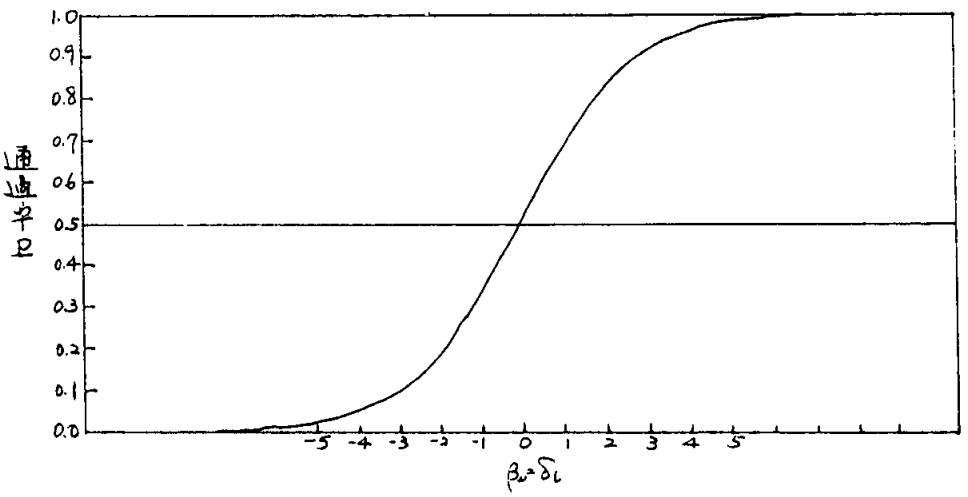
$$\delta_\iota = M + G_y x_\iota$$

式中 G_x、 G_y 與樣本數、測試結果有關，但基本上是一種「單位大小」的修正量，不更改各題目難易度的排序和間隔之間的比例。若單一測驗，不與其他測驗毗連，則可設 H 及 M 爲零，訂尺標的基準，或調節其值使 $\sum_{\nu=1}^{N}\beta_\nu = 0$ 和 $\sum_{\iota=1}^{L}\delta_\iota = 0$ 皆 可。因爲這只是尺標的橫移而已。

不過若有一系列的測試，一系列的不同受測樣本時，各項測試的 H 與 M 可當成接續各尺標的參考點，至於想進一步了解其他如模型運用的適合度之評估等的說明，則只有詳看其他文獻。

由「對數」轉換可見，原先的通過率 p，與「羅吉」尺標上有些對應性質：

對應曲線



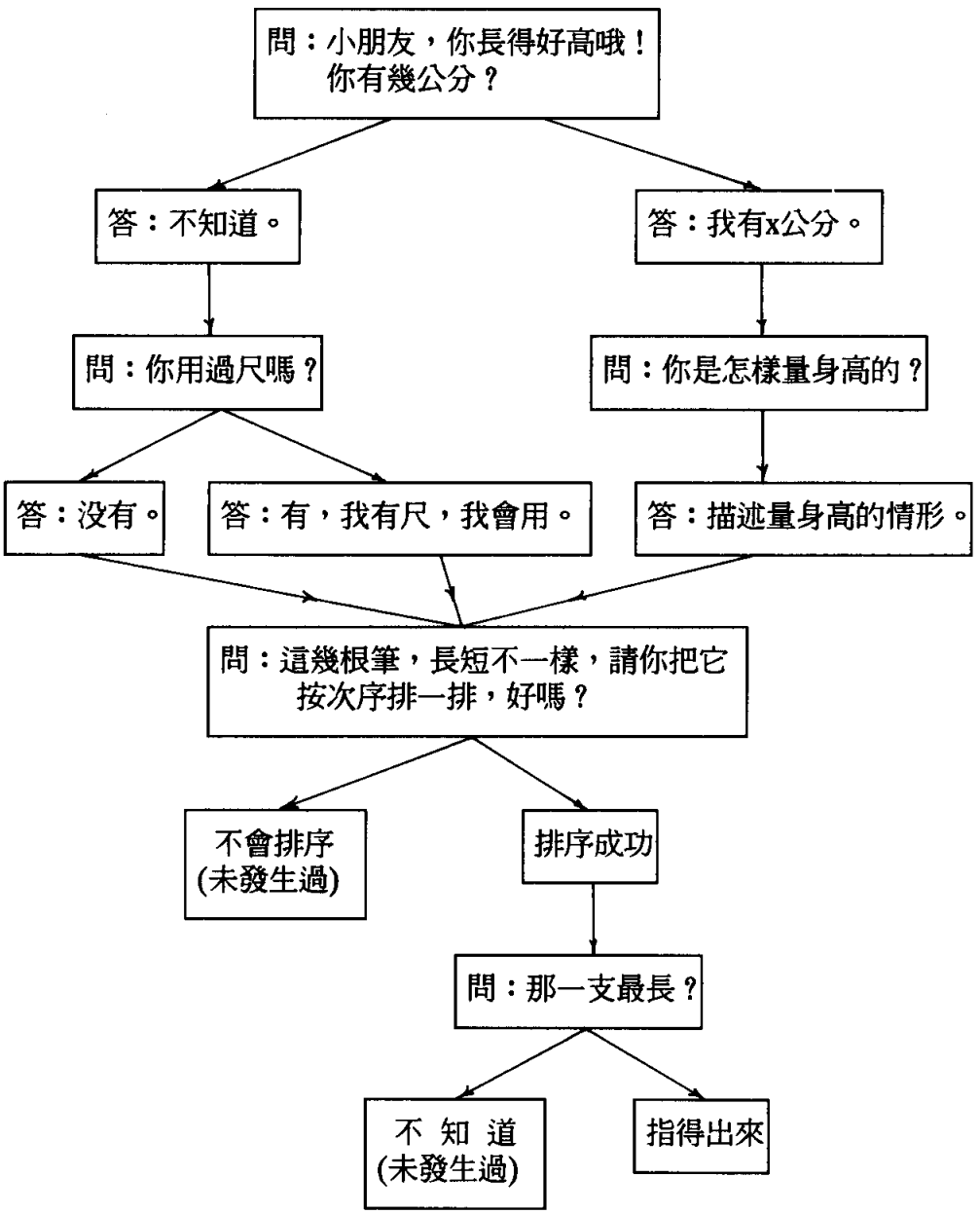
$$P(x_{vi} = 1 ; \beta_v, \delta_i) = \frac{e^{(\beta_v - \delta_i)}}{1 + e^{(\beta_v - \delta_i)}}$$

顯示：在通過率 0.5 附近，Rasch 難易度尺標與通過率成線性關係，可是通過率 0.0 及 1.0 附近，些微的通過率差值，引起 Rasch 尺標上很大的不同。

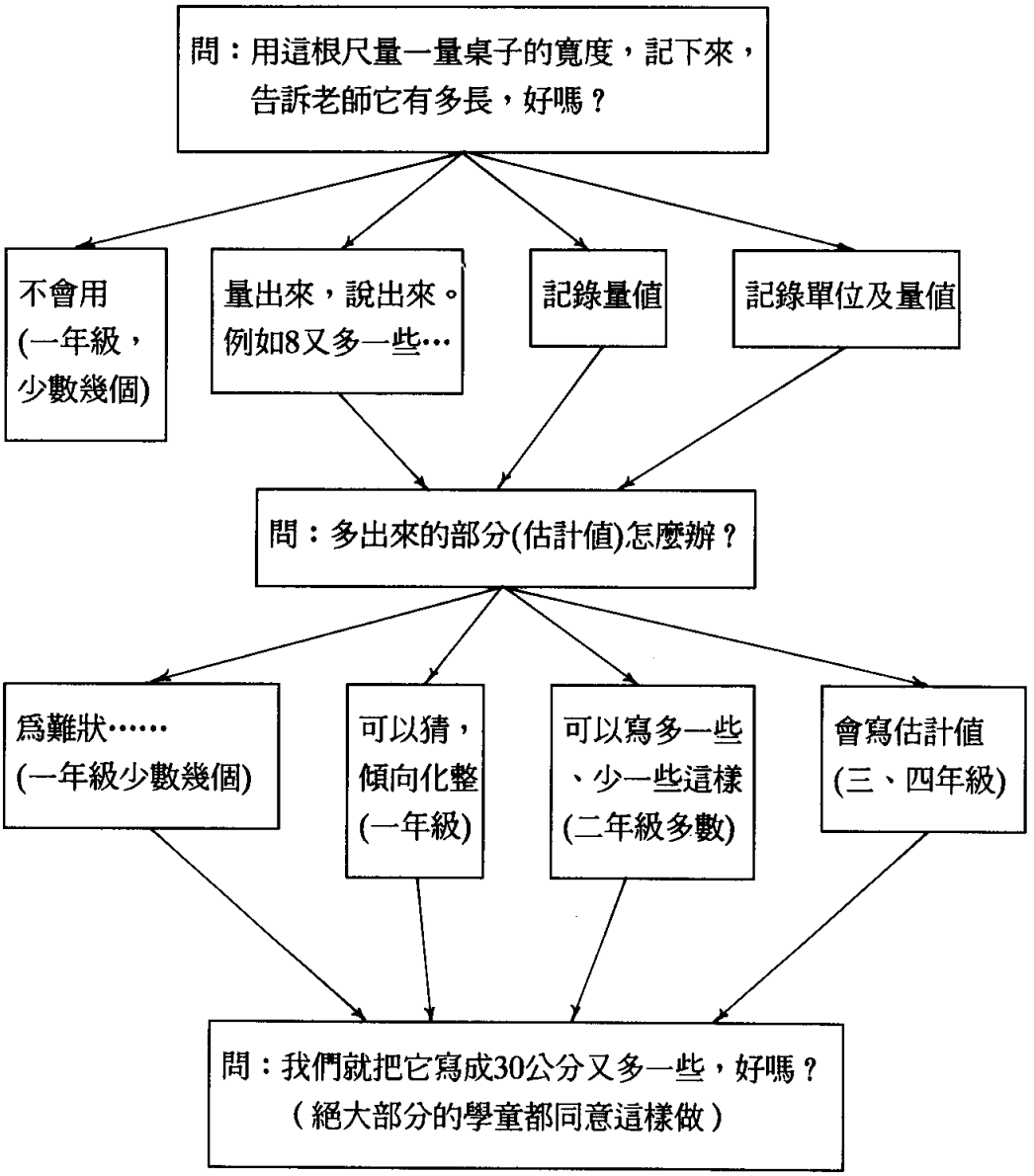
附錄二：施測實況略記

以測試「長度」的過程爲例，說明大致上實測的情形如下：

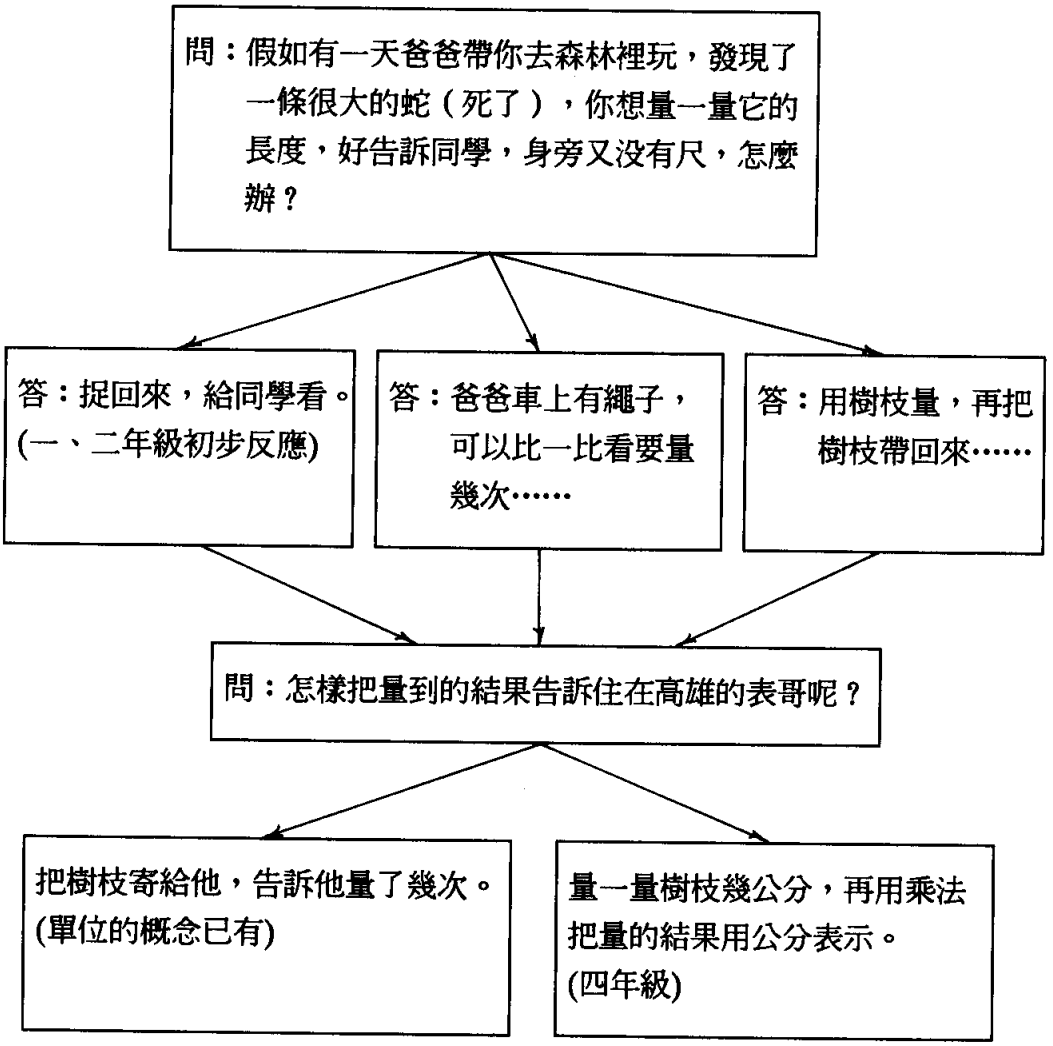
㈠對觀測量屬性的確認，並依此做比較及排序



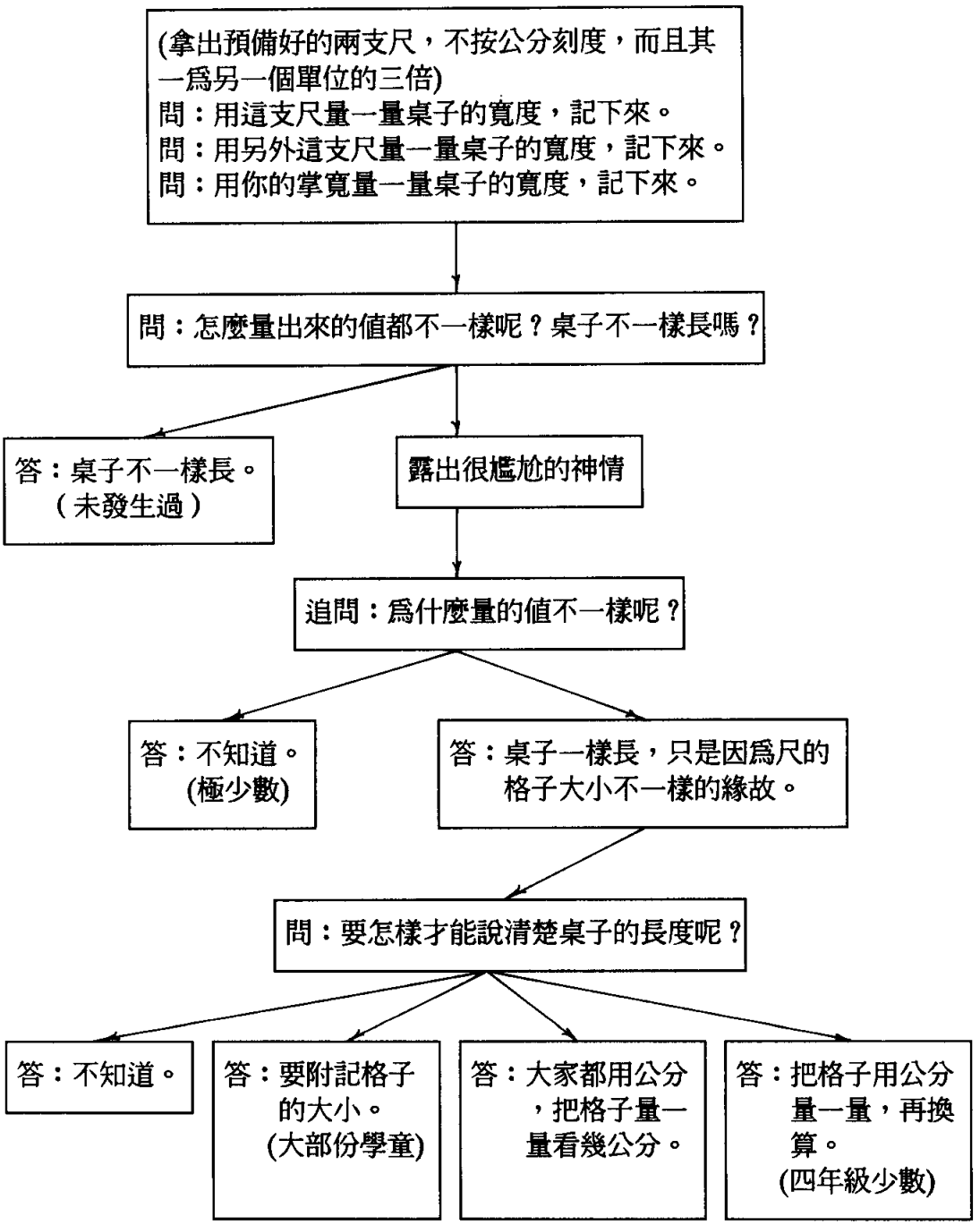
㈡應用現成的工具度量


問：用這根尺量一量桌子的寬度，記下來，
告訴老師它有多長，好嗎？
不會用
(一年級，
少數幾個)
量出來，說出來。
例如8又多一些…
記錄量值
記錄單位及量值
問：多出來的部分(估計值)怎麼辦？
爲難狀……
(一年級少數幾個)
可以猜，
傾向化整
(一年級)
可以寫多一些
、少一些這樣
(二年級多數)
會寫估計值
(三、四年級)
問：我們就把它寫成30公分又多一些，好嗎？
（絕大部分的學童都同意這樣做）

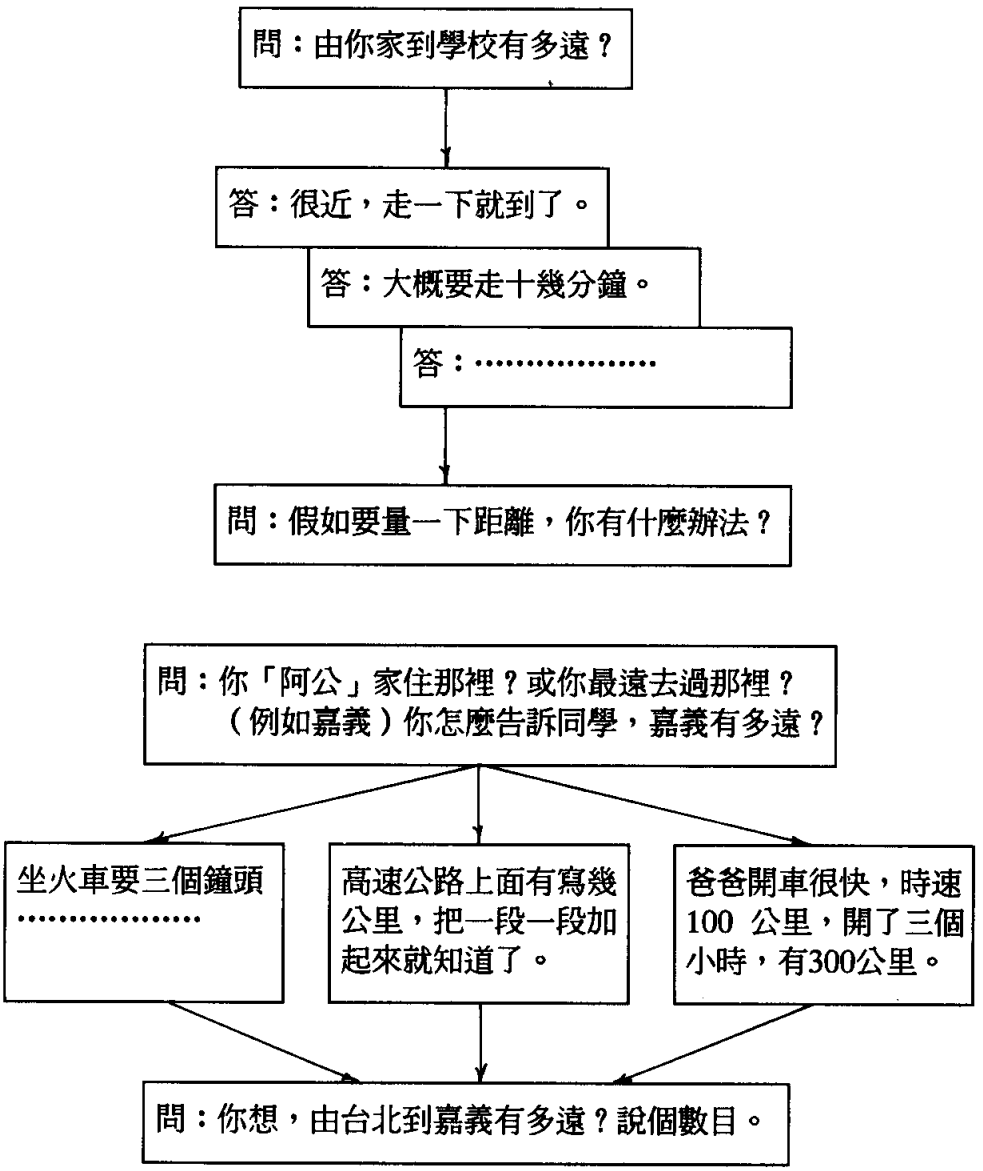
㈢能權宜的運用方便的工具和選用合適的單位



㈣等值換算不同單位的度量值



㈤靈活運用度量策略



大致上測試的過程就是在這種半聊天、半操作的方式下進行。此項評量主要的在於探討兒童是否已具有「學習」這方面測量的能力，故採取的是「低標準」，即是「能夠學習」而不是「已經會了」的標準。

Measurement in the Elementary School

Wen-Den Chen
National Taiwan Normal University

Abstract

This paper represents a survey of measurement of attributes in the elementary school. A face-to-face perform test had practiced in the ifrst to fouth grade students about length, volume and weightmeasurements.

We suggested a model of division for the profound sigificance of measurement into five levels: (a) Destinguishing, identifying the attributes and making comparison, seriation. (b) Using a convenient apparatily accuracy and reading, recording the data correctly. (c) Selecting a fit substitutive tool and choosing a suitable unit and can make a equivalent conversion. (e) Applying the relationship of attributes and effective stratagem to ameasuring problem.

The results of this test show that before grade one, students have well reached (a) level already. But the progress of next (b), (c), (d) steps is different in each attribuet. The "length" measurement is the most easy to handle among these attributes.

Most students failed in level (e), using the relationship between attributes and other varialbes to estimate or suggesting clever strategem to solve flexuous measurement problems. This fact revealed that most of the students before grade four is poor in these concerning knowledge and do not ready to study or to solve such kind of problems.

Key Words: measurement, attribute, variable factor, variable