科學教育學刊
2002, 第十卷第一期, 87-107

Chinese Journal of Science Education
2002, 10(1), 87-107

國小班級數學討論活動可行方案之探討

陳淑娟[1]　劉祥通[2]
[1]嘉義縣中埔鄉中正國民小學
[2]國立嘉義大學 數學教育所

（投稿日期：民國 89 年 7 月 31 日，接受日期：91 年 1 月 7 日）

摘要：本文以合作行動研究法，結合二位作者及一位研究教師，進入一個五年級班級，探討數學討論的實際運作，研究過程經歷一個學期四個教學方案的演變，也評估各個方案的成效與缺失，然後又從佈題、引導策略、與教師角色方面加以討論。最後，作者又結論出可行的方案，並提供省思與啟示。

關鍵詞：合作行動研究法、數學討論、教學方案、小學數學。

壹、研究背景與目的

長久以來數學科一直是國小科目中最容易引起焦慮，也是最感到困難的（詹志禹, 1997）。根據鍾思嘉、林青青和蔣治邦（1991）的研究，隨著年級的增加，學生對數學的興趣愈顯得低落。的確，在許多的數學教室裡，一向只有老師講述公式的聲音，學生是跟著老師後面走的計算器，正確快速的求得答案是數學課唯一目標，造成數學課只是重複的計算，甚至是背誦答案。這種只著重在規則和解題技巧的數學課，對學生來說這是無意義的機械式學習，並未真正的理解概念。因此，數學變成枯燥乏味的代名詞，許多學習的樂趣因而喪失了。其實，讓學生真正參與學習，是提昇兒童對數學學習興趣的重要關鍵，而進行數學討論活動或許是促使學生能真正參與學習的有效方式。

從數學教育的內容和目標來看，教室裡的討論活動更是現代數學教育重要的一環。美國教師協會（National Council of Teachers of Mathematics，簡稱 NCTM）在 1989 年發表的課程與評鑑標準中，溝通被視為數學教育課程與評量的四大範疇之一，「溝通」所強調的即是透過教室中的溝通討論，讓兒童能自然的運用數學語言和符號，並瞭解數學討論是學習數學的重要部份（NCTM, 1989）。Andrews (1997) 更強調，要讓學生能夠享受做數學樂趣的最好途徑，便是在教室中鼓勵真誠純正的溝通討論。

隨著哲學思維的轉變，現今的數學教育希

望能培養學生解決問題的能力及講道理的精神，透過質疑、辯證、歸納的方式獲得概念的真正理解。在教學上更是強調群體解題文化的培養，亦即教學活動需包含群體的討論活動（甯自強，1993）。而另外依據認知心理學及符號互動論的觀點，透過溝通討論可讓兒童與他人相互辯證，促成自我反省和調整，有助於概念的澄清和擴展。由此可知，數學討論活動不僅是數學課程中重要的一環，更是促進學習內蘊化達成學習目標的重要途徑。本研究探討國小教師的數學討論活動分成教師的困難與可行方案二部分，前者已出版在教育研究資訊雙月刊（陳淑娟和劉祥通，2001）。

本文旨在結合理論與實際的合作行動研究，深入一個五年級的數學教室長期觀察及訪談，分析兒童及師生討論歷程，探討教師引導數學討論教學的方案，提出現行國小環境中引導數學討論的可行方式。

貳、文獻探討

在近年來的新的學習風潮中，師生及同儕間的討論活動已成為數學教學中不可或缺的重要部分（劉錫麒，1993），尤其NCTM (1989、1991)將數學溝通列入K到12年級的評鑑與教學的標準之一，更喚起數學教育者對討論辯證的重視。反觀國內近年來所提倡的建構式數學學習，亦把教室中的師生及同儕間的討論視為教學過程的主要部分（劉錫麒，1993；曾志華，1997），可見討論活動對於現今數學學習的重要程度。至於討論活動對於數學學習究竟有何影響，其理論基礎為何？以下分別從Piaget的知識發生論、Vygotsky的社會互動論、以及討論在數學學習上的價值等三方面來闡述。

一、Piaget的知識發生論（gentic epistemology）

Piaget一生之中，最感興趣的問題就是：了解個體如何認識周遭的世界。他認為個體是主動去認識外在的的世界，而不是被動的吸收知識（陳淑敏，1996；張春興，1994）。從Piaget的觀點而言，知識的成長也就是認知的發展，在知識的形成過程中，他強調個體與外界「互動」的重要性，個體雖有某種認知結構存在，但並非天生固定的結構，此認知結構在個體與外界的互動中不斷的改變與成長，此即是認知的發展（陳淑敏，1996）。

而影響認知發展的因素有成熟、經驗、社會互動與傳遞、平衡作用等四個(Piaget, 1969)。前三個因素最後都需透過個體的同化與調適的心理作用（平衡）才能達成認知發展的功能，因此平衡作用可說是四個因素中最重要的。而同化與調適的心理需求則是起源於個體與外界互動過程中所產生的知識衝突，亦即是新、舊知識衝突造成的不平衡狀態，這也是Piaget理論的重心。他並不否認社會互動對認知發展的影響，Piaget主張社會專屬知識(social-arbitary knowledge)—語言、價值、規則、道德及符號系統，只有在與他人互動中方可學得（周立勳，1994）。甚而在邏輯數學的思考上，促使兒童自我中心概念失衡及提供兒童有效的邏輯觀念之回饋，同儕互動亦十分的重要。Piaget相信若同伴間擁有共同智能價值(intellectual values)的用語，且能保留彼此的命題(propositions)進行交互的處理，則藉由同伴的思考互動便能相互刺激出認知上的衝突，增進彼此的認知成長(Tudge & Rogoff, 1989)。

從Piaget的理論中，可知運思與互動是同時出現的，個體內的運思活動與外在的互動是一體兩面。故在認知過程中，鼓勵思考與討論有助於發展較高層次的認知（劉錫麒，1993）。據此，在數學教學上教師應安排讓學生能夠進行思考與相互討論的學習情境，提供學生某種困難問題，讓學生產生認知失調，以

激發學生的思考活動，並引導學生進行討論互動，尋求認知的平衡，促進認知的發展。

二、Vygotsky 的社會互動論

Piaget 從知識發生的角度，探究兒童的思考發展；而 Vygotsky 則是從社會歷史的觀點，探究兒童心理的發展，強調社會文化環境對個體心理發展的重要性，其關心的焦點在於「兒童如何透過與他人的互動歷程獲得知識」。

Vygotsky 認為智慧及智能運作是蘊藏在社會文化之中的(Tudge & Rogoff, 1989)，他所謂的「社會」包含個人與他人意念的「關連」(relations)，易言之，即是個體與他人達成意念的溝通。個人藉著與他人意念之溝通歷程，他的心智功能才得以開啟並發展（游麗卿, 1996），可見「與他人溝通」是兒童認知成長的媒介。而與他人溝通的心理工具或符號中，Vygotsky 特別強調「語言」在思考發展上所扮演的角色，他相信當個體利用語言符號與他人溝通時，由於有觀點上的互動辯證，這些觀點進而深化為個人內在思想體系的一部分，這就是語言的思考（陳淑敏, 1996）。換言之，人們的思考活動來自於與他人的語言辯證，個體在與他人進行討論過程中，藉由「語言的思考」將新的概念逐漸內化成新的心智架構。

而與他人的語言辯證所以能內化為個體的思考活動，形成更高層次的認知發展，Vygotsky (1978)又以「近側發展區」(zone of potential construction)的概念為說明。他相信在成人或更有能力同伴的協助下，兒童能完成比自己一個人可以完成的較多的工作或學到比一個人獨自能學到的更深入的知識(Gallssman, 1994)。依其所見，兒童之間的討論互動所以能促進認知的成長，是因為年紀相當的兒童，較可能於彼此的「近側發展區」內運思，在合作互動行為中的示範較兒童個人所能表現的更深入（周立勳, 1994）。基於此觀點，在數學教學中欲讓兒童進行思考，學得新概念和知識，則需讓兒童有針對新概念進行語言辯證、互相討論的機會。若在教學中兒童沒有進行溝通討論，那麼兒童的思考可能沒有那麼深入，也會減少許多獲得新知識的機會。

另外，從認知精緻化的觀點而言，其不同於認知發展的觀點主要是在於對學習者資訊的處理影響認知的精熟度之假設（周立勳, 1994），許久以來認知心理學的研究，已指出若要將習得的資料保留於記憶中並與記憶中的舊資料產生關連，學習者必須以某種方式對學習材料進行「認知重構」(cognitive restructuring)或精緻處理，其中最有效的方法即是向人解說學習內容。此一觀點早已獲得許多研究所證實（如 Webb, 1982a, 1982b, 1984a, 1984b, 引自周立勳, 1994），並且實際的應用於合作學習的教學情境中（如 Dansereau, 1988; O' Donnell *et al*., 1986; O' Donnell & Dansereau, 1993，引自周立勳, 1994）。

綜觀 Piaget 和 Vygotsky 兩人對於認知發展的論點，可發現他們立論雖然不同，但可由互補的角度分析兩者的理論(Ayman-Nolley, 1988; Brown, 1988)。不論不同或互補，不可否認的是兩人都注重互動中與他人思考分享的歷程(Tudge & Rogoff, 1989)，都強調透過討論分享可以促進認知的成長（柯華葳和幸曼玲, 1996）。

三、討論在數學學習上的價值

對兒童來說，運用語言去表達思想是很自然的反應。談話是他們認識世界的方法(Andrews, 1997; Mason, 1998)，兒童的非正式學習，常是伴隨著不斷的談話而產生的(Andrews, 1997)。

自從在英國數學教育界深具影響力的 Cockcroft Report (1982)，提出教室中師生及同儕間的討論，是任何年級數學課程的根本重點

後，為數學課程帶來很大的轉變(Brissenden, 1988)。陸續有多位學者分別從不同的面向去探討數學教室中的討論活動，對於討論在數學學習上的價值也獲得了實徵證明（如：Andrew, 1997; Lo, Wheatley, & Smith, 1994; Mercer, 1985; Phillips, 1985; Vetter, 1994)。

Mercer (1985)將研究重心放在教室中的討論對兒童運用舊經驗及形成意義方式的影響，結果發現兒童能夠記憶和理解的重要原因，和教室中師生溝通的動機、能否分享彼此的理解內容有密切關係。

Phillips (1985)針對九歲以後兒童的討論發展深入研究後，極肯定同儕間的對話討論，有助於兒童高層次認知的形成，他進一步提出一個同儕小組對話的模式，此模式包含五種兒童討論型態：1、臆測的(hypothetical)。2、經驗的(experiential)。3、推論的(argumentational)。4、操作的(operational)。5、解說的(expositional)。Phillips 認為臆測的和經驗的兩種討論型態，會促使成員去回顧自己的經驗和觀點，並組織各式各樣的意見，對形成高層次的認知，最具發展潛力。如「我記得有一次……」、「這使我想起以前……」，不但可以讓兒童喚醒舊的經驗，並利用與他人討論的過程重新回顧與重組，達到運用舊經驗與提升認知層次的雙重目標，這與 Mercer (1985)的研究所發現的師生溝通有助於理解和記憶的結果相符應。

另外，Vetter (1994)也強調兒童同儕小組間的討論有助於學生建立學習的連結脈絡，讓兒童能更有效能的理解數學，而 Nodding 的研究結果也指出，透過小組運作對於提高學生的解題能力有驚人的效果。但 Nodding 在後來進行整班討論教學與小組運作教學，兩者對兒童解題能力成效之研究所得的結論是整班學習比分組效果好，（蔡文煥, 1991）。這似乎意味著經過深思討論的整班教學，也能夠產生像小組教學一樣甚至更好的效果。

此外，討論活動更可提供學生擴展數學概念的機會，促進數學概念的發展(Andrews, 1997; Cockcroft Report, 1982; Lo, Wheatley, & Smith, 1994; Vetter, 1994)。兒童在與他人的討論辯證過程中慢慢相信別人的方法是對的，開始懷疑自己的答案，同時在這討論的過程中，可以經由其他同學的質疑，激盪出更多的解題策略，延伸他們的解題活動，更在此分享思考的過程中，無形中增加兒童許多擴展數學概念的學習機會，進而調整謬誤的概念，這是在傳統教學中較少發生的(Clement & Battista, 1990)。

綜上所言，可知當進行數學討論，在學生提出自己想法的說明、解釋，並接受同儕質疑、挑戰時，一方面學習將別人的意見意義化，以重新修正原來的想法，使自己的考量更周密，另一方面可以相互激盪誘引出各種不同的解題途徑，延伸他們的解題活動，讓兒童增加許多的學習機會，進而修正錯誤的概念，幫助認知的成長，這是直接由教師講述的教學中，難以獲得的珍貴歷程。McNair (1998)指出：傳統的數學教學往往只提供學生如何演算與執行，或很受限制的情境，因此侷限了學生討論數學的機會。且國內探討有關於數學討論的文章甚少，有鑑於此，探討數學討論的實際與可行方案是值得進行的研究。

貳、研究方法

一、合作行動研究法

長久以來「教育理論」與「教學實際」間存有一段差距（饒見維, 1991），面對如此「理論」與「實踐」脫離的問題，人文研究派典(human inquiry paradigm)及批判理論皆主張，把建構知識的工作交給研究者和研究對象共同參與，讓研究者與教師共同合作研究，擔任理論與實際間辯證的催化者（饒見維, 1991; 陳伯璋, 1990）。據此可知，欲改進教育理論與教學實

際相互辯證的關係，即應進入實際的教學情境中，結合教師與研究者的力量，才能真正改善教學狀況。

本文旨在探討實際情境中師生、同儕間數學討論的歷程，進而提出引導數學討論的可行方式。因此，使用結合研究者與教師力量的合作行動研究，深入一個五年級的數學課，進行一學期(87 年 10 月　88 年 1 月)的長期觀察，期間運用參與觀察與深入訪談，收集現場教學的資料進行分析，再針對教師的困難問題，研究者與教師合作共同不斷的探討理論、省思、辯證、修正，以尋出解決方案。此過程是一個不斷循環的研究歷程，針對教師的困難提出行動方案後，依據方案實施時小組討論、全班討論進形的情形進行評估，然後再擬定下一個新的行動方案，直到問題解決。

此循環式的研究過程，以每一個教學單元為一個行動循環的單位，亦即是一個方案的實施過程，共進行十二週五個教學單元。在每個教學單元結束後，研究者與合作教師依據該單元（約四節課）的上課觀察記錄及錄音、錄影資料，進行省思及辯證，反省小組及全班討論中需改進之處，共同協商出新的解決方案，然後再進行下一個循環。

二、參與人員

參與此研究的人員共有三位，包括研究者、實際教學的王老師及一位數學教育師資培育者，分別介紹如下：

(一)研究者

自某師範專科畢業後，研究者在國小已有十五年的教學經驗，也擔任嘉義縣教育局的數學科輔導員。討論教學在研究者未進入研究所前即曾應用於教學中，而進入研究所接觸建構主義的理論後，更啟發了研究者相信數學知識獲得應不是單純的傳遞，而是由學習者基於原有的經驗，透過與他人溝通、討論、辯證、思考主動建構而來的。

在此研究中，研究者擔任參與觀察者的角色，負責收集資料的各項工作並與王老師共同討論改進方案，有時藉由提問促使王老師省思自己的教學過程，有時亦解答王老師的疑惑，並提供她參考文獻與資料。

(二)王老師和他的學生們

她是實際擔任五年級班級的教學者，原就讀於某學院國貿系，畢業後曾擔任英文秘書的工作三年，後來到某師範學院教育學分班初教系進修，在進修期間曾在台北市擔任兩年的代課老師，研究期間是她擔任正式教師的第二年。這前後四年的教學都是擔任高年級的級任教師，她對於民 82 年版的數學新課程的精神與特色相當注意，也很認同應多給學生機會發表想法、讓學生能主動去學習（871020 訪）。但她之前從未運用小組討論方式教學，並非她不認同討論的功用而是她一直對自己的提問數學問題的能力沒信心「---要讓學生討論，老師問問題的能力很重要呢！我覺得自己的能力不夠---」（871022 訪）另外，她亦擔心事前準備工作會比較多，恐怕時間不夠、討論起來會花很多時間進度會落後，以及學生能講嗎？會不會上課就停住推不動了？

王老師願意進行此研究，即是希望能藉由理論的支持與協助克服困難，讓小朋友能真正的討論數學，在數學課中獲得更多的知識，也讓自己的能力獲得增長（871022 訪）。

她的學校是位在嘉義市區的學校，她的班級共有三十五位（17 位男生 18 位女生），學生家長的社經背景是中等程度。學生在五年級之前是分散在六個班級中，其中只有五位在四年級時曾有數學討論的經驗。此班第一次月考數學成績有 6 位不及格（其中二位學業成績非常低落）。另外有一位情緒極不穩定（暴躁易怒、曾在教室裡大叫、摔桌椅）的兒童，一位輕微自閉的兒童。王老師這學期才從別的學校

調來，和小朋友一樣他也還在適應新環境，當他獲知班上有一位情緒失控的孩子，感覺壓力更大。開學一個多月來他將重點放在建立班級的常規及培養師生之間的默契，尤其，是對這些較特殊的孩子，格外注重安撫他們的情緒。

(三)劉老師

在大學擔任數學教育師資的培育工作，長年從事於國小數學教育的研究，也是本文的第二作者。在此研究中劉老師除到現場觀察王老師教學外，並不定期的與研究者及王老師討論教學的實際問題，對於研究方向提出建議，也提出問題給研究者思考與探討。同時亦擔任理論的諮詢者以協助王老師解決課程內容的問題，並在資料分析時檢驗原案分析的適當性，期使資料的詮釋更加客觀與正確。

三、資料收集與分析

本研究採取參與觀察、非正式訪談、深度訪談、文件分析及研究者回顧等策略來收集資料，資料的內容包括每節的觀察記錄、上課錄音、錄影等轉譯資料，每節課後研究者與教師針對上課需澄清之處進一步討論的訪談資料，教師的省思札記及兒童解題記錄、作業簿、研究者隨時的省思札記等。本研究之資料分析經過編碼、形成主題、暫時性假設、分類、歸類等階段，並運用三角校正法（吳芝儀和李奉儒，1995 譯）及持續比較法來考驗假設。除使用多種方式（觀察、訪談、文件）收集資料外，更尋求其他人員如：王老師（合作教師）、劉老師（數學教育師資培育者）等人的看法感想，以克服研究者一人之主觀。

肆、研究過程與結果

研究一開始前兩週的觀察教學階段發現，合作教師雖然將全班分成六組（每組五　六人）但實際上仍是以講述為主，少有學生的活動，教師佈題後總是不放心的先講解一遍，於是學生幾乎不用討論，而解題過程也都是老師所教的。當進行小組討論時，小組幾乎都沒有針對問題對話，甚至嬉鬧，這正是教師當初所擔心的問題，簡言之，初始階段是沒有焦點的對話。為了改進上述的情況，本研究於是連續採取四個行動方案，後一個方案都是修正前一個方案而來，因此第四方案是最精緻與詳細的。

一、第一方案－目的：凝聚對話焦點

策略(一)小白板的運用

協商後第一個方案決定發給每組一個小白板，讓小組員有一討論的中心，將結果記錄在白板上，然後各組派一位代表上台發表結果，最後再由教師講解說明。第一個方案實施後發現小白板的確發揮了聚集對話焦點的功用「六組小朋友不約而同的圍著拿白板的人，形成六個小圈圈，小白板彷彿一塊強力磁鐵將全組的焦點凝聚，使組員共同投進數學活動中」（871103 札）。

策略(二)善用任務分配

由於，小組討論後每組都要推代表上台說明討論結果，所以小組裡嬉戲的情形較少見了，也較能針對數學主題進行對話。

雖然，在小組裡的對話增加了，但讓每一組都上台，有很多重複又很耗時，恐怕進度會落後（871120 訪），而小朋友上台，只是按照白板上的字照本宣科，台下的小朋友似乎都不投入，形成只有老師和台上發表者對話的情形，達不到質疑、辯證的全班討論效果（871105 觀）。

二、第二方案－目的：激發學生參與討論的意願

策略(一)獎勵卡的運用

經評估後，第二個行動方案決定先加強全

班討論的質疑效果，以澄清重要概念。為避免重複及耗時，則由教師在小組討論時巡視觀察，挑出較代表性的解題說明先發表，然後再尋求補充，以節省時間。教師在鼓勵台下同學提出質疑時，運用獎勵卡的制度，以整組為單位，只要對台上的說明提出問題，該組就可以累積一次獎卡，藉此來提高小朋友參與的意願。

策略(二)重複、回應、挑戰、提問等引導技巧的運用

在剛開始實施時，台下依然提不出問題，經和學生訪談（871126 生訪）得知他們聽不懂或聽不清楚台上小朋友的說明內容，所以根本不知道要問什麼。於是，教師刻意先安排發表能力較佳、說明較清楚的學生當第一位發表人，而且在台上發表時教師適時的運用 Resnick (1995)所提出的重複、回應、解釋、挑戰、提問的技巧，引導全班進入質疑、辯證、擴展概念的境界。重複與回應是教師較常運用到的技巧 (871203 觀)，將台上學生軟性解說 (Resnick, 1995）放大音量重新複述（重複），對於集中全班的注意焦點發揮極大的效果，而對於學生不夠精緻的說明，則進一步幫他整理出符合數學語言的內容（回應）。

例如家宏：「-----把這條線推過去後，就長高了-----」教師回應：「家宏的意思是說，把『邊』推過去後，平行四邊形的『高』就會變得比較長，對不對？」家宏：「對！」(871103 觀）一方面幫忙傳達明確的意義，另一方面引導兒童習慣使用數學語言溝通，更有助於概念的釐清。

策略(三)平均發言機會，以避免負面情緒

第二個方案教師先請發表能力較佳的小組發表，再尋求補充說明，並適時運用重複、回應的技巧，發現不僅解決重複說明進度落後的問題，很明顯得全班討論時，台下學生的投入度也增加了（871203 訪），也除去教師最初所擔心的「恐怕討論起來秩序會很亂、小朋友很難專心」（871020 訪），這個結果帶給教師對實施數學討論更大的信心。

但是，慢慢的卻發現有幾位小朋友，討論的態度反而比第一個方案時消極，在小組討論時像客人一樣，漠不關心。「或許我常叫文哲他們回答，使他們有被忽略的感覺」（871203 訪），上台發表的人因為是自願或推選的一直都集中在某些人，他們發表能力強、推理反應又快，數學討論對他們來說似乎特別適合，才進行五週便可以自己將課本公式的原理歸納並解說清楚。

例如：教師欲引導三角形面積公式的由來：「三角形和平行四邊形有什麼關係？」一陣討論之後，孟翰歸納說：「兩個全等的三角形可以合成一個平行四邊形。」，文哲接著舉手：「我知道了！三角形面積是平行四邊形的一半，所以底乘以高再除以二，就變成三角形的面積了」，其他小朋友聽了一陣歡呼：「喔！偶像！偶像！」（871201 觀）由於這些小朋友進步很快，在大部份小朋友還在適應開口討論時，他們已侃侃而談，難免會搶盡焦點。因此，在第三個方案採取由教師指定上台報告者號碼的策略，例如：各組的三號，並由三號再自找一位協助者，以免有些學生太緊張楞在台上，反而打擊了他發表的信心。能讓更多人有發表的機會。

另外，也發現小組討論的情況並不理想，為了搶得先機，通常只是拿白板的人埋頭寫，其他人不管他在寫什麼，一開始白板發揮了讓學生焦點集中的優點，但現在反而成為討論的阻礙。

有時雖然有對話但離說道理、辯證還有差距。例如：宜玲：「兩個面積相同。」士茂：「那有？我覺得不相同。」耿宏：「相同啦！」士茂堅持：「我說不同就不同！」宜玲：「我不要管你們了！到時候錯了我不管！」(871126

觀）學生還不知道如何說出自己的想法去說服別人，只是講答案甚至強辯，這或許是缺乏練習的緣故(Brissenden,1988)，但從上課的觀察也發現，教師在小組討論時通常只是巡視組員的參與情形，針對對話內容介入引導太少，因此在第三個方案，將加強教師在小組討論時的引導。

三、第三個方案－目的：提高數學對話的品質

針對第二個方案的問題，三位參與研究的教師提出如下的修正：1、教師佈題後，小組裡先口頭討論達成共識後再寫白板。2、增加教師在小組討論時適時的引導。有關於教師引導方面分成以下幾個策略加以討論：

策略(一)引導辯證群對焦

合作教師在開始時對於介入引導的方式很迷惘 根據探討的文獻(Brissenden, 1988; NCTM, 1989)都強調教師介入應只能引導而非主導，對於『主導』和『引導』的分際實在難以拿捏，經過兩次課後的省思與討論，合作教師先從建立小組中的社會規範開始，時時鼓勵肯定能說出想法的人。教師發現小組中的討論，問題往往無法對焦，推理較慢些的學生有疑惑也不知該如何問，於是，教師首先協助有困難者問問題及引導辯證群對焦。

例如：在「概算」單元討論「從高取二位與從高取一位後的答案哪一個較接近正確答案？」孟翰：「高取二位的答案較接近正確答案。」蔡義：「為什麼？」師：「孟翰說說看，為什麼你會覺得從高取兩位比較正確？（孟翰面露難色）你是不是可以舉一個真正的例子寫出來比較一下？」孟翰：「對喔！」然後在白板上寫出一個例子來說明。文哲補充：「四捨五入是要計算的更簡化，高取兩位簡化的比較少，所以比較接近正確答案。」蔡義：「什麼是簡化比較少？」文哲：「0 比較少啊！真正的答案那有那麼多 0 的！」（871229 觀）

為了擴展與澄清學生的想法，亦將 Resnick (1995)提出的「重複、回應、解釋、挑戰、與提問」的技巧應用在引導小組討論中，以及全班討論。王老師「重複」與「回應」運用的較少，反而「解釋」與「提問」使用較多，且往往太多解釋導致似乎教師主導小組討論，而落失瞭解學生想法的機會。

「挑戰」是更進一步激盪出學生的更上概念，需要更多的學科知識與耐心聆聽，這是擴展學生概念極重要的方法。在上課中教師幾乎沒有應用，教師尚難體會挑戰的意義及運用的時機，如在上例（871229 觀）應可再進一步挑戰文哲：「0 比較少就一定比較接近正確答案嗎？」以引導出學生對概算的真正理解，教師並未把握此機會。

策略(二)再次佈題以挑戰學生想法

另外，亦發現教師所佈的題目影響著討論內容的多元性與辯證性，「佈題」一直是合作教師最沒有信心的部份，從第一個方案開始都以課本的例題為主，而至第三個方案「看了那些課程分析的文章後，似乎比較知道單元裡的主要概念在那裡，也比較有信心自己想題目來讓學生討論」（871203 訪）漸漸的才有非課本的題目如「平行四邊形『推』成長方形後面積是不是還是一樣？」由於在課本中找不到答案，學生需自己去思考解題，充滿挑戰性，所以那一節課的討論出現許多珍貴的想法與精彩辯證，學生的興趣也更高些。例如，在那一堂課中一開始幾乎全班都認為「平行四邊形推成長方形後，面積仍和原來一樣」，最後家宏獨排眾議，提出「平行四邊形推過去以後，『高』就長高了，所以面積就和用切的不一樣了」並且成功的說服了台下的同學（陳淑娟, 1999）。這堂課中學生熱烈討論的情形讓王老師相當驚喜。

「----我本來還在想要怎麼講呢！連文哲

都弄錯了！沒想到家宏用原子筆一比（高）說『高』長高了，所以面積會變大，同學就比較相信了！甚至還引導出文哲更深一層的理解---平行四邊形的面積和邊長沒有關係，是和它的高有關係，真是令我意外。」（871126 訪）

這樣的討論氣氛讓教師更認同去設計一些能引發學生認知衝突的問題，而這必須掌握單元中的主要概念方可達到。因此，在第四個方案將提供教師更多有關學科知識的理論協助，將重點放在佈題的挑戰性，並持續加強小組中的引導，尤其是「挑戰」學生更上層概念的引導技巧。

四、第四方案－目的：運用主軸概念進行對話

第四個方案的重點在教師的佈題及在討論中挑戰、質疑技巧的運用，進一步澄清兒童的概念。為了要瞭解教材中的主要概念，這階段的理論探討重點在課程教材的分析，王老師認為：「這些課程教材分析（譚寧君, 1998），把面積概念講得很清楚，看了以後自己的觀念也比較清楚了，也比較容易想出好問題」（880105 訪）。

雖然，合作教師對自己佈題的信心已較第一個方案時增加許多，較能跳出課本例題的架構，比較不堅持要照課本中的例題教學，但在引導討論進行時，對於題目的概念主軸尚未能清楚的掌握，當兒童出現離題太遠的言論時，往往未能察覺或立即洞悉出兒童的迷失概念而將主題拉回，導致最後形成散漫的對話，無法達到原來佈題所要建構的概念。王老師曾在上課後洩氣的：「這節課似乎花很多時間在兜圈子…」(871231 訪)，要提出一個好的問題，除了需對內容概念熟悉以外，亦需瞭解兒童可能發生混淆或困惑的環節，而這並非僅充實學科知識可得，經驗與練習亦是不可或缺的。

王老師希望研究者提出觀察的感想，研究者提示在 Driver, Asoko, Leach, Mortimer, & Scott (1994)探討如何引導學生討論的例子中，也有類似的情況，其原因是當兒童出現離題太遠的言論，教師未能察覺或立即洞悉出兒童的迷失概念而將主題拉回，最後形成散漫的對話，無法達到原來佈題所要建構的概念。研究者將此討論的對話過程分析後，提供給王老師參考（附錄一）。王老師閱讀後也認同 Driver, *et al.* (1994)所採取的策略，在討論進行中教師要隨時注意離題的情況，刻意的「淡化」處理那些不相關的議題，緊扣著原來所要澄清的概念主軸追問，當值得擴展或正確說明出現時，教師便刻意的傳播「強化」，讓全班都注意到，經由「淡化」與「強化」策略的交互進行，成功地引導出所要建立的概念。

當佈題者能釐清佈題的目的，時時呼應所要建立的概念，在討論進行時，挑取出兒童回答說明中值得進一步擴展的概念，加以傳播並強化，也能當機立斷地淡化偏離主軸的雜音，讓全班的思考沿著發展主軸前進，方不致於忙了一節課，看似很熱鬧，實際上並沒有真正釐清兒童的概念。例如：在討論「正方形是菱形嗎？」的課堂，為什麼？同學回答：它們的四個邊都一樣長，老師說好，有沒有同學要補充的？學生繼續說出兩雙對邊都平行，它們的對角線交叉都可以形成直角，討論一陣後學生對於正方形是否是菱形卻沒有把握（871105 觀）。這堂課的概念主軸是欲釐清正方形和菱形的關係，但當王老師佈題後，忽略了原來的佈題主軸。理應是在引導兒童思考正方形與菱形都是四個邊一樣長，只是而正方形多了「四個角都是直角」，讓學生體認「正方形多了限制，所以範圍較小」，這樣就可以釐清兩者間的互屬關係了。而王老師任由學生發表未做適當的佈題，因而未達到佈題的主要目的。

另外，為了協助王老師更加清楚佈題的主軸，研究者設計一份「佈題省思回顧表」（附

錄二）讓王老師於每節下課後記錄，來幫助王老師針對上課的佈題內容、經過、學生的回饋做具體的省思與回顧，並且依據學生的回饋去思考如何修正。此表即是希望能讓王老師在上課後思考該單元的目標概念以及所佈的題目是否達到了澄清概念的目標，希望藉由此歷程增進教師時時抓住主軸概念提問的能力。這是在第四個方案階段才加入的省思方式，王老師起先覺得有些麻煩，但做了兩節課之後「覺得藉由這些問題的確可以讓我把佈題的主要目的再重新想一次，可以更清楚每一個題目的主要概念是什麼 ... ...」（880105 訪）但是王老師覺得應在上課前先做前半部份，先讓自己清晰的將佈題概念串連起來，上完課以後再完成評估修正的部份（880114 訪）。

伍、討論與結論

研究過程中各個方案的演變與評估已討論與說明。至於在數學教室中，進行討論的教學方式，分成佈題、引導策略及教師的角色等方面討論，然後在「結論」裡提出引導數學討論的可行方式。

一、佈題方面

(一)佈一個能引燃學生討論熱情的好問題

要讓學生能順利的進行數學討論，首先教師需給予學生一個好的問題，引燃學生討論的熱情。一個能讓學生想要討論、需要討論、有較高評鑑性、具有挑戰性的題目，是數學討論能否成功的重要關鍵。從王老師的教學中發現這樣的問題具有幾個特點：(1)是非例行性的題目：不是課本中既有的題目，可以從課本例題再加以變化或跳脫課本例題的形式。(2)是具有擴展性或評鑑性較高的題目，例如：「正方形有什麼特性？」「等腰三角形有什麼特性？」而是如：「正方形是菱形嗎？為什麼？」「正三角形是等腰三角形嗎？為什麼？」「平行四邊形把它推成長方形後，面積會不會改變？」（871116 觀）(3)是從學生經驗中或活動中延伸出來的題目。這樣的問題對學生而言較親切，或許是上一堂課的某一個段落或是某一同學的一個想法，剛好符應教學目標需澄清的概念，將它取材為討論題目，會讓學生興致更高。

例如：在三角形單元中，教師要家珊上台畫出三角形的高，家珊就在黑板上畫出一條和底線垂直的線段就下台了，然後教師面露疑色：「三角形的高有幾條啊？」結果就引發熱烈的全班討論。

從宜玲很肯定的說：「因為要碰到上面尖尖的那一點（指頂點）所以只有一條！」，家宏開始懷疑的認為兩條，到畢荃說無限多條，這過程兒童嘗試去說出自己的理由也上台去畫，兒童們各自思考著同學的解說，終於促發出文哲的精緻說明：「三角形的高應該一共有三條，現在看，底在這邊有一條（高），如果底換去這邊的話（把黑板的圖旋轉一下）就又有一條（高）... ...」(871215 觀)這一個從學生活動中引發出來的問題，讓學生的討論興致高昂，同時亦達到讓學生獲得高的概念之目的，也破除三角形只是固定一種方位的死板觀念。

(二)釐清佈題的目的

教師在佈題之前需釐清每一個問題欲達成的目標，思考如何引起兒童原有認知的矛盾，促其自我察覺認知上的瑕疵，以獲得深一層的概念。教師能清楚的掌握佈題的主要概念，在面對兒童的說明時較能發覺兒童思考上的瑕疵，再進一步澄清其概念。教師欲釐清佈題的目的，除了需充實本身的概念知識以外，更需透過不斷的嘗試與省思，在每節課後回顧自己的佈題過程，思索學生的反應與學習狀況持續的修正。

(三)抽取出課本的主要概念來佈題

一般教師很倚賴課本來教學，總覺得課本

的每一例題都要在黑板講過才算教完了，王老師一開始亦是如此，這也是進行討論活動會造成進度落後的主要原因。事實上，並不需要將每一頁每一題都提出來討論，因為有些題目的概念是相通的，只要理解了主要的概念其他類似問題便迎刃而解。因此，教師應融合整單元的概念，然後抽取出主要者去設計佈題，不僅能解決進度落後的問題，更重要的亦能促進兒童對主要概念的理解。

二、引導策略方面

不論在全班討論或引導小組討論時，教師可運用的具體引導策略詳述如下。

(一)常問『為什麼』牽動兒童的思考引線

不論小組討論或全班討論時，要讓學生說出自己的想法的不二法門就是問他『為什麼？』。常常學生照本宣科講完答案後便停在那兒不知該講什麼了，這時老師若能根據他的內容問他「為什麼？」，雖然是簡單的三個字，卻代表著「我想聽你的理由」，可以促動兒童去思考整理出自己的想法然後傳達給對方。

這三個字也代表著教師願意把時間交給學生，願意聽兒童心裡的想法，隨著方案的進行王老師問這句話的次數也增多了，一開始只有在佈題讓學生小組討論時會用到，例如：正方形是菱形嗎？為什麼？（871110 觀）。在引導全班討論時卻幾乎沒有使用，這時的全班討論往往只停留在平面的擴充，很少能再深一層，例如：學生在討論四邊形的特性時，當文哲說出：「正方形是菱形和長方形的一種」時，王老師只是複述一次，然後就又請別人回答，整堂課下來得到許多關於四邊形的性質，但學生是否真的懂其內在概念則很難確定。若當文哲提出這樣的回答時，教師能再進一步問：「為什麼？」一方面讓文哲更澄清它的想法，另一方面可藉由文哲的說明將更深一層的概念傳播給其他學生，達到擴展概念的目標。

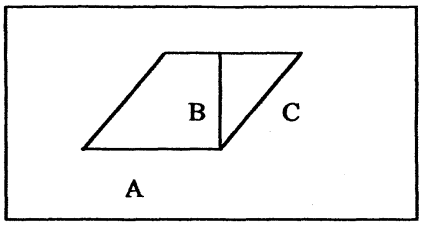


圖 1

隨著王老師引導經驗的增加，課堂中使用「為什麼」的次數也多起來了，而隨著教師的追問也讓學生的思考更上一層，例如：教師欲引出平行四邊形面積公式的原理，教師問孟翰：「剛才同學說平行四邊形的面積是用底(A)乘以高(B)，那為什麼不是乘以旁邊這一條(C)？」孟翰：「底(A)乘以高(B)就是寬乘以長，如果乘以那邊(C)的話就不是長方形了。」（871116 觀）（如圖 1）藉此讓學生更瞭解乘以高的意義，使平行四邊形面積公式的原理理解得更透徹。

此外，學生在小組討論中及全班討論時，也漸漸出現相互詢問「為什麼」的聲音，數學討論的內容因而更加精彩了。可見，「為什麼」三個字可以牽動兒童思考的引線，促進兒童形成更深一層的概念。

(二)運用『淡化』和『強化』策略緊扣概念主軸

概念主軸是指單元內容中所呈現的主要概念，兒童的想法及語言在討論中無法一開始就很精確，這是常有的現象（Resnick, 1995; Atkins, 1999）所以，在討論過程中常有許多脫離原來概念的情況，許多教師會被教室中離題的、脫軌的對話所打擊，而減少讓學生創塑數學意義的過程(Atkins, 1999)。

事實上，教師可以運用淡化和強化的策略，讓學生的對話與思考沿著概念的主軸進行，淡化是指當學生出現與主題無關或偏離主要概念的說明時，教師可以客氣的刻意忽略，

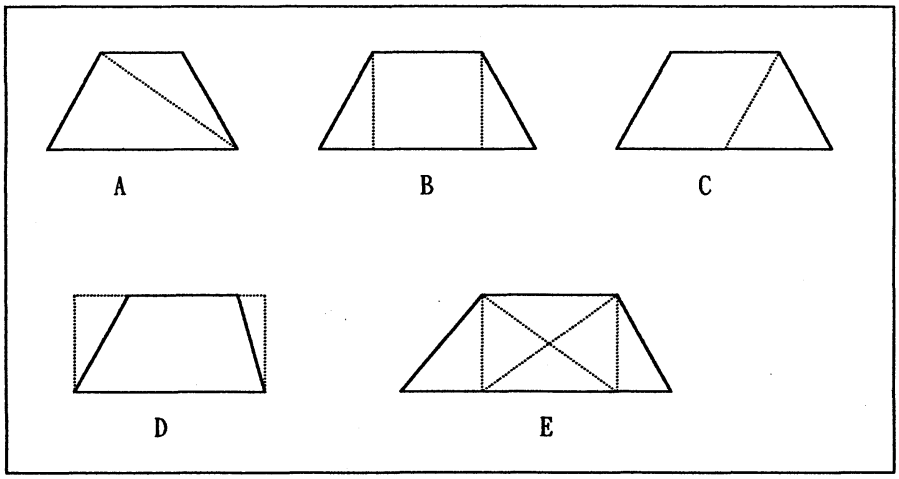


圖 2：學生的切割方法

例如：「榮宇，這個問題很好，我們下一次再來討論這個」，這策略也是將兒童四散的注意力拉回主要學習方向的好方法，若未善用此策略任憑兒童發表自己的想法，往往會兜著無關的議題回不來主要的方向。

例如：在引導梯形面積公式單元，王老師原來希望能藉由教過的長方形、三角形、平行四邊形讓學生連結梯形面積（上底＋下底）×高÷2 的原理，於是王老師佈題：「你是否能利用長方形、三角形、平行四邊形來求梯形的面積？」

當小組討論後學生上台發表各式各樣的切割方法，如圖 2（A、B、C、D、E）而欲導出梯形公式的原理最佳時機的就是（A），王老師沒有將其他較不相關的切法淡化處理，留下引導的主軸，因此後來甚至出現（E）這種複雜而偏離主題的切法，整堂課下來彷彿只在比賽哪一組切的比較奇怪、特殊，最終亦無法導入公式的原理（871217 觀），可見淡化處理在引導討論上的重要性。

而「強化」則是與淡化相對應的策略，當學生說出對延伸概念或擴展討論有價值的內容時，教師將離開主題的訊息過濾，留下可以進一步發展的內容即是「強化」。如上例中，當文哲說出（A）形式的切割法時，王老師若能進一步加強它的方便性，再繼續問：「這兩個三角形面積怎麼算？」即可慢慢引導兒童推論出（上底+下底）×高÷2 的意義，這可以從後來的修正方式（871222 觀）學生順利推論出公式原理，獲得證實。

引導兒童討論就像指引航行在茫茫大海中的帆船，「淡化」策略就像船舵一般，讓船不至於偏離軌道，而「強化」策略就像風一樣，適當的運用可以加速到達彼岸，教師是引導這艘船能順利的到達彼岸的領航者，應善用這兩者引領兒童沿著概念的主軸發展下去，成功的達到學習的目的地。

(三)協助兒童「問題對焦」提昇討論之品質

在小組討論或全班討論時，學生同儕間的對話往往很難進入質疑辯證的境界，有時同儕雖然提出很好的問題(question)，但解題說明者因不瞭解或忽略，而形成雞同鴨講的情況錯失可以進一步澄清或擴展概念的良機，影響了討論的品質。

例如：在小組討論時，第六組欲討論出長 2 公尺寬 60 公分的長方形面積是多少？孟翰：

「要化成 0.6。」安南：「是化成 0.6？還是化成 6？」孟翰繼續說：「2 公尺是 200 --- ---」並沒有解答安南的問題，文哲也問：「是 6？還是 0.6？」這時榮宇插話：「0.6 啦！不能寫 6 啦！」孟翰依然自顧自的說：「個十百千萬呢！2×0.6」榮宇：「對啊！2×0.6 就是 1.2」這時文哲依然不明白：「是 0.6 嗎？」而孟翰也只回答：「對啊！」（871110 觀）在這段對話中，其實文哲和安南提出一個好的問題，「為什麼 60 公分可以變成 0.6 公尺，是怎麼變的？」而孟翰一直沒有針對問題來回答，所以一直到算出答案文哲依然不瞭解單位換算的過程，如果這時教師能適時介入，協助兒童將彼此的問題對焦，一方面讓孟翰整理出自己的想法另一方面也可解決其他人的疑惑，一場原本可以深入概念的對話，就因為兒童間無法清楚的表達問題、或瞭解對方的意思而功虧一簣，很是可惜。

這種情形在全班討論時也會出現，所以，欲提升兒童同儕間的對話品質，協助將其問題對焦是教師首要的任務，這也是第四個行動方案的重點方向，教師在傾聽學生說明或對話時除了收集再次佈題的資料外，最重要的就是幫忙傳達問題的內容，讓說明者針對問題來回答，如此可以有效的提升兒童彼此對話的深度，真正達到質疑辯證的目標。

(四)善用「複述」、「回應」、「挑戰」與「追問」技巧澄清兒童概念

「複述」「回應」「挑戰」是 Resnick (1995) 觀察一位二年級教師 Bill 引導學生數學討論時所運用的技巧，「複述」是指將學生的話再重講一次，具有接納學生所講內容的功能，「回應」則是指修正、改述兒童的說明內容或者進一步的發展成具數學性的用語，Resnick 認為回應猶如鷹架一樣，使兒童能夠參與分享並超越他目前個人所認知的知識架構，(Resnick, 1995)。而「挑戰」是指針對學生的說明內容有必要再深入澄清時，對學生進一步的質疑而讓他提出解釋的一種策略，藉由此方式可以提昇兒童理解的層次。「追問」是指針對學生的說明中有疑問的地方，或者需要澄清、擴展、深入的部分，再提出問題質疑學生，亦即引發學生的認知衝突，讓兒童暫時失衡以引發更上一層的思考。

王老師在實施第二個行動方案時，一直為無法達到質疑、辯證的品質，無法順利的澄清兒童的概念而困惱（871203 訪），因此，在第三個方案採用 Resnick (1995)的引導策略，發現「複述」的確有效的提高了學生對台上說明內容的興趣，尤其在剛開始使用數學討論時，可能學生尚未適應，當站在台上說明時，聲音常常不足以讓全班聽到，或者只是對著老師講，這時教師將其內容再重述一次，可以適度的引起全班的注意，共同思考說明內容。

而「回應」適用在學生無法說明得很清楚的時候，有時學生的想法是正確的但卻無法流暢的表達，教師可幫他整理或進一步的延伸，一方面助其跳升舊有的架構，另一方面將其想法傳播，給予其他人學習機會。「挑戰」及「追問」則可進一步確認說明者的概念是否清楚，讓學生再回顧自己的思考歷程，有助於提昇兒童的理解層次。

然而，Bill 的引導策略是以教師為主導的，運用在全班討論的時候採教師主控的方式，所以學生的回答通常比教師簡短，也沒有同儕間的質疑(Resnick, 1995)。而王老師雖採用 Bill 的策略，但主要是擔任引言人的角色，以學生的說明為主，並促發台下學生對台上的說明提出質疑，所以，教師最常使用的是問句或要求式的句子，例如：「是這樣嗎？」「再說清楚一點？」「為什麼會這樣？」同時也發現隨著學生討論的次數增加，在台上說明的音量、清晰度都明顯的進步了，頗能獨當一面，教師運用「複述」的次數便減少了，且應用更

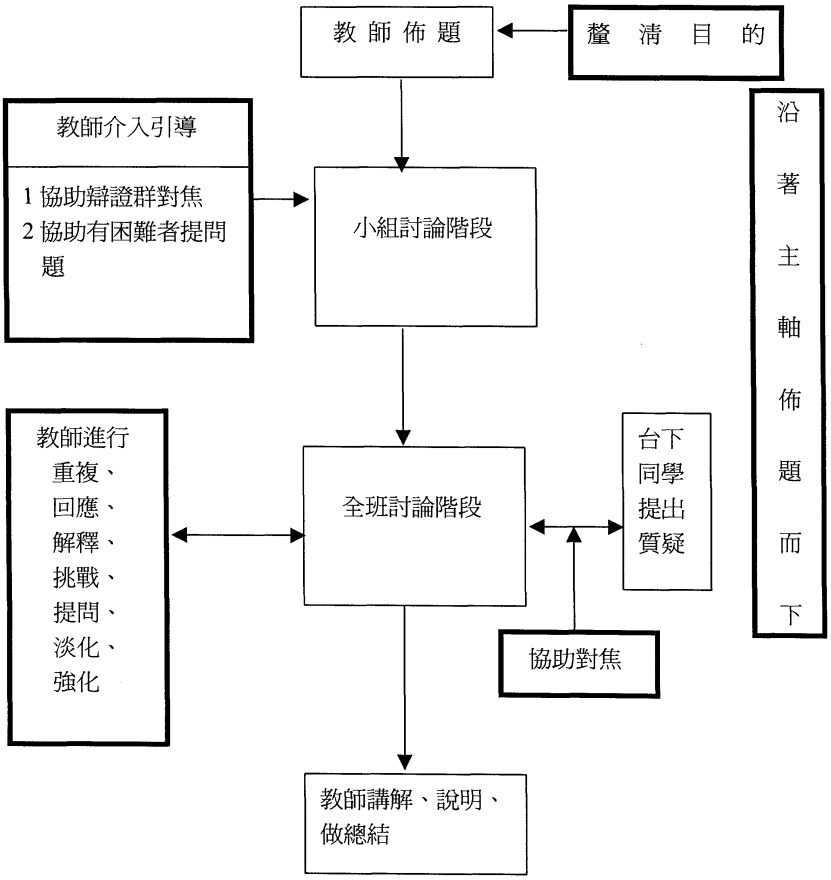


圖 3：進行數學討論教師引導的可行方案

多的挑戰與追問，也由於加入同儕的質疑，使得討論過程充滿了學生精彩的辯證對話，而不是教師一人的獨角戲，這是王老師與 Bill (Resnick, 1995) 所不同的地方。

三、教師的角色方面

教師的角色隨著教室裡討論情境的轉變，也會有所不同。在維持討論進行的一般規範時，教師應視需要而主動介入維持規範，亦即積極的擔任維持者及仲裁者的角色，是規範進行的主要推動者。雖然，這些規範是全班師生共同協商下完成，但在必要時刻教師需立即處理，以免負面情緒擴大而影響討論品質。

另一方面，在面對數學討論內容時，教師則應成為整個學習社群的一分子，以學生的想法為討論的素材，從兒童的對話中敏銳地選取有價值的訊息，編織進引導的主軸線，向擴展、澄清概念的目標邁進。簡而言之，在進行數學對話歷程中，教師應像一個劇場的導演，但不設定腳本只有發展的方向，兒童是舞臺中的主角演出真實的自我，導演再因勢利導進發展的主軸。

因此，在數學討論活動中教師的角色是多面向的，有時主導有時引導才能讓數學討論順利而有品質的進行下去，而 NCTM (1989)、Brissenden (1988)等文獻主張教師應擔任引導者而不能主導，所指的應是針對數學討論內容而言，至於維持規範只引導是不足夠的。

四、結論：引導數學討論的可行方式

回顧第一至第四次方案進行歷程中所產生困境之反省與修正，發展出整個教師引導數學討論的可行方式（如圖3）。

圖中間四個方格是進行數學討論的四個主要步驟，首先教師佈題然後讓各小組進行討論，再根據各組討論結果進入全班討論階段，最後再由教師做總結。在每個步驟，教師各有其主要任務，首先在佈題階段教師需先釐清佈題目的，掌握主要概念並沿著概念主軸佈題，直到建立學生正確概念為止。而在小組討論階段教師介入引導最主要的工作有兩項，一為協助小組成員將問題焦點集中，讓成員間能針對彼此的問題對答，另一個需協助有困難的學生提出問題，解決其心中的疑惑也讓其他成員藉由回答問題有進一步省思回顧自己想法的機會。進入全班討論階段後，教師可運用複述、回應、解釋、挑戰、提問、淡化、強化的技巧引導學生進行辯證討論，進而澄清學生的觀念，並鼓勵台下學生提出質疑，此時教師應仔細聆聽學生的對話，協助其問題對焦，以提昇同儕質疑的品質。這個方式並不代表完美的終點，它只是這次研究的一個暫時性的句點，隨著教學活動的進行它仍應不斷的再修正、改進。

陸、省思與啟示

一、我這樣教可以嗎？-----教學方面的省思

合作行動研究強調的是平等、協商的合作關係，然而，一開始王老師答應一起研究時，即抱持著學習理論的態度（871020 訪），對於數學活動的引導方式，多希望能從研究者提供的理論獲得解答，所以在剛開始時的互動上常會很謙虛、客氣地徵詢研究者及指導教授的意見，甚而放棄自己在教學實務上的體悟，形成以研究者想法為主的取向。

這可能是長期以來，理論領導實務的習慣觀念影響，王老師對於自己的教學經驗並無信心，一直認為它不足以構成一種「知識」，這也正是合作行動研究所要突破的桎梏，讓來自實務的經驗與理想的理論平等對話，協商出可以在實際情境中存活的知識。經由不斷的鼓勵與肯定，隨著王老師對於自己教學的信心增加，逐漸消除「等待答案」與「服從」的傾向，進而能與研究小組真正的平等協商，讓協同關係順利的運作。

此外，雖然王老師對於獲得數學教學新知能，懷抱高度的熱忱，對於研究的內容深具興趣，但由於研究歷程長達一學期期間有些因素如：同儕的壓力、教師本身的情緒、工作壓力、學校臨時的事物等免不了會造成王老師在研究中的情緒起伏，這是強調真實面貌的質性研究所無法迴避的課題，但也正是真實情境的映現，然而，若這些因素擴張至影響整個研究的進行時，如何處理合作教師的情緒，對研究者而言是一大挑戰。在研究過程中藉由與合作教師的互動，研究者需時時敏銳的觀察合作教師的處境狀況，當合作教師出現情緒低潮時研究者應察覺其困擾因素的來源，適時的關懷與鼓勵，甚至暫緩研究腳步，幫助她度過壓力危機，才能讓整個研究順利推展下去。

二、我自己可以勝任嗎？------教師成長的省思

合作行動研究的重要目的，除了在於解決實際現場的問題之外，更在於讓教師成為理論的生產者及實踐者。藉由方案、行動、評估、省思回顧的持續進行，讓教師能在自己的教學裡不斷的成長、進步。在本研究中，王老師與研究小組從陌生到熟捻共同在數學教學中成長，雖然，已讓數學討論的根苗在班級中茁長，但隨著研究小組退出現場，王老師將獨自奮

鬥，少了支持、協商的共同行動者，對教師來說等於失去了一個成長的助力。

若能將此合作研究的方式帶進同學校的教師同儕中，讓每天一起工作、一起作息的學校同儕教師共同組成一個研究小組（不超過五人為宜），由於是與身邊熟悉而信任的同儕協商、互動，不僅可以省去陌生、摸索的階段，很快的建立信任合作的關係，協力研究解決教室中各種問題的方案，更可讓研究小組持續的發展下去，達到專業成長的目的，實是一種非常值得推廣的教師進修方式。

三、種下數學討論的根苗----省思成長的起步

對於一位才教書三年，從來沒有使用過數學討論教學的教師而言，這四個月的最大成長除了「我覺得在這四個方案進行的過程中，已讓我知道數學討論進行的方式，也知道遇到一些狀況時該如何處理，有信心去做了(880119訪)」以外，重要的是王老師睜開另一雙看待學生的眼睛，相信學生的能力「幾次的討論課程後，發現有些孩子的潛能被激發出來了，思考邏輯常超乎老師的想像（871121 省）孩子在討論中透過自我思考所形成的數學概念往往是牢不可破的…（871124 省）」因而他更願意傾聽，將學習的舞臺還給學生，讓學生成為自己學習的主人。

再者，更珍貴的是他已擁有一顆願意時時省思的心，「那些學科概念知識，釐清我許多觀念，若繼續實施下去，我的佈題應該還可以更好（880111 省）……我在下學期還是用這種方式上課，小朋友已經習慣，而且很喜歡…我想讓小朋友先預習，然後讓他們自己提出問題來討論試試看……。」(880120 訪)由此可見數學討論活動已在這個班級師生心中種下成長的根苗，行動研究最可貴的便是不斷的循環再成長，是一個持續的歷程，相信它已在這個班級中實現了。

致　　謝

本研究的完成須衷心的感謝王老師和她的學生們，以及中正國小校長李啟川先生和全體教師的協助。

參考文獻

1. 吳芝儀和李奉儒（1995 譯）：質的評鑑與研究(Patton, 1990; Qualitative evaluation and research methods)。台北：桂冠。
2. 周立勳（1994）：國小班級分組合作學習之研究。國立政治大學博士論文（未出版）。
3. 柯華葳和幸曼玲（1996）：討論過程的互動-年齡與推理能力的影響。皮亞傑與維高斯基的對話會議手冊。台北市立師範學院兒童發展中心。
4. 張春興（1994）：教育心理學 —三化取向的理論與實踐。台北：東華。
5. 陳伯璋（1990）：教育研究方法的新取向 —質的研究方法。台北：南宏。
6. 陳淑娟（1999）：用「推」的和用「切」的面積一樣嗎？一堂有趣的數學討論課。科學教育研究與發展季刊, **14**, 65-72。
7. 陳淑娟和劉祥通（2001）。國小班級數學討論的困難之處。教育研究資訊雙月刊, **9**(2), 125-146。
8. 陳淑敏（1996）：從社會互動看皮亞傑與維高斯基的理論及其對幼教之啟示。皮亞傑與維高斯基的對話會議手冊。台北市立師範學院 兒童發展中心。
9. 曾志華（1997）：社會互動與數學知識之建構：一個國小三年級數學教室之俗民誌研究。國立嘉義師範學院國民教育研究所碩士論文（未出版）。

10. 游麗卿（1996）：Vygotsky 對研究概念發展的啟示。皮亞傑與維高斯基的對話會議手冊。台北市立師範學院 兒童發展中心。
11. 甯自強（1993）：國小數學科新課程的精神及改革動向-由建構主義的觀點來看。科學教育學刊, **1**(1), 101-108。
12. 詹志禹（1997）：全方位對話。教育研究資訊雙月刊, **17**, 6-7。
13. 劉錫麒（1993）：數學思考教學研究。台北：師大書苑。
14. 鍾思嘉、林青青和蔣治邦（1991）：國小學童數學焦慮之形成與原因。教育與心理研究, **14**, 99-140。
15. 譚寧君（1998）：高年級面積教材分析。國民小學數學科新課程概說（高年級）（pp. 214-229）。台灣省國民學校教師研習會編印。
16. 饒見維（1991）：人文研究派典在教育上的運用。國立花蓮師範學院初等教育系學報, **1**, 49-66。
17. 蔡文煥（1991）：小組討論在數學解題中運作之探討（二）。國教世紀, **27**(3), 6-12。
18. Andrews, A. G. (1997). Doing what comes Naturally: Talking about Mathematics. *Teaching Children Mathematics, January*, 236-239.
19. Atkins,L.S.(1999). Listening to students. *Teaching Children Mathematics, 5*(5), 289-295.
20. Ayman-Nolley, Saba. (1988). Piaget and Vygotsky on creativity. *The Quarterly Newsletter of the Laboratory of Comparative Human Cognition, October, 10(4)*. 107-111.
21. Brissenden, T. (1988). *Talking about mathematics*. England: Basil Blackwell.
22. Brown, T.(1988). Why Vygotsky? The role of social interaction in construction knowledge. *The Quarterly Newsletter of the Laboratory of Comparative Human Cognition, October, 10*(4), 111-117.
23. Clements, H. & Battista, T. M. (1990). Experience, problem solving, and discourse as central aspects of constructivism. *Arithmetic Teacher, December*, 34-35.
24. Cockcroft, W. H., *et al*. (1982). *Mathematics counts* (The Cockcroft Report) London, Her Majesty' s Stationery Office.
25. Driver, R., Asoko, H., Leach, J., Mortimer, E. & Scott, P. (1994). Constructing Scientific Knowledge in the Classroom. *Educational Researcher , 23*(7) , 5-12.
26. Glassman, M. (1994). All things being equal: The two roads of Piaget and Vygotsky. *Developmental Review, 14*(2), 186-214.
27. Lo, J., Wheatley, G. H., & Smith, A. C. (1994). The participation beliefs, and development of arithmetic meaning of third-grade student in mathematics discussion. *Journal for Research in Mathematics Education, 25* (1),30-49.
28. Mason, J. (1998). Learning Mathematics through Conversation: Is it as good as they say? [1]. *Learning of Mathematics, 18*(1), 41-51.
29. McNair, R. E. (1998). Building a context for mathematical discourse. In M. Lampert, & M. Blunk (Eds), *Talking mathematics in school studies of teaching and learning,* Cambridge, UK：Cambridge University Press.
30. Mercer, N. (1985). Communication in the Classroom . *In every child's language, an in-service pack for primary teachers, Book I,* Clevedon, Multilingual Matters in association with the Open University.
31. National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.
32. National Council of Teachers of Mathematics. (1991). *Professional standards for teaching*

mathematics. Reston, VA: NCTM.

33. Phillips, T. (1985). Discourse development after the age of nine . In G. Wells, & J. Nicholls (Eds.), *Language and learning-an interactional perspective*. London: Falmer Press.
34. Piaget, J., & Inhelder, B. (1969). *The psychology of the child*. London: Routledge & Kegan Paul.
35. Reineke, J. W. (1993). Making connections: Talking and learning in a fourth-grade class (ERIC Document Reproduction Service NO. ED365-537).
36. Resnick, B. L. (1995). Inventing Arithmetic: Making Children's Intuition Work in School. In C. A. Nelson (Ed.), Basic and applied perspectives on learning, cognition, and development (pp.75-101). Mahwah, NJ: Erlbaum.
37. Tuedge, J., & Rogoff, B. (1989). Peer influence on cognitive development: Piagetian and Vygotskian percpective. In M. H. Bornstein & J. S. Bruner (Eds.), *Interaction in human development* (pp.17-40). Jillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
38. Vetter, R. K. (1994). The learning connection: Talk-throughs. *Arithmetic Teacher*,168.
39. Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society: The development of higher psycholigical precesses*. Cambridge, MA: Harvard University.

附錄一　給王老師參考的引導討論對話分析

Driver, Asoko, Leach, Mortimer, & Scott (1994)文中有兩個討論的例子，一個教師成功的引導出所要建立的概念（光線的進行）另一個則否（大氣壓力）。

『光線』 【成功的例子】目標：光線透過空氣直線進行

佈　　題　T：陽光是從哪裡來的？
S1：從太陽來的。

回應＋確認　T：你的意思是說光線是從太陽穿過窗戶來的嗎？
S2：他是從這熱來的------因為他是如此的熱所以他形成明亮的光。⟶ 有些離開主題

淡化處理、拉回主軸　⟵ T：所以他是如何到這裡的？假如這光是在太陽上，那麼他是如何到達這裡的？　馬汀？　引起注意或促使他思考

S3：因為太陽正照著我們。

補充說明，進一步促發　⟵ T：但是太陽離我們有 93 百萬英里遠…那光線要如何從太陽那邊來到我們的桌子上呢？

離　　題　⟵ S4：是因為臭氧曾嗎？（接下來有幾個學生開始交換有關臭氧層破洞，可以通過更多陽光的意見，短暫的交換之後，教師又重新問問題）。 ⟶ 無關議題

沿著主軸拉回問題　⟵ T：但是這陽光是怎樣到達這裡的呢？

和主軸概念相關了　⟵ S5：他是旅行（travel）到這裡的。

強化、傳播並回應　⟵ T：卡頓說，他使用明確的字是「他旅行到這裡」。也就是說光線從太陽移動到這裡…

附錄二 佈題省思回顧表

日期：（ ）年（ ）月（ ）日星期（ ）

單元名稱：（ ）

(一)你覺得這個單元，最主要的是要讓學生學會哪些概念？

(二)為了讓學生獲得這些概念，在這堂課中你問了哪些問題？

1. _____

這題你的目的是希望學生澄清什麼概念？

你覺得有沒有達到你原訂的目標？如果沒有的話，你覺得可能是什麼原因造成的？

如果可以修正的話，你這一題會如何修正？為什麼？

2. _____

這題你的目的是希望學生澄清什麼概念？

你覺得有沒有達到你原訂的目標？如果沒有的話，你覺得可能是什麼原因造成的？

如果可以修正的話，你這一題會如何修正？為什麼？

3. _____

The Accessible Teaching Strategies of Mathematics Discussion in an Elementary Classroom

Su-jan Chen[1] and Shiang-Tung Liu[2]

[1]Jong-Jeng Elementary School at Chiayi County

[2]National Chiayi University

Abstract

The purpose of this article was to explore discussion in the math classroom and to find available ways to carry out math discussion. The participants were the two authors of this article; a research teacher and a fifth grade teacher. This cooperative action research study was conducted to view a discussion in a fifth grade mathematics class. During a semester, four teaching strategies evolved, one from each another. The benefits and weaknesses of each have been discussed. The discussion approach is also discussed from the perspectives of problem posing, guiding strategies, and the teacher's role. In addition, the authors' reflections and the implications of using a discussion approach are offered.

Key words: Cooperative Action Research, Mathematics Discussion, Teaching Strategy, Elementary Mathematics.