科學教育學刊
2003, 第十一卷第三期, 331-350

Chinese Journal of Science Education
2003, 11(3), 331-350

方程式定性分析在運動學的教學與研究

錢正之
國立台北師範學院 教育傳播與科技研究所

（投稿日期：民國 91 年 11 月 9 日，修訂日期：92 年 4 月 28 日，接受日期：92 年 5 月 20 日）

摘要：運動學是物理學的入門單元，其目的在於幫助學習者了解科學家如何以數學符號記錄、描述真實世界的現象。然而，許多學生在學習之後，面對如方程式（equation）、運動圖（motion diagram）、曲線圖（kinematic graph）等符號，卻無法直接在概念上轉化為具體的影像。本研究強調方程式之定性分析，協助學習者不經計算即可從方程式各係數或曲線的概念，讀出對應之運動。教學活動設計藉用電腦之運算特性，發展微型世界（microworld），提供學生進行動態探索之學習環境；並配合活動引導，讓學習者嘗試分析、解釋、以及檢驗自己對運動方程式與曲線圖的概念。教學單元分為兩部分，第一部分利用電腦模擬，幫助學習者建立方程式、運動圖、曲線圖等符號系統與相對實體運動的關係；第二部分則是透過實體運動作為中介，幫助學習者對以上各符號系統，發展系統轉換之認知能力。本研究以大一物理系學生為對象，以 ANOVA 分析學習者的先備物理、數學能力，一般解題能力，以及教材使用方式等因素，對學習者符號轉換能力之影響，同時探討大一學生的認知及相關先備能力，能否發展出將抽象符號轉換為實體運動之能力。結果顯示學生僅需了解相關基本定義，透過分析推理之引導訓練，無論物理與數學之先備能力高低，大多數學生能將相關符號轉化為概念之推理。

關鍵詞：方程式定性分析、曲線圖、電腦輔助教學、運動學、物理教育。

壹、緒論

一、研究背景與目的

在國內科學教育的實務中，一般而言，由於學生具有良好的數學基礎，反應在科學的學習上，對於計算形式的問題，通常有較佳的表現。以運動學為例，給予一組方程式 $x = t^2 - 3t + 5$，計算在特定時間如 $t = 4$，物體所在的位置 x，大部分的學生（包括人文類組的高中生），都能透過代入 t 值，求出 x。但同樣的方程式，假設 x 所描述的是一輛玩具車的運動，要求學生在不做紙筆、計算機等形式計算的條件下，說明這輛車大致的運動情形，則大部分學生的反應是，除了反覆計算、再逐一描點外，不可能從相關的符號中，直接觀察到方程式所代表

的運動。

在不同階段的課程，教學主題常以螺旋結構的方式反覆出現；根據前一階段的學習經驗，以及學習者該階段的認知能力，發展下一階段課程。以運動學為例，小學階段先學習何謂速度，及其大小關係；在中學階段，開始引入數學方程式，作為計算工具；進入大學就讀理工科系，大一普通物理課程將再次接觸該主題。本研究計劃的目的，是在學生進入大學階段、認知發展達到一定的成熟度後，幫助學生將數學形式的物理定律，轉化為有意義的具體影像（concrete and meaningful image）；唯有先建立此一能力，在解決相關問題時，才能進一步將定理作為分析思考之概念工具。以上題為例，在學過 $x = x_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2$ 後，學生知道 5 代表起始位置，-3 代表初速度，而加速度為 2（t^2 前的係數為 $\frac{1}{2}$ a）。以日常生活的口語，轉述以上數學方程式所代表的具體影像，即是「玩具車從起始位置為 5 的地方開始，先以 3 單位的速度向左邊跑（假設右方為正）；之後車子的速度逐漸減慢、停止、再折返向右，最後向右方愈跑愈快。」

如果學習者無法將數學化的科學定律與真實現象連接，則在解決相關問題時，便難以透過抽象的方程式，對問題進行思考分析，或對答案的合理性預作評估。是以，運動學之重要性，不僅在於學習運動方程式本身，更是在開始學習各項主題之前，幫助學習者建立一項重要觀念：物理中的各種數學符號，都是對真實環境相關特性的紀錄與描述。唯有當學習者能對所學的定理建立具體概念，才能在逐漸累積相關物理知識後，將其融會貫通，並於適當時機應用相關原理分析問題。

除學科特性外，如何引導學習者將數學方程式與實體現象作連結，則是教學設計應考量的重點。如果學習活動主要是代入公式、計算數值，則該學習活動與建立方程式與實體現象的關聯性，具有落差。對於部分資質較佳的學生，或許可以間接從以上的練習活動，自行領悟其關聯性；但如能在教學活動中，直接引導學習者由方程式或曲線圖等符號，推論出與實際運動間的關係，將可幫助更多學習者了解物理的奧秘，不再視物理為抽象難懂的學科。

在以上的學習目標與教學策略之間，如有適當的輔助工具，融合於學科本質與教學策略中，可進一步提昇學習的層次。電腦具有強大的運算能力，能輕易將各種符號轉化為實體的模擬，但本研究的目的，並非嘗試以電腦取代學習者的角色，直接將各種符號轉化為實體運動，讓學習者不經思考即可觀看結果；而是利用電腦提供一探索的環境，降低運算負擔後，讓學習者直接對已建立的概念，反覆透過測試、修正、再測試、再修正的過程，逐步建立符號與實體運動間的概念架構。

在本文中，不做數值運算，便能夠從運動方程式分析出實際運動；或是在其他物理主題中，將數學化的物理原理，轉化為動態的概念，作為非數值性分析、預測各種物理現象的工具，稱之為「方程式的定性分析」（Qualitative Analysis with Equations，簡稱 QAE）。本研究之目的，即在發展運動學之定性分析教材，並探討大一理工科系學生，是否具備足夠之認知發展能力及先備知識，以定性之概念分析方式，將運動學中不同符號系統轉化為實體運動，以及透過實體運動為中介，對不同符號系統進行轉換。

二、以方程式為基礎之定性分析

在許多學習者的印象中，「方程式」的功用為定量的數值計算；而「概念理解」（conceptual understanding）則常被誤解為中、小學生，或是人文、社會學科類學生，因缺乏相關數學能力，所學習的科學事實（facts）或科學常識。本文所謂方程式的定性分析，是針對具

有一定數學基礎能力的中學、或大學理工科系學生，從數學型態表現的關係式中，找出隱含於其中各個物理量之間的關係；之後，再使用這些方程式內含的訊息，定性地預測、分析或解釋一些生活上的現象。

將方程式使用在問題的定性分析，其目的為幫助學習者在解釋相關現象時，在概念上，能藉由方程式所隱含的關係，透過口語文字為組織工具，釐清邏輯推論過程；對需要比較大小、方向等相對關係時，也有明確的推論依據。藉由以上過程，可避免流於將堆砌零散、且無法連貫因果關係的術語，誤為概念理解，例如，彩虹、海市蜃樓等現象，如果只提到「彩虹因折射所造成」，對學習者而言，是一個正確、但模糊的觀念。但如果將折射定律（司聶耳定律）的數學推導過程（請參閱 Halliday, Resnick, and Walker, 1997, pp. 902-903），以動畫方式詮釋為「光在不同介質中，因為一邊前進速度快、另一邊較慢，所產生的偏轉現象」，再加上成像的原則，即使是國中的學生，也可以藉由簡易的圖形、文字推論「為何水中的硬幣看起來比實際高」，或是「大型水族箱中的潛水人員，所看見的顧客比實際高或是矮」等問題（錢正之, 2001）。

科學學習過程中，所謂的「解釋」可分為兩種層次。第一種是事實陳述性的解釋，例如「海市蜃樓是因折射所造成」，基本上只是敘述兩個術語之間，具有某種相關性；對於折射如何造成海市蜃樓等的推論過程，則未提及。另一種則是推理分析性的解釋，例如，海市蜃樓是因折射所引起，便引導學習者從折射的原理出發，逐步推論出該現象的形成；而各種看似多變的景象，只是折射現象在不同環境條件下所產生的必然結果。對有興趣投入科學、工程領域的學習者，後者無疑是非常重要的能力。反言之，如果學習者知道水中的硬幣、海市蜃樓等現象與折射相關，也能利用司聶耳定律 $n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2$ 進行數值運算；一旦被問到如何從折射定律推論出海市蜃樓、水中硬幣等簡單的現象，就不知該如何著手，則表示在分別學習「事實觀念」與「數學計算」之外，對於建立兩者間之關聯，仍有加強的空間，此即為方程式定性分析主要的學習目標。

貳、文獻探討

一、數學符號的認知類別

皮亞傑（1964）將認知能力的運作（cognitive function），區分為兩類：一類是外形（figurative）或稱為實體（physical）表徵；另一類則是運思（operational）或是邏輯-數學（logical-mathematical）的能力。他以 5、6 歲兒童重量移轉律（transitivity）的概念為例，即「若 A = B，B = C，則 A = C」，說明兩種認知運作與學習活動設計的關係。第一種學習活動方式如下：請學生比較不同物體 A、B 與 B、C 的重量，皆獲得等重之結果；接著告訴學生，若 A、B 與 B、C 分別等重，則 A 和 C 等重，並讓學生再度操作實驗，觀察 A 和 C 的重量以確認結果。透過「告知結果」、「操作實驗確認」的教學方式，在實驗後以類似的重量問題詢問學生，學生通常能正確回答兩物體等重。以上的學習型態，皮亞傑認為是屬於實物經驗（physical experience）的範圍，基本上只是提示學生注意物體的特性（noting facts about objects），而非邏輯關係的建立。其結果是，在學過重量的移轉律之後，將同樣的移轉律，應用在體積、長度等未曾接觸的問題，兒童便不能確定 A、C 具有相同結果的必然性。反之，如果學生建立的是邏輯運思能力，則遇到新的情況，應可適當運用移轉律，推論出結果。對於以上的結果，皮亞傑強調，「邏輯結構的發展，並非單靠提供實體操作經驗所能夠建立」（p.183）。

本研究所探討的運動方程式，在數學上屬一元二次方程式。在 $y = ax^2 + bx + c$ 的方程式中，「當 $a > 0$，曲線開口向上；當 $a < 0$，曲線開口向下」，以及「b, c 值固定，若 a 愈大，則曲線上升或下降的速率愈大」一類的陳述，在課本上，通常會將圖形繪出，並標註 a 的正負號；使用電腦，可以讓學生輸入不同的 a 值，由電腦顯示出結果，引導學習者歸納出各種係數的圖形特徵。以上的學習活動，只是透過數字的操弄，請學習者注意曲線的外型變化，屬於皮亞傑所謂的外在表徵學習，對於解釋如「為什麼 $a > 0$ 開口朝上」等問題，或是將兩組曲線並列，請學習者比較其特徵，推論兩條曲線所對應方程式的差異，則是屬於邏輯—數學能力的範圍。如同以上移轉律的建立，學生對數學的邏輯能力，亦非透過圖形觀看即可建立。在教學上，可透過基本定義的意涵，解釋各項係數對圖形的影響；再反向經由圖形的特徵，推測相對的方程式。學習者透過以上的雙向分析活動，反覆進行解釋、預測、修正、觀察、再修正的過程，方能建構出對各項數學符號的邏輯能力。就此一部份而言，物理上的運動方程式每項係數各有其對應的實際意義（位置、速度、加速度），透過物理更容易幫助學生了解一元二次方程式的邏輯關係。

二、圖形學習研究

除了方程式之外，運動學中另一種重要的符號，為描述位置、速度、或加速度與時間關係的曲線圖（kinematic graph）。由曲線圖理解的研究結果發現，許多學生對於這些圖形的基本意義，了解即相當有限；再進一步將這些曲線圖轉換到不同的數學符號系統（如方程式），則更加困難（Kramarski & Mevarech, 1997; Leinhardt, Zaslavsky, & Stein, 1990）。Beichner（1994）曾針對運動學研究學習者對曲線圖的了解，發現學習者對曲線圖有許多的誤解。其一，將位置隨時間變化的曲線圖（x-t 圖等），視做實際的路線繪圖。例如在 x-t 圖中的水平線，當做沿水平方向直線前進；左下右上的直線，則視為爬坡向上。其二，由於對曲線本身意義的不了解，對於曲線的斜率，以及曲線以下 x-y 軸所形成面積所代表的意義，更難以掌握。相關研究除了解學習者對曲線的迷思概念之外，還發現即使經過正式的教學之後，學習者對曲線圖的錯誤概念還是不易改變（Kramarski & Mevarech, 1997; Wainer, 1992）。

由於電腦具有強大的計算及圖表顯示能力，許多研究開始使用電腦繪圖軟體，作為輔助教學的工具。但研究結果卻發現，運用電腦展示各種圖形或模擬，對學習者在圖形意義的理解上，並不一定有幫助（Mevarech, 1994）。對於使用電腦工具展示圖形或動畫的教學方式，Kramarski（1999）認為，單純由「使用者輸入數值，電腦顯示結果」的學習型態，未鼓勵學習者思考這些圖形的建構過程，對於符號與圖形的理解而言，並非恰當的電腦輔助教學方式。從學習的觀點分析，以上的電腦輔助學習型態，如同在學習過程，不斷由教師示範，學生只觀看而未自行嘗試解題，最後學習效果不佳，應不令人意外。這也是 Kramarski 從學習的角度質疑，使用者輸入數值後，由電腦完成計算、結果顯示的學習過程，雖使學習變得簡單，但未必有助於圖形理解的主要原因。

Beichner（1994）在其研究的結論建議，如果希望學習者能真正的理解圖形的意義，應該提供學習者一個測試的環境，讓學習者建立自己的運動，得到對應的曲線圖，再藉著調整運動，修改圖形。俄亥俄州立大學在普通物理實驗室，將運動感測器（motion detector）、溫度計、測光儀等偵測器與電腦連接，並在螢幕顯示相關結果。在運動學的單元（Van Heuvelen, 1997），設計出一些特定的曲線圖，請學生決定應該如何走動（前進、後退，速度漸增、漸

減），才能得到題目所給予的曲線。在活動過程中，透過電腦化的學習環境，讓學習者經由自己身體的前後移動方式，建立曲線符號與實際運動之間的關係；並且透過改變前進、後退等動作的方式，修改、調整對應的曲線圖。以上的活動，由學習者目的性地操弄運動，在不斷修正運動的過程中得到問題指定的曲線，才能建立符號與實物之間的概念架構。

三、電腦作為認知學習工具

以電腦作為學習媒體，由於具有強大的運算能力，可立即呈現各式圖形及動態效果。然而，將電腦應用在學習時，其角色並非僅能做為各種資料觀看的呈現工具。透過不同的活動設計，可經由刺激學習者不同的認知能力，產生不同型態的學習效果。

電腦在教學上應用的研究，至少可追溯至 1960 年代。在近 40 年的研究中，「電腦輔助教學」的內涵，不管從科技面或教學觀，都有極大的改變（錢正之, 1999）。對於「事實」與「概念思考」的兩種學習型態，受基本學習觀改變的影響，在電腦輔助教學的研究領域，同樣可見其演進。在 1960 到 1980 年代，以行為主義為主要教學觀的時期，知識是被傳遞的物件，教育學者主張透過科技反覆播放、再加以聲光效果的輔助，可藉此增強學習的效果。電腦輔助教學設計的形式，主要依循史金納編序教學（Skinner, 1954）與教學機器（Skinner, 1958）的概念，將內容由淺而深、由易而難，經整理之後，呈現給學生；再透過測驗與回饋機制，決定後續呈現的內容。1980 年代對於這類以呈現、測驗、回饋為主要型態的電腦輔助教學，做了一系列的後設分析（meta-analysis）研究。結果顯示，整體而言，電腦教學對學生的學習有小幅度但仍具統計顯著（small but significant）的幫助 (Bangert-Drowns, Kulik & Kulik, 1985; Kulik, Kulik & Cohen, 1980)，但個別的教學成果則因個案有所差異。

對於此一時期電腦及其他媒體的教學效果，Clark 開啟了一段長達十餘年的對話。Clark（1983, 1994）從學習心理學的角度認為，如果只是將相同的教學內容，用不同的媒體呈現，在資訊取得的便利或經濟性，有其長處；但就學習效果而言，並沒有足夠的理由支持，以不同的媒體呈現相同內容，可顯著提昇學習效果。例如將原本列印在課本的文字及圖片，以電腦或電視顯示，資訊內容相同，學習不應有不同的效果。對於電腦在學習效果研究方面所得到的不同結論，Clark（1991）則在分析相關研究後指出，如果以相同的教師進行教學設計，再將同樣內容分別以「電腦」與「教師現場教學」兩種方式呈現，通常學生的學習效果差異並不顯著；當研究者針對電腦教學進行個別的教學設計，再與未參與研究的教師進行學習成效比較，則結果就比較有利於電腦教學。Clark 對以上現象的解釋，認為可能因所投入的人力、時間、及金錢上的不同，所造成的研究差異。也就是說，學習成就的差異，應來自於教學方法，而不是電腦本身。對於以上的質疑，Kozma（1991, 1994）與 Salomon（1979）從教育科技的專業強調，知識的內容，有許多不同的特性；而媒體的使用，應該要適切的凸顯相關知識的特點，這才是媒體之所以能夠提昇學習效果的關鍵。Salomon, Perkins, 及 Globerson（1991）更進一步指出，「只是運用新科技來傳播舊有的學習內容，即使科技讓內容傳達快一點或簡單一點，對學習效果都不會有什麼影響；學習活動的內容本身，必須要做改變。」(p.8)

除教學內容之外，電腦輔助教學的呈現與教學方式，對學習效果亦有不同之影響。以使用方式而言，River 與 Vockell（1987）對相關研究進行後設分析（meta-analysis），將電腦模擬的使用方式，分為引導式（guided）與非引導

式（unguided）兩類，發現在學習過程中，如能引導學習者瞭解模擬種所呈現的概念與操作目標，其平均效果（mean effect size）明顯優於未加引導之學習使用。而 Lee（1999）所進行的後設分析還發現，以電腦模擬進行教學，若只是單純的呈現電腦模擬給學生觀看或操弄，而未加以解釋與引導，因為學習者未能理解模擬的意義，除學習效果不理想之外，甚至對於以電腦模擬進行教學本身，都可能產生負面的態度。

對於傳統強調透過聲光、動畫呈現知識，再配合測驗與回饋機制的電腦輔助教學模式，Jonassen, Peck 與 Wilson（1999）指出一弔詭現象：電腦在學習過程中，所扮演的角色是呈現資訊、提出問題、分析答案；而學習者的角色，則是接收訊息、儲存資料、與回憶取得資料。比較電腦與人類的差異，可以發現這是以電腦替代人類的長處（提問與分析），而讓人類從事能力上不如電腦的工作（資訊儲存與取得）。在電腦輔助學習的設計中，應讓電腦與學習者各自執行擅長的工作：由電腦對原始資料做資料儲存、計算、整理等工作；學習者則是對整理過的結果提出分析、解釋或判斷等認知上的處理（p. 152）。

所以，Jonassen 等人重新將電腦在學習中的角色，定位為引發學習者思考的工具，稱之為「認知工具」（cognitive tools, Kommers, Jonassen, & Mayes, 1992），或是「心智工具」（mindtools, Jonassen, 1996）。由此一觀點出發所設計的教學活動，強調學習過程中「思考的投入」（mindful engagement），才是決定電腦能否影響學習效果的關鍵因素（Salomon & Globerson, 1987）。以電腦為認知工具在實際的教學活動設計上，是以電腦作為輔助的運算工具，其角色主要是支持、引導及擴展學習者的思考過程（Derry & Lajoie, 1993）。

美國俄亥俄州立大學的普通物理課程，即使用許多電腦化的實驗，以及電腦模擬實驗（Van Heuvelen, 1997）。在力學實驗中，學習者向上輕推放在斜面軌道的滑車，讓滑車先向上滑動、停止、再下滑。整個過程僅數秒，使用聲納測量器將滑車在軌道上的位置，記錄於電腦中。在取得運動資料後，電腦立即透過運算將原始資料轉化為運動的 x-t, v-t, a-t 圖。在傳統的普物實驗室，以上過程通常使用氣軌、光柵等方式，測量台車的運動，再用紙張、方格紙等繪出曲線圖，實驗主要目的，為驗證相關物理定律的內容。

在此實驗中，以電腦將實驗紀錄的時間，由一、兩小時縮短為一、兩分鐘，同時獲得更精確的數據，屬於科技應用的問題。而學習上的考量，則是如何善用科技，提昇學習的層次。例如，在以上的實驗活動，電腦記錄顯示滑車上升過程與下降過程，a 值有一高度差。討論重點為運用之前所學的物理定理，請學習者分析此一差值的成因，究竟是實驗誤差，或有其他成因，並解釋其原因。活動設計包含一系列的問題，引導學習者以繪圖方式分析上升、下降過程中，作用在滑車上重力、正向力、摩擦力等所產生的合力，再由 F = ma 所界定之關係，逐步推論出 a-t 圖中前後高度不同的原因。

對照傳統及以上之實驗，學習的內涵由過去單純的測量與印證，提升為運用基本原理，對測量數據的分析與解釋，以及必要時的修正。此一類型的學習活動更能將理論與實際結合，也更貼近科學家與工程師平日所進行的活動。此類實驗，確實需藉由電腦快速、精確的實驗分析能力，才得以進行；否則可能因手測值誤差過大，而無法深入分析。然而，誠如Pea（1985）所論，使用教育科技不應只複製過去的教學內容在新的媒體上，而應善用科技特有的長處，將學習者的經驗擴展到過去所無法建構的層次。在以上的力學實驗中，倘若採用最新科技，然學習型態仍維持過去的測量與紀

錄，僅是由電腦代學生執行測量與繪圖等工作，或許可幫助學生輕鬆獲得精確美觀的實驗報告，但是對於提昇概念的理解，效果將是微乎其微。基本上，電腦在教學策略上所應扮演的角色，是如 Derry 與 Lajoie（1993）及 Jonassen 等人（1996）所建議，以電腦作為輔助的運算工具；而簡化運算等複雜工作的目的，是讓學習者得以專注於建立符號與實際環境關係的思考過程。

行為主義強調知識的移轉，其中媒體的角色，強調圖形、聲光效果的對知識移轉的效率；而學習的成功與否，則是由檢測學習者回憶教材內容的正確比例決定。當教學觀逐漸演進至建構主義之後，電腦在教學上不再單獨強調媒體的傳播效果，而是以教學活動為中心，利用電腦的運算能力，作為刺激學習者思考的工具，扮演提昇學習者思考層次的角色。因此，學習過程不論是對教師及學生而言，可能比一般的教學需要更多的思考與挑戰。當電腦由知識傳播的工具轉化為認知工具（或心智工具）後，Jonassen 與 Reeves（1996）認為，不應再引導學習者及教師認為，「電腦教學輕鬆、好玩，卻能學得更好」的不當期望（pp. 696-697）。

四、理工科系學生的運動迷思概念與方程式定性分析

研究者曾教授中學教育學程「數理科教材教法」課程，修課學生具國內公、私立大學理工相關科系學士、碩士學歷，部份為代理代課教師，上課人數約 40 人。課程要求修課的職前教師，前往實習合作之國、高中教學一節課，拍成錄影帶後剪接為 15 分鐘，回課堂播放並討論。上課流程為先播放影帶，之後由修課之職前教師共同討論，最後再由任課教授講評。其中一位就讀物理系四年級、並修習學程的學生，試教討論主題為「何以距離較近的物體，移動速度感覺比較快」。該生使用如 $v = dx/dt$ 及三角函數等公式解說，由於相關公式對理工科系學生都已非常熟悉，反而未進一步檢視其中物理意義與數學應用，以致部分相當明顯的錯誤，如等速直線運動中「速度」的定義及三角函數，在熟悉公式的掩蓋下，經過十餘分鐘的討論，仍未被發現。詳細討論過程，請參閱附錄。

對於「速度」的概念及直線等速運動的計算，大學理工科系以上的學生，原不應有任何困難。對以上的現象，Halloun 與 Hestenese（1985）及 Hestenes、Wells 與 Swackhamer（1992）在研究運動與力的概念時指出，學生使用獨立（isolated）的物理公式，或許不會出現問題；一旦加入環境條件的描述，方程式所表達的意含就可能被忽略或混淆。所以，在物理的學習上，讓學生在代公式計算之前，能先用相關物理定律中的概念，定性地分析相關的條件，是近年物理教育中，日漸受到重視的主題。

同時，概念學習的研究指出（如 Posner, Strike, Hewson, & Gertzog, 1982; Viennot, 1979），學生如果不能發現自己觀念的問題所在，只是由教師給予另一個說法，學生或許會在考試的過程修正答案，但是對於概念的改變助益有限。在以上速度的例子中，當研究者注意學生報告中物理概念的錯誤時，並不直接展示正確的答案，而是透過對話方式，引導學習者從基本概念出發，對問題進行分析：(1) 詢問定義的公式內容，(2) 在所分析的情境中，找出公式中所包含的各個物理量，(3) 根據方程式的定義，決定相關物理量之間的關係（請參閱附件）。當學生循序推論出各物理量之間的關係，將自行發現：運用原本早已熟悉的基本定義，經過簡單分析所導出的的答案，與模糊的「印象」所推論出的結果竟完全不同。

除速度的定義之外，研究者同時注意到，部分理工科系的學生，對加速度也有一些錯誤

觀念。最常見的觀念，是認為「物體運動愈來愈快，加速度為正；運動逐漸減慢，則加速度為負」，此即學生有時使用「減速度」（英文使用 deceleration）一詞，替代「負加速度」（negative acceleration）的原因。這並非僅是慣用語的問題，而是「減速度」在字面上隱含有「速度減慢」之意；而實際上，負加速度卻可能是愈來愈快的運動。例如運動速度從-3 變為-5，其加速度為負值，但物體運動卻是變快。同理，正加速度可以是速度由-4 變為-2，其物體的運動為逐漸變慢。對於這類的觀念問題，同樣需要如以上所述方式，設計出數種情況，引導學習者分析定義中的每一項物理量，與實際問題對應的關係，再逐步推論出正確的結果，才能有效的幫助學生改變觀念。

五、物理學習之影響因素

Hudson 與 Rottmann（1981）指出，數學先備能力對大一物理確為重要影響因素。Ott（1974）則發現，數學能力對不同型態的物理教學有不同的影響：對數學能力較低的學生，使用錄音帶的引導教學（audio-tutorial instruction），學習效果較佳；數學能力較高的學生，在傳統講課、演習、實驗的授課方式下，學習成效較好。此一結果顯示，在採用不同教學方式的情況下，先備能力與學習成效之間，可能出現不同的效果。若僅考慮物理先備能力，Alters（1995）及 Hart 與 Cottle（1993）指出，高中物理學習經驗，對大學的物理課程應有正面的幫助。

以上是就個別物理與數學能力進行討論，同時亦有許多研究者，將物理與數學能力與其他能力共同比較，嘗試尋求可能預測學生物理成就之因素（predictors）為何。Harpole 及 Gifford（1985）列舉出性別、美國學院測驗（American College Test，簡稱 ACT）總分、ACT 科學成績、ACT 數學成績、實驗節數、實驗類型、高中物理課程數目、班級大小、男女比例、生涯規劃、與數學課程種類等 11 項因素，發現最佳的預測指標為 ACT 總成績，其次依序為性別、微積分課程，ACT 科學成績第四，而 ACT 數學成績則無法有效預測學生物理成績。Gifford 與 Harpole（1986）也單就物理與數學背景，分析大一普通物理課程之學習成就指標，則發現相關因素依序為高中物理背景、數學能力、以及高中實驗課程類型。Iadevaia（1989）則是由學生讀寫能力及數學能力，分析與大一物理（algebra-based physics）成績的關聯性，則發現最佳的預測指標為閱讀能力，其次為數學成績。

綜整以上研究，當研究者或教學者單獨考慮物理、數學之先備能力時，相關經驗對學生物理學習應有幫助。然而，當物理與數學能力與其他如綜合學習成就、閱讀能力、或是性別等因素一併考量時，則相關先備經驗未必為大一物理學習成就之最佳預測指標。由於所謂物理學習成效之評量，涵蓋文意解讀、概念理解、解題計劃訂定、數值運算、答案詮釋分析等過程，同時亦與授課、測驗方式有關，故以上各因素對物理學習成效影響分析，在各研究中分別呈現不同之結果。

、研究設計

一、研究目的與待答問題

本研究發展之教材，藉用電腦在符號系統即時轉換的運算能力，協助學生將靜態的科學符號與實體的物理運動結合，期望理工科系學生，在解決問題時，能先使用相關的物理原理，對問題進行定性分析，再著手代入公式的計算。同時，由於對問題的解答已先做約略分析，對於所得到的答案，才有能力評量（evaluate）答案的合理性。由於現有教材較少有關於方程式定性分析之內容，多位實際從事大學物理教

學研究者，建議本計劃教材之使用，應注意學生是否具有學習相關內容之能力，以免因教材內容難度太高，學生無法適應吸收。本計劃的研究問題如下：

1. 學生使用本教材之後，可否正確說明各種符號系統所對應的實體運動為何？
2. 由教師帶領學生討論與由學生分小組自行討論兩種不同方式使用本教材，對學生能否了解符號系統與實體運動間的關係是否有所影響？
3. 學生的先備數學能力對了解符號系統與實體運動間的關係是否有所影響？
4. 學生的先備物理能力對了解符號系統與實體運動間的關係是否有所影響？
5. 學生在使用本教材之後，對於一般性的數值型態解題活動是否有所幫助？

以上各相關研究問題的目的，除分析學生整體之學習成效外，亦觀察學生先備數學、物理能力，以及教材的使用方式，對學習成效是否具有顯著差異，以了解本教材之可行性，以及與使用對象先備能力之關係。

二、研究對象與研究變數

研究對象為淡江大學物理系一年級學生，共 125 人。普通物理課程之安排分為：(1) 學生以大班的方式共同聽講，每週兩節（每節 50 分鐘），由物理系教師講述基本定理；(2) 討論課每週一節，分為四個小班，一般由前項同一教師授課；(3) 演習課每週一節及實驗每週三節，由助教分班上課。大班教學由物理系專任教授擔任，有十年以上普通物理教學經驗。本計劃在學生共同聽講學習基本的運動學知識之後，借用討論課使用本教材，並由教材設計者擔任授課。教材設計者過去曾擔任普通物理助教兩年，教授演習及實驗課程。

研究以學習者對數學符號轉換為實體運動之能力進行分析，並以教學方式、物理先備知識、數學先備知識、及一般解題能力等因素，作為學生學習成果分析的變因。研究變因第一項為教學方式，分為教師帶領學生進行討論活動，與三位學生分成一個小組，進行學習活動；先備物理、數學能力，依大學入學考試物理及數學科成績，分為高、低兩等級；一般解題能力是以同一次期中考試，扣除本部分 20 分以外的 80 分為參考數值，分為高低兩級。相關內容整理如表 1。

大一普通物理課程修課成員原包含 18 位高年級重修生，由於重修生為第二次（或以上）修習普物課，此變因與一般學生不同，且大學聯考成績分佈亦有所不同，故未納入研究中。此外，由於女性人數僅 17 人，男女人數差異懸殊，故未將性別列統計分析項目。

在正式進行研究之前，曾詢問物理系高年級與研究生如「請說明某物體位置函數為 $x = t^2 - 3t + 2$ 的運動情形」等問題，由於現有教材並未直接涵蓋相關的定性問題分析，學生在被詢問當時通常無法正確回答。如果將學生分為兩組，一組使用本教材，強調將數學符號轉化為實際運動之方式；另一組則採用 Halliday, Resnick, 及 Walker（1997）所著之普通物理課本，相關內容比例較低。在兩份教材內容不同的前提下，以實驗組特有之內容進行測驗，藉以比較兩組之「學習效果」，並無實質意義。是以本研究未採用常見的「電腦教學」與「傳統教學」方式進行對照，而是將研究焦點集中於整體學習者是否具有將數學符號定性轉換為實體運動的學習能力，以及學生是否需要較高的物理、數學能力，才能適應相關的學習內容，以作為未來課程設計的參考。

三、教學活動設計

由於物理系學生在中學時代都曾修習運動學，在單元一開始，先在黑板寫下運動方程式，如 $x = t^2 - 5t + 8$，代入 t 值求 x，學生都表示沒

表 1：研究變數

自變數	觀測值	等級（Level）
解題計算能力	期中測驗計算部分得分	高、低
先備物理能力	大學聯考物理成績	高、低
先備數學能力	大學聯考數學成績	高、低
授課方式	問題討論引導	教師、小組
因變數		
數學符號之定性轉換能力	期中測驗符號轉換部分得分	總得分

有問題；接著問學生：「如果這是一輛汽車的運動，請問誰能說出汽車大致的運動情形？」另外，在黑板上畫一組 x-t, v-t, a-t 圖，「請問誰能寫下對應的方程式？」對於第一個問題，由觀察方程式直接說出概略的運動情形，大部分的學生都是不知從何回答。

在課程開始之前進行以上討論的目的，是針對大學生已具相當先備知識的條件，讓學生發現自己對運動學部分概念的了解有不足之處，吸引其注意力。接著，利用學生能夠理解的部分，請學生評估自己的答案，例如只有一個空間座標的方程式，是否可描述二維運動？最後才透過引導問題，開始進行教學活動。

教學活動設計，共分為七大單元。前三單元分別介紹運動方程式、運動圖（motion diagram）、及曲線圖的意義，以及每種符號與實體運動之間的關係。其後的三個單元則介紹如何由一種符號系統，透過實體運動作為媒介，轉換為另一種符號。以下將舉出數個例子，說明如何透過引導問題以及電腦模擬之支援，幫助學習者對方程式或其他符號進行定性思考。

第一單元的運動方程式，從係數所代表的意義，分析方程式與運動的關係。給予學生一組以電腦動畫呈現的車輛運動（如圖 1），提供相對的位置與相對的速度關係，並給予三組不同的座標原點以及正負方向；接著引導學生從不同的座標系統推論出相對的運動方程式。學生在完成活動之後，將發現一組完全相同的運動，因不同的座標定義，將呈現出不同的方程式。

相似的概念也可反向進行分析：給予一組方程式，請學生思考相同的方程式可能表示哪些運動。例如，$x = t^2 - 3t + 2$，只需調整適當的座標軸，可以是「在水平方向，先向左方運動，減慢、停下、再向右加速的運動」；可以是「在一斜面上，推動滑車先向上滑行，再逐漸滑落的過程」（在此情況下，可以請學生由此方程式推論斜面的角度為何；如有摩擦力，該角度應如何修正？）；也可是「在某一未知星球，將一物體上拋再落下的過程」（假設該星球構成物質與地球相仿，即可進一步估計該星球的大小）。活動主要幫助學習者了解：相同的運動，可能會以不同的運動方程式出現；而相同的運動方程式，也可能是描述不同的運動（但會具有某些共同特徵）。其次，也讓學習者了解，可以從簡單的數字，推論出某些隱含的環境條件。這些都是從事科學、工程研究所需要的技能，也是為什麼應該了解方程式的意義，進而「讀懂」方程式，而不能僅是背下方程式及其對應運動的理由。

第三單元介紹 x-t, v-t, a-t 曲線圖的繪製。國內大學階段學習者通常能夠了解，x-t 圖呈現直線上升或下降為等速運動，以此為基準，再請學習者思考：以等加速度向右運動，和等速向右的物體比較，是領先愈來愈多，保持等距，或是落後愈來愈多？讓學習者由真實運動



圖 1：相同的運動，不同的座標系統，將得到不同的運動方程式

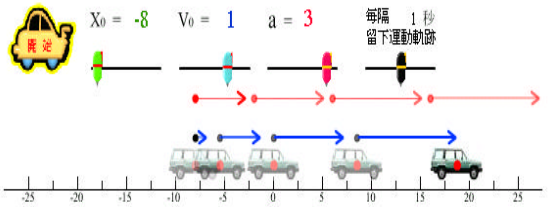

圖 2：請學習者觀察汽車上方紅球的運動，藉由調整方程式係數，控制車子運動，使球、車具有完全相同的運動軌跡為止

的想像與比較，決定 x-t 圖曲線彎曲的方式，而不是要求學習者記憶一元二次方程式的種種特性，套在 x-t 圖上。因為如果學習者對 x-t 圖原就不甚熟悉的情況下，再要求學習者以同樣不熟悉的數學規則決定答案，對學習者可謂抽象之上再加抽象。利用學習者能夠處理的等速運動為基礎，要求學習者想像速度漸快與等速運動物體的相對位置，來決定曲線的偏轉方式，較易幫助學習者建立曲線符號與具體運動之間的關係。

第四單元請學習者由電腦顯示的實際運動狀態，推測其對應的方程式。首先電腦模擬提供一組運動（以紅球表示），而學習者的目標，則是在方程式中輸入適當的係數，控制一輛車子的運動，直到球與車子的運動完全一致為止（如圖 2）。學習活動的引導方式為：(1) 請學習者由球的起始位置觀察 x_0 的值，由初速度的方向決定 t 係數的正負號，再由速度的改變（即加速度）決定 t^2 項係數的正負號。(2) 執行模擬，通常此時球與車子的運動暫不會完全相同，請學生先觀察兩者是否具有相同的運動型態（如起點接近、都是先向左跑再逐漸往右加速）；如果沒有相似的型態，則再次調整係數的正負號，直到出現一致性為止。(3) 根據球與車子運動的快慢、加速方式，修改方程式係數的大小，再度執行模擬、依箭頭的位置與長度差異，調整係數大小，並反覆數次，直到兩者的運動完全相同為止。

在以上的活動中，學習者需觀察兩個物體運動的差別，以決定修正係數的方式；在輸入經修正的數值之後，學習者必須觀察，兩個物體的運動是更接近或差異更大？如果調整後差異更大，則表示應該朝反向調整大小。本活動就是利用學習者反覆觀察運動、修正係數的過程，幫助學習者建立方程式與運動之間概念的關聯性。此時，若能記錄學生修改係數的過程，也是教師重要的評量依據。因為在這個活動中，重要的並不只是最後的答案是否正確。從學生修改數字的過程，我們至少可以觀察兩種重要的能力。一是學生是否了解係數對運動產生的影響效果，如果是，則修改的過程應當是逐步的接近正確答案；如果發現學生的答案修正過程反反覆覆，則表示學生尚未能有效掌握係數的影響方式。二是變數控制的能力，假如學生從最單純的常數項（即起始位置）開始修改，再反覆修正速度、加速度，而不是在一回合的修改中，同時改變好幾個係數，使得各個係數對運動所產生的影響，不容易觀察出來。了解學生的工作過程，比起最後得到的一組正確答案，或是簡單的記錄猜測次數，可以提供教師更為豐富的評量以及教學指導的資料。

四、實驗前測試

本教材於完成後，曾以高中學生、大學理工科系學生及研究生、人文社會學科大學及研究生、以及教學專家，進行形成性評鑑，以了解教材之可行性，並作為改進之依據。

以理工科系大學、研究生等已學習過運動學之對象進行試測，發現學生在乍聽如「請不做計算，描述 $x = t^2 - 3t + 5$ 之運動」，由觀察

方程式直接說出概略的運動情形，大部分的學生都是不知從何回答；另外也常有少部分的學生回答「拋體運動」。當進一步詢問學生為什麼這個方程式所代表的是拋體運動，學生的答覆都是：「一元二次方程式就是拋體運動。」以上答案實際綜合許多熟悉而模糊的印象。這些印象包括(1) 一元二次方程式的 x-y 圖（在此為 x-t 圖），稱為拋物線；(2) 拋體運動確有一元二次方程式存在（y 方向運動）。

對以上答案進行分析可發現，因問題有關車輛的運動，一元二次方程式會產生拋物線，再加上拋體運動中含有一元二次方程式的部分，這些模糊的印象各自陳述時，並無錯誤之處。但由於對相關概念缺少清楚的了解，一旦需要綜合應用，便組合成了「拋體運動」的錯誤答案。對此答案，教師可就學生已知的部分詢問：方程式中有幾個空間座標？答案是只有一個 x（t 是時間座標）；如果運動方程式中只有一個空間座標，請學生想像，如果把 t 逐一代入，算出一系列 x 值，再將所有的值描在方格紙上，一定只會沿著 x 軸做直線運動，不會有 y 方向的移動。也就是方程式只有一個空間座標，就只能描述一維運動，如拋體運動之類的二維運動，必為錯誤。接續以上討論，可再提示各項係數的意義，推論結果。

當對人文、社會學科大學及研究生測試，第一反應自是無法回答。但由於目前之大學生，在國、高中時期課程仍有運動方程式，亦了解各係數代表位置、速度、與加速度，在逐步引導下，亦能從以上方程式指出相對運動，但無法進一步分析相關內容。

而擔任教授運動學單元或從事相關學習研究之教師，看到相關內容及問題時，通常認為相關教材對理工科系研究生都屬不易，如嘗試教授大一學生，需格外注意教材難度及學生是否已具備學習之基礎。

由以上形成性評鑑之相關結果可知，學習者典型第一反應為不知如何做答。然而，究竟是因學生未具備相關學習基礎，或是學生已具備分析定性特徵之基礎知識，僅缺乏整合應用之引導，為本研究探索重點之一。

五、學習評量

學生學習成效評量於第一次期中考試進行（期中考試每學期共四次），考試範圍包含運動學、力與運動、以及部分能量單元。考量本次考試所涵蓋的主題章節，與本研究相關，亦即運動學中三種符號系統與運動的對應關係，及符號系統之間的轉換，總共佔 20 分（滿分 100 分）。第一大題測驗學生運動與方程式的關係，給予學生一棵樹的座標軸位置，以及一個人與該樹的相對位置與運動，請學生(a)描述此人的起始位置、初速度、加速度；(b)寫下此人的運動方程式；(c)計算此人停下時與樹的距離。第二大題測驗符號系統轉換的能力，給學生一道運動方程式，請學生(a)描述該物體速度的變化；(b)繪出運動圖；(c)繪出曲線圖。學生作答的內容包含文字敘述、圖形繪製、以及數值運算三種形式。

肆、研究結果

測驗共六小題，總分 20 分，全班學生平均分數為 14.3 分，標準差 3.9 分，顯示整體而言，學生對於給予一組運動，寫出對應的方程式，以及從方程式轉換為運動圖與曲線圖，具有一定程度的了解。學生成績以 4-way ANOVA 分析符號系統轉換能力與教學方式、先備物理知識、先備數學知識、及一般解題能力四項因素間之關係。由於大一普物為物理系一年級必修科，同時影響後續課程修習，故所有物理系一年級學生皆參與修課。測驗時間為第一學期開學後第一個月內所舉行之第一次期中考試（全學期共四次），該次考試無缺考情況發生。

分析結果顯示，一般解題能力對學生學習符號轉換能力的成效，發現顯著差異，F（1,78）= 7.40, p < .008。一般解題能力較高的學生（M = 15.69, SD = .71）對符號轉換能力顯著優於解題能力較低者（M = 13.20, SD = .54）。相關文獻對學習成就之探討，多集中在先備經驗與學習成就之關係；同一學習歷程中，定性分析學習與計算解題能力之關連性，較少有研究。本研究結果中，發現定性理解能力與數值解題能力之間，具有顯著關係，其解釋有二。一是學生如果對於各種符號與實際運動之間的關係清楚了解，對於一般性的運算題目應也有幫助。另一種可能解釋為，學習者在符號與實體關係建立的能力，與學習者的努力程度有關，即努力便可在定性分析與定量計算兩方面，獲得良好的成績。許多初聽到本計劃目標，為教導學習者「觀看方程式，即能說出物體的運動」、「能從一組 x-t, v-t, a-t 圖，看出圖形對應的方程式」，認為對理工科的研究生都屬不易，大學一年級的學生，幾乎不可能達成。但以淡江大學物理系的學生為研究對象，以上分析結果顯示，從符號看出實體運動的能力，如以適當方式引導，是在學習者努力即可達成的範圍之內。

在教學方式上，由教師帶領學生討論（M = 13.99, SD = .65）與讓學生分組討論（$\underline{M}$ = 14.90, SD = .59）兩種教學方式，學生在轉換不同符號的能力方面並無顯著差異，F（1,78）= 1.09, p < .300。亦即以教師教學及學生分組討論兩種不同方式，皆能獲得良好學習效果。在文獻探討中，River 等（1987）及 Lee（1999）皆指出使用電腦模擬時，教學引導在學習成就與學習態度上，具有重要影響。一般而言，教師與學生以面對面方式對談，較易進行思考引導；如教材僅提供模擬之操作，則可能因教師不同，在學習效果上無法達到相同的水準。分析本結果之原因，活動設計採用引導問題的方式，提供問題分析的重點，協助學生辨識出判斷關鍵處，可達到與教師引導相當的結果，在教材設計上具有正面的意義。

此外，大學入學考試中物理成績較佳的學生（M = 14.55, SD = .58），與物理成績較低的學生（M = 14.34, SD = .66），對運動學符號轉換的測驗成績並無顯著差異，F = .06, p < .816。研究同時發現，大學入學考試中數學成績較佳的學生（M = 15.00, SD = .57），與數學成績較低的學生（M = 13.88, SD = .68），在本研究中測驗成績亦無顯著差異，F = 1.52, p < .221。此結果顯示大學聯考物理與數學成績的高低，對學習本研究所述之符號轉換能力無顯著影響。此一結果與實驗前的非正式測試顯示，多數大學物理系或研究所學生，在完成普通物理課程之後、未經提示之前，無法正確地對不同符號系統進行轉換的結果，具有一致性。雖然一般認為相關科目的先備學習經驗，對後續的學習將有所影響（如 Alters, 1995; Hart & Cottle, 1993; Hudson & Rottmann, 1981），但 Harpole 與 Gifford（1985）以及 Iadevaia（1989）的研究發現，當物理、數學先備經驗與其他學習因素（如綜合成就、閱讀能力等）綜合比較下，未必是後續物理學習成績的最佳指標。

何以聯考之物理與數學成績，對本計劃所強調之定性分析能力未產生顯著影響？此一結果可由方程式定性分析之教學過程與內容加以分析。教學活動設計中，前三單元強調各種符號與實體運動之關聯性，後三單元則是以各符號系統所共同對應的實體運動，作為符號轉換的中介。也就是先幫助學習者建立各種符號所對應的具體影像，再將此符號系統在腦中所呈現的影像，用另一種符號記錄下來。在傳統以一元二次方程式為核心的教學活動中，以方程式轉換為曲線圖為例，學生必須先搜尋記憶中，方程式 $y = ax^2 + bx + c$，係數 a、b 的正負號組合所對應的四種不同 x-y 曲線形式。如果學習者過去學習一元二次方程式的方式，是觀

察正負係數所對應圖形的外型特徵，再歸納、記憶不同的結果，即使當時能通過測驗，但在日後需要應用時，可能早已遺忘。以上討論尚未包含一些對數學有恐懼感的學生，即使記得相關結果，一旦將以上的 x-y 函式改寫成運動學中 $x = x_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2$ 的形式，就會產生轉換上的困擾。如用以上觀點看待運動學，數學能力之精熟與否將對學習具有重大的影響。

然而，在本單元中解讀運動學的方式為，請學習者由方程式係數的意義，如「車子一開始向左走，逐漸停下後，再向右愈來愈快」，想像前進的軌跡；再將該軌跡以曲線圖記錄結果，達到「將方程式轉換為曲線圖」的目標。所以單元主題雖是不同符號系統的轉換，看似以數學為重心，但實際所應用的數學技巧非常簡單，遠低於大學入學數學科考試的能力要求，反而是理解數學符號中係數與物理世界的關聯性才是重點。同時，以上教學內容所需的先備物理知識，僅包含簡單的起始位置、初速度、加速度等，通常考上大學理工科系的學生都已熟悉；而將以上知識整合融入運動方程式之解讀，則是中學階段所未曾強調，故此一教學設計特徵，可解釋何以學生先備數學及物理能力對於符號轉換能力的影響，並未發現顯著差異的原因。此結果同樣支持大一學生已具備將符號轉化為實體運動或轉為其他符號系統之能力，所欠缺的僅是適當的教材，以及提供學習者學習的適當環境。先備數學、物理能力未發現對定性分析能力有顯著影響，其重要意義為，如有適當引導，相關內容對學習起點不同之學生，皆有正面效果，並未因難度過高進一步加深學習者之能力落差。

伍、討論與建議

一、學習型態與教學設計

運動學為學習物理學的入門單元，假如學習者能建立「所有的物理符號，都對應一組實體現象」的觀念，對於日後學習力學、電磁學等，將影響其學習態度與方式。如果學習者在一開始接觸運動學，所得到的印象為「只是一堆數學公式」；又由於內容尚不困難，解決問題的方式為「找到適合的方程式代入數字就可以得到正確答案」，這樣的「成功」經驗，同樣會影響、複製到之後的單元。兩種不同的學習方式，在比較簡單的單元，差異或許尚不明顯；當學習主題逐漸擴大、加深，且需靈活整合應用時，其差異將逐漸顯現。

從認知的角度分析方程式與曲線圖形的學習，單純的動畫所顯示的運動，只是皮亞傑所謂的外形表徵，不易遷移、應用在各種情況，作為問題分析的工具。欲進一步培養學習者邏輯–數學的推理能力，可透過教學活動設計的引導，劃分為許多在認知能力上足以掌握的階段，再對各項問題逐步進行分析、判斷、修正、與測試，以建立「數學符號」與「實體運動」之間的關係。在本教材的規劃中，是以「方程式定性分析」為模式，從物理定律所隱含的概念，逐步推論出各種現象。因為，當學習者看到數學形式的符號，如果需透過反覆的數值運算才能知道其物理特徵，則大部分的思考負荷（thinking load）將被計算所佔用；唯有在看到符號時能立即反應其隱含的概念，才能降低符號本身的思考負擔，容納其他的環境條件，將數學化的物理規則應用於解決問題之上。

在教學設計上除引導學習者了解符號與實物的關係之外，從建構主義的觀點，學習者的主動參與，也就是對於現階段已建立概念的測試與修正，是建立以上邏輯關係的重要過程。所以在活動過程中，應給予一些情況（context-rich problems），引導學習者運用物理知識以及整理過後的數據資料，作為分析、解決問題的工具，才能引發學生在學習過程中的心思投入（mindful engagement）。在運動學中，

學習者先概略的思考方程式與運動現象間的關係，將思考結果輸入測試；而輸入的資料，並不是由電腦告知答案正確與否，而是由學習者對電腦輸出的結果進行判斷：「這是我要的結果嗎？」若否，學習者應嘗試決定：「我應該如何修正才會得到更接近的結果？」修正之後，再進行測試、再觀察、再修正，直到得到最後的結果。電腦在學習過程中所扮演的角色，並非評量學習者答案之對錯；而是執行運算後，中性地呈現使用者輸入資料所對應的結果，提供一個讓學習者可以自己進行分析、思考、評量概念的環境，如此方符合 Jonassen（1996）所稱「心智工具」之精神。

二、學習者之認知能力

過去對運動學中數學與物理關係的界定，是經由一元二次方程式，學習運動的物理意義。所以乍聽「由觀察方程式，不作計算，即能敘述物體約略的運動狀態」，多數人認為，此一能力需極高的數學能力為基礎，即使理工科系的研究生可能都無法達到。本研究由學習者所熟悉的物理定義（起始位置、初速度、加速度等）出發，引導學習者以定性分析方式，決定數學型態之方程式表徵所隱含之意義。除運動學外，亦曾設計與力學、光學或是化學相關之定性分析問題，同樣學生不需做任何計算，只需使用學過之概念進行問題分析。理工科系學生或理化老師在乍見問題之初，或有不知從何著手之感；但在引導解題過程之後，反應通常是：「不難，只是以前沒人問過這種問題而已。」大學階段之學習者，應已具有解讀方程式為具體意義之認知能力，所需僅為加強此方面之學習引導。而對物理與數學兩者之關係，本研究建議在適當主題中，如反向由物理概念為基礎，學習一元二次方程式及對應之圖形，則每一係數及曲線都具有易想像的實際意義，對數學之概念建構或將有所助益。

進行本研究之過程中，也曾以相似的內容，與文學、社會科學背景大學生及高中一年級學生討論，發現大多也可做到由方程式讀出運動狀況，或由不同之 x-t 圖中，比對其運動差異。未來可繼續探討中學生對於透過方程式分析實際運動的能力及方式。同時，方程式定性分析的學習內涵，亦可應用在其他主題。例如，在光學折射方面，幫助學習者透過司聶耳定律 $n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2$ 所隱含的速度差機制，定性推論出海市蜃樓、彩虹等現象。又如從電路學中 V = IR 關係，幫助小學生在面對複雜的燈泡、電池、導線的組合中，分析燈泡之明滅情況。以上皆是將原本以數學型態呈現的物理原理，透過電腦轉化為動態的具體概念，提供學習者作為各種現象分析、解釋、以及檢驗的工具，此即為方程式定性分析的主要目標。雖強調定性，如學習者對於數學化的物理特性有所了解，能在解題前對問題進行定性的評估與分析，對數學類型的解題能力亦將有所助益。

致　謝

本論文之完成，經費承蒙行政院國家科學委員會補助（NSC 88-2520-S-032 - 001），特此致謝。

參考資料

1. 錢正之（1999）：教育理論演進對 CAI 設計與教學的影響—以科學教育為例。課程與教學季刊, **2**(**4**), 25-42。
2. 錢正之（2001）。物理網路課程之發展與研究（III）。行政院國家科學委員會專題研究成果報告（未出版）。
3. Alters, B. J. (1995). Counseling physics students: A research basis. *The Physics Teacher, 33*(6),

413-415.

4. Bangert-Drowns, R. L., Kulik, J. A., & Kulik, C. C. (1985, April). *Effectiveness of computer-based education in secondary schools*. Paper presented at the annual meeting of American Educational Research Association, Chicago.
5. Beichner, R. J. (1994). Testing student interpretation of kinematics graphs. *American Journal of Physics, 62*(8), 750-762.
6. Clark, R. E. (1983). Reconsidering research on learning from media. *Review of Educational Research, 53*, 445-459.
7. Clark, R. E. (1991). When researchers swim upstream: Reflections on an unpopular argument about learning from media. *Educational Technology, 31*(2), 34-40.
8. Clark, R. E. (1994). Media will never influence learning. *Educational Technology Research and Development, 42*(2), 21-29.
9. Derry, S. J. & Lajoie, S. P. (1993) A middle camp for (un)intelligent instructional computing: An introduction. In S. P. Lajoie & S. J. Derry (Eds.), *Computers as cognitive tools* (pp. 1-11). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
10. Gifford, V. & Harpole, S. (1986, November). *Factors contributing to freshman physics achievement*. Paper presented at the Annual Meeting of the Mid-South Educational Research Association, Memphis, TN.
11. Halliday, D., Resnick, R., & Walker, J. (1997). *Fundamentals of physics extended* (5th Ed.). New York: John Wiley & Sons.
12. Halloun, I. A., & Hestenes, D. (1985). Common sense concepts about motion. *American Journal of Physics, 53*(11), 1056-1065.
13. Harpole, S. & Gifford, V. (1985, November). *Factors contributing to achievement in state-wide physics competition*. Paper presented at the Annual Meeting of the Mid-South Educational Research Association, Biloxi, MS.
14. Hart, G. E., & Cottle, P. D. (1993). Academic backgrounds and achievement in college physics. *The Physics Teacher, 31*(8), 470-475.
15. Hestenes, D., Wells, M., & Swackhamer, G. (1992). Force Concept Inventory. *The Physics Teacher, 30*, 141-158.
16. Hudson, H. & Rottmann, R. (1981). Correlation between performance in physics and prior mathematics knowledge. *Journal of Research in Science Teaching, 18*(4), 291-294.
17. Iadevaia, D. (1989). *A study of the relationship between student placement test scores and final grades in physics 121 at Pima College*. Ft. Lauderdale, FL: Nova University. (ERIC Document Reproduction Service No. ED303223)
18. Jonassen, D. H. (1996). *Computers in the classroom: Mindtools for critical thinking*. Columbus, OH: Prentice Hall.
19. Jonassen, D., Peck, K., & Wilson B. (1999). *Learning with technology: A constructivist perspective*. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall.
20. Jonassen, D. H. & Reeves, T. C. (1996). Learning with technology: Using computers as cognitive tools. In D. H. Jonassen (Ed.), *Handbook of Research for Educational Communications and Technology*. NY: Macmillan.
21. Kulik, J. A., Kulik, C. C., & Cohen, P. A. (1980). Effectiveness of computer-based college teaching: A meta-analysis of findings. *Review of Educational Research, 50*(4), 525-544.
22. Kommers, P., Jonassen, D. H., & Mayes, T. (Eds.). (1992). *Cognitive tools for learning*. Berlin: Springer.
23. Kozma, R. B. (1991). Learning with media.

Review of Educational Research, 61, 179-211.

24. Kozma, R. B. (1994). Will media influence learning? Reframing the debate. *Educational Technology Research and Development, 42*(2), 7-19.
25. Kramarski, B. (1999). The study of graphs by computers: Is easier better? *Educational Media International, 36*(3), 203-209.
26. Kramarski, B. & Mevarech, Z. R. (1997). Cognitive-metacognitive training within a problem-based Logo environment. *British Journal of Educational Psychology, 67*, 425-445.
27. Lee, J. (1999). Effectiveness of computer-based instructional simulation: A meta analysis. *International Journal of Instructional Media, 26*(1), 71-85.
28. Leinhardt, G., Zaslavsky, O, & Stein, M. K. (1990). Functions, graphs, and graphing: Tasks, learning, and systems. *Review of Educational Research, 60*, 1-64.
29. Mevarech, Z. R. (1994). The effectiveness of individualized versus cooperative computer-based integrated learning systems. *International Journal of Educational Research, 21*, 39-52.
30. Ott, M. (1974). *Evaluation of two methods of college physics instruction*. Ithaca, NY: Cornell University, Center for Improvement of Undergraduate Education.
31. Pea, R. D. (1985) Beyond amplification: Using the computer to reorganize mental functioning. *Educational Psychologist, 20*(4), 167-182.
32. Piaget, J. (1964). Cognitive development in children: development and learning. *Journal of Research in Science Teaching, 2*, 176-186.
33. Posner, G. J., Strike, K. A., Hewson, P. W., & Gertzog, W. A. (1982). Accommodation of a scientific conception: Toward a theory of conceptual change. *Science Education, 66*(2), 211-227.
34. River, R-H. & Vockell, E. (1987). Computer simulations to stimulate scientific problem solving. *Journal of Research in Science Teaching, 24*(5), 403-416.
35. Salomon, G. (1979). *Interaction of media, cognition, and learning*. San Francisco: Jossey-Bass.
36. Salomon, G., Perkins, D. N., & Globerson, T. (1991). Partners in cognition: Extending human intelligence with intelligent technologies. *Educational Researcher, 20*(3), 2-9.
37. Salomon, G.. & Globerson, T. (1987). Skill may not be enough: The role of mindfulness in learning and transfer. *International Journal of Educational Research, 11*, 623-638.
38. Skinner, B. F. (1954). The science of learning and the art of teaching. Harvard *Educational Review, 24*, 86-97.
39. Skinner, B. F. (1958). Teaching machines. *Science, 128*, 969-977.
40. Van Heuvelen, A. (1997). *Constructing and applying the concepts of physics: Laboratory manual for Physics 131*. Plymouth, MI: Hayden-McNeil.
41. Viennot, L. (1979). Spontaneous reasoning in elementary dynamics. European *Journal of Science Education, 1*, 205-221.
42. Wainer, H. (1992). Understanding graphs and tables. *Educational Researcher, 21*, 14-23.

附　　錄

學生報告內容：

假設有甲、乙兩位觀察者，甲在車上，而乙在遠處的任一點，如下圖。

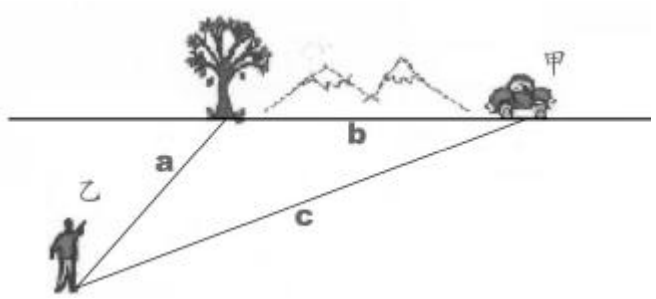

圖 A1：相對不同觀察者的速度定義

對甲而言，這輛車子從開始的位置到達下圖中的這棵樹的距離是 b，所花的時間是Δt，所以對甲而言，車子的速度是：

$$u_{甲}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{b}{\Delta t}$$

我們再看看乙的情形，對乙而言，所看見的移動距離，由三角關係得知：

$$\Delta x=\sqrt{c^2-a^2} \qquad u_{乙}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{\sqrt{c^2-a^2}}{\Delta t}$$

現在，如果用尺實際測量，a、b、c 的長度（因為這是一般性的情況，所以可用任意圖形取代），代入以上公式，將會發現：

$$\sqrt{c^2-a^2}<b$$

所以　　$$\frac{\sqrt{c^2-a^2}}{\Delta t}<\frac{b}{\Delta t}$$

也就是　　$$u_{乙}<u_{甲}$$

在學生解說之後，依平日討論流程，有數位同學發言提供意見。由於解說的形式使用物理解題常用的圖形，及看似熟悉的數學式作為佐證，所以參與討論的學生及代理代課教師（全班約 40 餘人），都將討論重心集中於「本題對國中學生是否太難」，而未注意解題過程中物理及幾何概念的錯誤。在討論完畢之後，開始由授課教師（即研究者）提問，進行報告的學程學生作答。以下為對答過程：

師：請問速度的定是是什麼？

生： $v = dx/dt$

師：這有點難，能不能用國中課本的方式說明？

生： $v = \Delta x/\Delta t = (x_f - x_i)/\Delta t$

師：好。現在請你從乙觀察者的角度，指出哪裡是 x_f**，哪裡是** x_i**？**

生：（指出 x_f**在樹的位置，** x_i**在圖中車的位置。）……喔，我知道了。**

$v_{乙} = b/\Delta t$

師：所以相對甲觀察者（在車內）而言，車子的速度是什麼？

生：（想了一下）速度是 0。

Instructional Design and Research on Qualitative Analysis with Equations in College Kinematics

Cheng-Chih Chien
National Taipei Teachers College
Graduate Institute of Educational Communications and Technology

Abstract

The objective of learning kinematics is to help students understand how scientists describe the real world with mathematical symbols. However, after learning kinematics many students are still unable to convert the equations, kinematic graphs, and motion diagrams into real motion. This study focuses on students' cognitive ability of qualitative analysis with equations (QAE). QAE in kinematics emphasizes the conversion of equations and kinematic graphs into real motion without numerical calculation. The instructional design with computer microworld creates an exploring environment which allows students to analyze and explain various situations and evaluate their understanding of the kinematic symbols. The learning activities are composed of two parts. The first part helps students relate the various symbol systems to the real motion. The second part helps students develop the cognitive ability to convert conceptually among the various systems through the corresponding motions without calculation. The subjects are freshman physics majors. The effects of prior physics ability, prior mathematics ability, numerical problem solving ability, and instructional method on qualitative symbol converting ability are analyzed by ANOVA. The results show that most students are able to convert among various symbol systems with the understanding of basic definitions, regardless of their prior high school physics and mathematics abilities.

Key words: Computer Assisted Instruction, Graph, Kinematics, Physics Education, Qualitative Analysis on Equations.