科學教育學刊
2006, 第十四卷第一期, 1-27

Chinese Journal of Science Education
2006, 14(1), 1-27

一個情境認知取向教學活動的發展與實踐－以「因數大老二」為例

黃國勳[1]　**劉祥通**[2]（通訊作者）
[1]嘉義縣南新國小
[2]嘉義大學數學教育研究所

（投稿日期：民國 93 年 4 月 13 日，修訂日期：93 年 12 月 24 日，接受日期：94 年 2 月 17 日）

摘要：本文的研究者鑑於實際因數教學的問題，設計了情境認知取向的教學活動，期能改善學童因數學習的效果。本研究採用合作行動研究的方式，進入二班五年級的教室現場。透過理論與實際的辯證，專業與實務的對話，和二個實驗班級的試行，精緻了教學方案的內容。方案實踐的結果也發現透過情境活動（撲克牌遊戲）學生顯現正向的情意表現，能使多數學生強化因數的概念，且促進深度的數學思考，引發生產性的解題策略，並使日常生活經驗與數學知識產生連結。

關鍵字：因數、合作行動研究、情境認知

壹、研究背景與目的

情境認知學者 Brown、Collins 與 Duguid（1989）認為知識乃蘊含於情境之中，個體在不斷與情境互動的過程中，建構出自己的知識。因此，他們強調學習情境的重要性。也就是說，布置學習情境時，應透過真實的活動使學習者與環境中的人、事、物產生互動，讓他們從親身體驗中獲得知識，使知識有意義化，進而能將知識靈活應用，解決所面臨的問題。Freudenthal（1973）提出現實數學（realistic mathematics）的理念，就認為數學教育應以兒童認知發展為基礎，以生活中真實的情境為核心，讓學童可以透過生活事件的活動，應用數學知識，並從經驗中察覺數學的關係與定律，進而將概念內蘊化。NCTM（National Council of Teachers of Mathematics）（2000）也強調：學校數學教育應以學童在生活情境中已發展的非形式的數學概念和經驗，和在學校學得的數學知識為基礎，來設計問題情境讓學童進行討論、解題、推理、證明與溝通。

國外學者的研究即發現兒童的數學認知能力和日常生活情境有很大的關係（Carraher, 1988; Lave, 1988; Saxe, 1988）。國內學者蔡文煥和林碧珍（1998a; 1998b）的研究也指出：在兒童日常生活的活動或遊戲中，都隱含著

許多的數學概念。例如，撲克牌中的「撿紅點遊戲」含有「湊十配對」的概念。在他們一系列以文化活動的教學研究發現：學童透過文化情境的學習有助於相關概念的連結。許多學者也認為「日常生活數學」（everyday mathematics）對於「學校數學」（school mathematics）的學習具有正面的促進效果（Tsai & Post, 1999; Bishop, 1988; Petitto, 1982）。因此，如何連結校內與校外數學知識是現今數學教育值得研究的方向（Carraher, 1988），而如何將學童生活經驗中熟悉的活動或遊戲融入教學活動，藉由真實情境的學習，引起學童熱烈的學習動機，和提供富有意義的實際活動，使學校教育導向生活化與真實情境化，是教育工作者可以努力的目標。

研究者從十五年小學數學教學的經驗中發現：「因數」是學生學習數學倍感困難的單元之一，教學時很難讓因數的意義具體化。這是因為因數的概念相當抽象，在學生的生活經驗中它只是個陌生的數學名詞，對剛從四年級升上五年級的學生而言，確實是一個很大的挑戰，比以往需要更多的思考與推理（康軒教學指引第九冊, 2001）。尤其，學生進行因數計算練習或評量時，常是藉由紙筆練習的方式來進行，加上同一個數反覆進行乘除法的計算過程，難免使學生心生厭煩。有時就算能窮盡被分解數的所有因數，也往往不知其概念為何！又因數與倍數的相對性，使得某些學童發生混淆的情形，分辨不清誰是誰的因數，誰又是誰的倍數（陳清義, 1995; 林珮如, 2002; 黃國勳和劉祥通, 2003）。基於學童發生這般的學習困難，研究者嘗試將學童日常生活中熟悉的「大老二」撲克牌遊戲加以改造，設計出「因數大老二」的教學活動。它將因數概念的學習融入撲克牌活動，因此是屬於一種文化中平常實施的活動（the ordinary practice of culture）（蔡文煥, 2000），也就是一種真實的活動。研究者設計此教學活動是做為學童學習因數基本概念時的應用活動，藉此來強化與檢驗因數概念的學習情形，希望能摒除傳統紙筆計算或測驗時，所產生枯燥與壓迫的感覺，使學童在遊戲的歡樂氣氛中進行因數的練習與評量，以達到「寓教於樂」的境地。

Stenhouse（1975）提出「課程即研究假設」的觀點，認為課程是教學實際的一種計畫形式，是一種可以將教育理念轉化成在實際現場中驗證假設的方式。本研究即基於課程行動研究的精神，先設計了因數教學活動，並將其視為課程與教學的研究假設，再透過實際的試驗行動來探究教學活動的效果。而合作行動研究（Cooperative Action Inquiry）能充分發揮理論與實踐結合的功能（甄曉蘭, 1995），因此，本研究採用合作行動研究的方法來進行教室層次的課程行動研究，希望透過共同討論、反覆辯證和省思的方式來發展本教學活動，並探討學童因數概念的學習效果。

總結言之，研究者鑑於實際因數教學的問題，設計了情境認知取向的教學活動，期能改善學童因數學習的效果。本研究採用合作行動研究的方式，希望透過理論與實際的辯證，來精緻教學方案的內容。基此，本研究有二個主要目的：一是為了改進實際教學所面臨的問題，提出情境認知取向的教學方案，期盼經由理論與實際的辯證，參與研究成員的討論協商，以及二個實驗教學班級的試行，發展出較為精緻可行的建議方案。二是從課室實踐的觀察與訪談中探討學生因數概念的學習效果。

貳、文獻探討

以下首先闡述情境認知的意涵，其次探

討情境認知教學設計的原則，最後則做因數教材、學習與教學的分析。

一、情境認知的意涵

Brown、Collins 與 Duguid 於 1989 年發表了「Situated Cognition and the Culture of Learning」一文，使情境認知學習更為具體化。他們認為人類獲取知識的歷程是無法與他所存在的社會脈絡（context）割離的，因為知識的產生乃透過人與環境的互動、建構而來。也就是說，知識是學習者與其所處社會文化環境交互作用的產物，因此學習應在真實的情境中產生，如果將知識抽離於實際社會文化脈絡之外，知識會是抽象且缺乏具體、真實的知覺，即使教學者設計典範性的例子或教科書來進行教學，學習者仍然難以將所學的抽象知識，活用於真實問題情境與活動（黃幸美, 2003）。Suchman（1987）也提出「情境行動」（situated action）的觀點，認為知識若脫離使用情境，則學習就變成玩抽象符號的遊戲。總而言之，知識技能的學習必須經由實際活動而不是抽象的符號邏輯，唯有學習者涵濡於知識應用的學習情境裡，才能將知識視為工具而靈活應用之（Brown, Collins, & Duguid, 1989; Brown, & Duguid, 1993）。基於以上的觀點，有效的學習必須讓學習者有機會進入所處的社會文化與有意義的情境，學習者才能對知識加以主動詮釋與理解（McLellan, 1993; 朱則剛, 1994; 熊召弟, 1996）。

數學教育學者 Vergnaud（1996）也曾提出從情境發展概念的理論，他論述了概念（concept）的三元組（three tuple），C =（S, I, S），其中 S 是一組情境（situations）它是使概念成為有意義的集合；I 是不變性（invariants）它是包含在基模（schemes）內的一組運思不變量，可發展成為處理上述的情境，後面的 S 是一組符號的表徵（symbolic representations），包括自然語言（natural language）、示圖（diagrams）、標繪圖（graphs）、與代數（algeabra）等，此符號的表徵可以用來表徵符號之間的關係，並幫助學習者掌握情境。

之後，他又強調概念域（conceptual field）是一組情境，精熟此概念域者需要具備數個相互關連的概念，同時概念域也可以看成是一組不同性質的概念，此乃從大量的情境中萃取出來的。例如，乘法結構是一種概念域，它是由乘法、除法、商數、因數、倍數、分數、比率等概念組成高度相互關連的概念域，若某一個概念有缺陷就會影響其他概念的完備性。一組的概念雖帶有不同的性質，但是每個概念的意義是從不同情境的變化（variety）引申出來。而一個概念也可以用一組情境來說明，以因數為例，一個自然數（12）分解成二個自然數（3 與 4）的乘積，此 12 即為 3 與 4 的倍數，而 3、4 都是 12 的因數，此組自然數 3、4 與 12 構成了因數概念與倍數概念的情境。

相較於情境認知理論強調真實或類似真實的情境，Vergnaud 所強調的情境則未必是生活中真實的情境，它只要是有助於概念認知的情境即是。如同研究者所述的 3、4、與 12 這一組自然數，即是幫助學習者認識因數與倍數的情境。因此 Vergnaud（1998）的三元組論更強調教學者的任務是提供情境與表徵的符號，給學習者引申出不變性，進而獲得概念。本研究以一般日常生活的文化活動（撲克牌遊戲）融入因數教學活動，即是一種真實的活動；若以 Vergnaud 三元組論中的情境來看待，撲克牌中所含有的自然數，研究者將其轉化為因數與倍數的情境，並透過打牌的歷程

表徵出來。

二、情境認知教學的設計

情境認知理論的理念內涵是相當多元化的，方吉正（2000）在其研究中曾彙整各學者的主要觀點(Brown, Collins, & Duguid, 1988, 1989; Collins, 1993; Lave, & Wenger, 1991; Rogoff, 1995; Salomon, 1993)，依照環境、內容以及方法三個層面，將情境認知理論歸納為以下主要論點：在環境方面強調情境對於學習的重要性，和學習活動的真實性。在內容方面主張分散式的智慧，並主張知識即工具。在方法方面重視涵化（enculturation）的學習過程與學習的主動性，並主張個體在情境中必須要有引導性的參與。Young（1993）提出情境學習設計的四個主要任務是選擇情境、提供鷹架（scaffolding）、教師扮演決定和支持的角色，和進行評量的工作。Driscoll（1994）也認為進行情境學習的環境布置時，應該是以學生為中心的教學（student-centered instruction），布置符合真實活動（authentic activity）的複雜學習環境，和提供社會協商（social negotiation），協助反省思考（reflexivity），以及統整教學內容及多元的表徵方式。Norman（1993）則認為學習情境的設計除了考量豐富性，也要能形成學習遷移，並強調設計的目標要明確，能引發學習者強烈的參與感，產生自動的學習；提供適度的挑戰性任務，以鼓勵探索；營造高吸引力的氣氛，加深學習意願；活動能產生高回饋率與高互動性，以增強學習的持續力和行為的修正能力；提供適當的輔助工具，以提升學習效果等。

綜合以上的觀點，就學習者的本質而言，是強調以學生為中心的教學，激發學生學習、探索的動機。就學習情境而言，布置真實、豐富的學習環境，以供師生互動、探究、社會協商和反省思考的機會。而且也需提供必要的認知鷹架或選用適當的輔具，以協助學生建構知識。就評量而言，評估情境學習的效果是必要的，且評量和學習活動密合成一體，經常透過真實的活動來進行，例如，觀察實作表現、展示成果、問題解決、蒐集和報告等真實性評量方式（authentic evaluation）（陳麗華, 1997）。就教師角色而言，教師主要的工作在於營造學習環境，在教學中扮演決定與支持的角色，鼓勵和接納學生自主和自發性的表現。

總之，情境認知強調知識是蘊含於情境當中的，必須透過個體在情境中，以其既有的認知架構主動的建構知識（王春展, 1996; 幸曼玲, 1994）。因此，教學環境的布置，應讓學童進入情境的脈絡中，也就是提供一種較真實的學習情境，讓學童經由社會性的分享探索知識，並建構一套屬於自己的問題解決策略。因此，以情境認知理念進行教學設計時，應使教學與評量密切結合，且須採取彈性變通的模式，以因應學習的進展，讓學生透過真實的活動來建構知識。

三、因數教材、學習與教學的分析

「因數」在國小數學教育的討論是以正整數為範圍，在數學上的定義是：對於兩整數 A 與 B，且 $B \neq 0$，若存在整數 m 滿足 $A = B \times m$，則稱 B 是 A 的因數。八十五年版課程是以除法的觀點，透過判斷 A 是否能被 B 整除（餘數是否為 0）的方式，引入因數的定義。它是由總量為問題起點，探討可能組成的單位量來處理因數的啟蒙問題。例如，透過 12 可以由 1、2、3、4、6、12 這些數為單位量組成的方式，引入 12 的因數有 1、2、3、4、6、12 的概念（國立編譯館數學教學指引第九冊, 2000）。

在教材設計方面，Skemp（1991）曾以

「長方形數（rectangular numbers）」的遊戲讓學生透過具體的活動來預測某一個數量可以排成長方形的情形，這個遊戲先讓學生認知和建構長方形數的概念，並提供幾何圖形和計算的相互對應，再以此引入因數的意義。國內各版本教科書也都應用這個「長方形數」的概念，做為因數啟蒙的活動（國立編譯館數學教學指引第九冊, 2000; 南一數學教學指引第九冊, 2000; 康軒數學教學指引第九冊, 2000）。例如，在國編版課程的安排就是先讓學童探討給定總量的方陣的可能排法，要求學童窮盡所有的排法，以經驗給定總量的方陣可以有不同的排法，然後從「全體的觀點透過分解的方式」來形成因數概念。

此外，有關因數的教學研究，Heddens利用磁鐵排列的方式來引導學童形成因數的概念（羅鴻翔譯, 1979）。其他的教學方式，有的是讓學生經驗具體物（如積木）可被「拿完」的情形（張國財, 1982），有的是先讓學童有「均分東西」的經驗，透過平分的具體活動建立整除的概念（李信樂, 1975），再來引入因數的概念。總之，這些研究的觀點認為進行因數概念教學時，都是建議教師先讓學童操作具體物，藉由體驗具體物可以分完的情形，來引入因數的意義。

但無論如何，因數概念的理解對於五年級學童而言是困難的，其原因乃是先備知識、認知運思能力、語意理解、生活經驗和過程概念等五個因素（請詳見黃國勳和劉祥通, 2003）。

叁、研究方法

一、研究架構與流程

合作行動研究最能幫助研究者與教育實務工作者投身於教育現象本質的解析，並且能具體有效的發揮「將教育理論應用於實際」、「假實際經驗修正理論」的功能（甄曉蘭, 1995）。因此，本研究採用合作行動研究的方式，由研究者結合數學教育師資培育者、基層教師組成研究小組，來探討研究者自行設計的教學活動在教室實際情境中教學的可行性及效果。希望經由不斷討論、辯證、省思與修正的過程，發展適切可行的方案，以改善學生因數概念的學習，研究架構如圖 1。

研究者從多年的教學經驗與文獻的探討，發現五年級學童因數學習頗感困擾，因此設計因數教學方案試圖改善學童因數概念的學習。在尋得合作行動研究的伙伴之後，便組成研究小組並達成執行本教學方案的共識。本研究先由合作教師在其任教班級進行前導教學，教學活動結束後，研究小組依據上課的觀察記錄、錄音與錄影的資料和深度訪談資料，針對

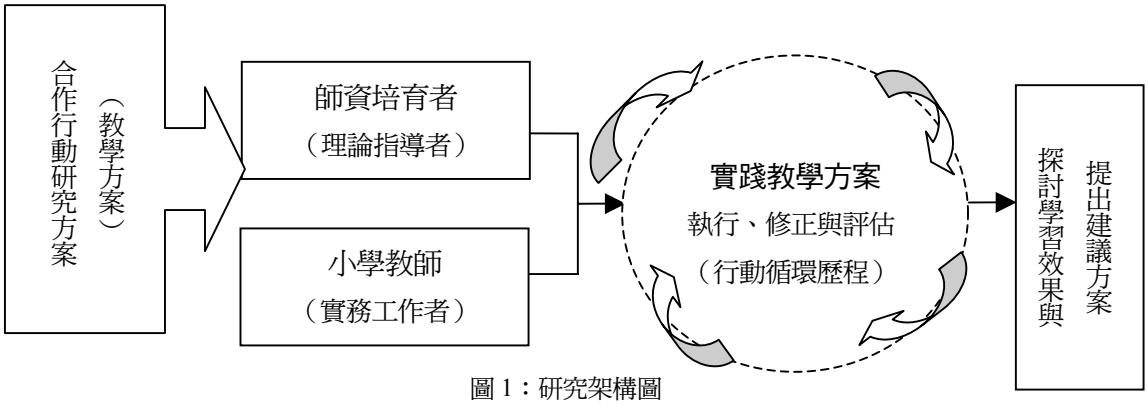


圖 1：研究架構圖

教學情況進行省思及辯證，反省改進之處與評估方案的效果，並共同協商出修正方案。研究者依據新修訂的內容回到任教的班級執行修正方案。同樣的，研究小組再進行方案的修正與評估，最後確認本教學方案的實踐效果，並提出適切可行的建議方案。

二、參與學生

參與學生分別是黃老師（第一研究者）和吳老師（合作教師）所任教五年級的學生，學生經過等質編班（S 型編班法），二班學生程度應大致相近。因數教材對他們而言，是屬於新興的數學單元，之前未曾學習「因數」這個名詞和定義，因此對於每個學生來說，都是既陌生且新奇的數學概念。也由於選用不同版本的教科書，以致課程銜接出現落差，他們在整數除法的計算或概念理解上並未完全建立，所以求因數的計算練習對程度較差的學生來說，可能較為難，至於對因數概念的理解，則可能更感困難了。

三、研究小組成員

參與此研究的人員共有三位，包括黃老師（第一研究者）、劉老師（第二研究者）和吳老師（合作教師），分別介紹如下：

1.黃老師（第一研究者）

在本研究中是研究問題的發動者，負責文獻資料的收集、整理與分析。也擔任教學活動設計、參與觀察和教學者的角色，負責收集各種資料，並與吳老師、劉老師共同討論修正方案。

2.劉老師（第二研究者）

目前是數學教育師資培育者，在此研究中扮演理論指導者的角色。除到現場觀察教學外，並與研究者及吳老師討論教學的實際問題，針對學生的學習過程與結果提出他的見解與假設，並檢驗學生因數概念的認識。在資料分析時，也參與檢驗原案分析的適當性。

3.吳老師（合作教師）

吳老師已有十三年的教學經驗，頗具教學熱誠並勇於嘗試新教材和新教法。在本研究中負責前導教學的工作，並參與教學觀察，與其他二位研究者共同討論教學現場的問題和學生的學習成效。

四、教學活動設計的理念

本研究教學活動設計根據情境認知的理念，布置一個建構與應用知識的真實活動，提供學生學習與思考的機會。本研究將撲克牌遊戲融入數學教學活動中，目的即透過學生日常生活喜歡玩的撲克牌來激發學習興趣，並希望學童在反覆打牌的活動中能強化因數的概念和精熟找因數的技巧。換句話說，也就是利用孩童喜歡遊戲的天性，布置一個具有挑戰與思考的課室情境，讓學生在真實的情境中主動操作與探索，無形中除了持續不斷的進行因數的計算練習，也使他們理解因數的概念。

Sobel 與 Maletsky（1988）認為數學遊戲（mathematical games）是絕佳的教材來源，如果有效、多元的運用，它們不單是可以刺激與引起學生興趣的娛樂設計，也是發展某些基本數學概念和技巧的有效方法；甚至有助於學生思考，增進問題解決的策略（王克蒂, 1998）。Piaget 也指出透過反覆練習的遊戲可以幫助學童熟練新的心智技巧（引自 Brooke & Solomon, 1998），促進認知能力的成熟（吳幸玲和郭靜晃譯, 2003）。此外，蔡文煥（2000）也認為文化概念的活動（如買賣活動、撿紅點撲克牌遊戲等）是一種需立即完成數學目標且具有結構的活動，學童可以透過遊戲中社會性互動的歷程獲得經驗重組的機會。在本研究的教學活動設計中，撲

克牌具有重要的功能，它除了是學童遊戲的玩具，也是教師進行教學的教具。原本撲克牌遊戲（大老二）與因數知識的學習毫無關連，但經由規則的修改，使撲克牌中的每一張牌和特定的牌之間產生數學的對應關係。學童在此學習的情境中，觀看著別人出的牌與自己手中的牌時，便聯想著或引發出因數的相關概念。因此，撲克牌已轉化成一種「結構化」的教具（structured materials），使數學的學習「生活化」與「遊戲化」，達到「寓教於樂」的目標。

五、學習效果的評估

本研究教學活動設計於實際教學場景執行時，學習效果的評估乃透過以下三個方式：檢驗學生的學習表現、觀察學生上課的反應情形和評閱學生數學日誌的內容，**尤其是中低程度學生的部分**。研究小組上課觀察是採取分工的方式，教學者為處理教學事件，是以行間巡視做普遍性的觀察，其他二位成員則特定觀察中低程度學生。此外，為了協助學生做數學日誌的寫作，日誌內容以「老師上課教的是」、「我學會的是」和「我的感想」三個標題，來引導學生寫作。前二項在於評估學生的學習表現，第三項乃評估學生情意的表現，希望藉由學生不同向度的寫作內容，來評估不同面向的成效。

六、資料分析

本研究採取參與觀察（觀）、座談（座）、討論（討）、深度訪談（訪）、學生數學日誌（誌）及研究者省思筆記（省）和隨堂札記（札）等方式來收集資料，資料內容包括上課的觀察記錄、上課錄音、錄影等轉譯資料，教學活動前後研究小組的座談與討論記錄，學童的數學日誌，以及研究者的省思札記等。資料分析則以編碼、形成主題、暫時性假設、分類、歸類等階段處理之，並採用三角校正法及持續比較法來考驗假設。此外，為避免研究者一人主觀的認定，也尋求吳老師（合作教師）、劉老師（數學教育師資培育者）等人的看法與感想。

各種原案資料編碼的意義舉例如下：

1. （900912 黃討）代表九十年九月十二日黃老師的討論記錄。
2. （900912 黃座）代表九十年九月十二日黃老師的座談記錄。
3. （900912 札）代表九十年九月十二日隨堂札記。
4. （900912 025 誌）代表九十年九月十二日 25 號學生的數學日誌。
5. （900912 觀）代表九十年九月十二日觀察記錄。
6. （900912 省）代表九十年九月十二日省思札記。

肆、研究結果與討論

以下先敘述本研究教學方案的發展歷程，與實踐方案的教學發現，再「綜合討論」－從情境認知教學設計的原則省思教學活動設計的理論與實際。

一、方案的發展歷程

本研究原本之設計是先由合作教師進行「**初始方案**」的教學（即前導教學），經過研究小組的討論、辯證和省思後，形成「**修正方案**」。再由研究者（黃老師）進行修正方案的教學，同樣經過討論、辯證和省思後，形成之方案即為本研究之「**建議方案**」。但在修正方案教學後的檢討會，經由研究小組的討論，認為可再藉由佈題活動來發展學生的數學概念。於是，便於計畫之外增加了「**再修正方案**」－「佈題教學」。最後研究小組

依照實際執行的情形加以協商而形成「**建議方案**」。本研究方案演進歷程如圖 2：

以下將說明本教學活動設計的演進歷程：

(一)初始方案的形成（實驗教學前座談會的共識）－確定遊戲規則與異質分組使教學順利進行

「因數大老二」教學活動設計是將撲克牌遊戲融入因數教學，藉以激發學生強烈的學習動機，強化學生的因數的概念和檢驗學生對於因數概念的理解。本研究進行實驗教學前，研究小組先舉行座談來討論黃老師原始的教學活動設計，座談中討論到：

「原本的活動設計是將全班每 4 個人分成一組進行撲克牌的遊戲。但若是程度差的同學無法自己完成打牌遊戲時，恐怕影響到同組其他學生的學習，這一點需不需要調整？」(900823 黃座)

「這個考慮有道理，我想到可以讓程度好的學生搭配程度較差的學生，這樣就不會有玩不下去的情形。」(900823 吳座)

「吳老師的想法很實際也很可行，可以運用合作學習的方式來幫助學生學習。」(900823 劉座)

「那是不是讓程度好的學生先玩，程度差的同學在旁邊觀摩。之後再輪流玩，遇到有問題時讓程度好的同學來幫忙解決。」(900823 黃座)

除了解決黃老師所提出的問題之外，三人也達成先將教學活動實際進行教學，再針對發生的狀況討論因應的對策，教學活動付諸實踐的初步共識於是形成。

(二)修正方案的形成（前導教學檢討會的共識）－堆疊每個「出牌數」與其「跟牌數」，再次提供練習與檢驗的機制

前導教學後本研究參與人員針對觀察、訪談所得的資料進行討論（900912 討）。以下是討論後總結的幾個修正案，分別說明如下：

在前導教學後的檢討會，劉老師首先提出對於遊戲規則的疑問：

「當有一家最先把牌打完了以後，其餘三家要不要繼續玩呢？好像有的是繼續玩完，有的就重新洗牌重玩了。這個地方需不需要明確規定一下？」(9009012 劉討)

針對這個問題，吳老師認為：

「一般的玩法有二種，如果是平常娛樂的話

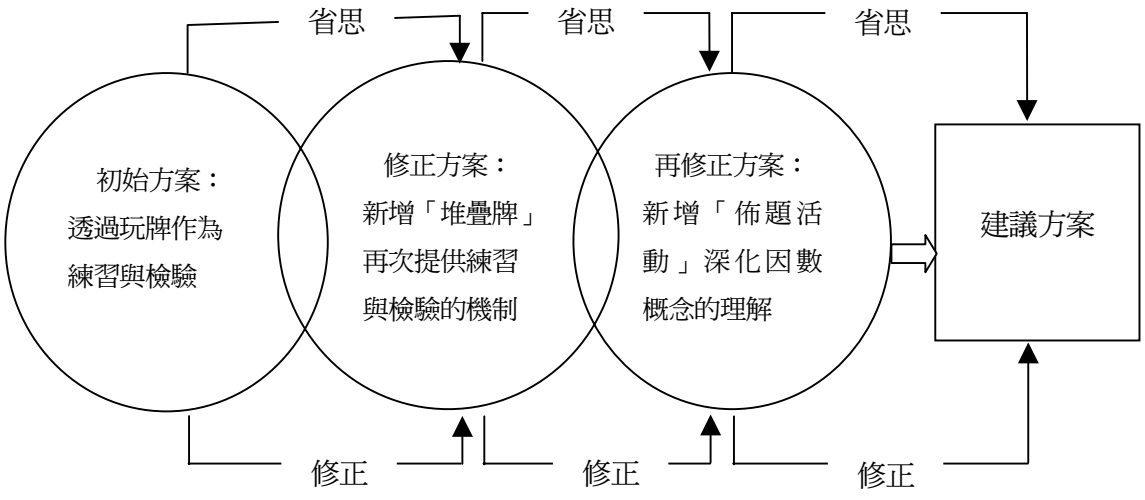


圖 2：方案演進歷程圖

是分出誰是第一名，誰是第二名，誰是第三名，誰是最後一名。那最後一名的人負責洗牌表示懲罰。還有一種是真正賭博的話，第一名產生，其他人就要把手上的牌的點數算出來，然後賠錢給贏家。我覺得既然我們是用來教數學的話，就不要用賭博的玩法，讓四家都分出勝負可能會比較刺激一點。」(9009012 吳討)

「吳老師提到這一點，讓我想到應該是要採用吳老師剛剛提到四家都分出勝負的方式。因為我設計這個活動的目的是用來給學生當做找因數的練習，和評量學生的因數概念。如果第一名出現就重新洗牌，學生練習的次數相對就變少了。四家都打完，學生練習的數字就可以包含全部的數字，這樣比較符合我當初設計的目的。」(9009012 黃討)

劉老師對二位教學者的看法表示認同，這個規則於是正式訂定。

之後，劉老師又提出他的另一個意見：

「學生打牌時將撲克牌丟出去，撲克牌散亂成一堆。我們應該可以利用學生打完一個數的因數後，要求組長把這些牌收起來整理成一疊一疊的，讓學生打完一回合以後，請組長展示某一個數的因數有哪些？順便給學生複習的機會。」(9009012 劉討)

「這樣很好，可以讓學生有整理的機會，不會有玩一玩就算了的感覺，那就感覺真的只是在玩遊戲而不是學數學了。我想是不是可以不只是翻開（撲克牌）來展示某一個數的因數有哪些？我們可以請組長負責問組員哪一個數的因數有哪些？答對的話就把牌放出來，這樣又多一次檢驗的機會。」(9009012 黃討)

黃老師聽到這個好的建議，欣喜的補充以上的意見，也獲得一致的共識。

(三)再修正方案的形成（修正教學檢討會的共識）－融入佈題活動以強化因數概念

修正教學後，劉老師提出他的觀察和建議：

「黃老師設計這個撲克牌活動很有創意，學生們玩得很高興，也具有初步檢驗學生因數概念是否理解的功能。但是這個活動之中缺乏一些佈題，因此只是讓學生從遊戲中做因數的練習，和考驗他們是否了解因數的意義。我想如果增加一些佈題活動，讓學生去思考一些問題，應該可以再深入發展他們的數學概念。例如，讓學生想一想什麼是最容易打出去的牌？就可以再度強調 1 是所有數的因數。」(900912 劉討)

「哇！我有點醍醐灌頂的感覺，這個教學就是缺少這個佈題引導的精神。我想除了像劉老師建議的『什麼是最容易打出去的牌？』之外，也可以增加『什麼是最難打出去的牌？』和『拿到哪些牌可以穩操勝券？』。」(900912 黃討)

由於劉老師這番的觀察與提示，讓這個教學活動有了新的發展空間。因此，便在原有研究設計之外，再增加了佈題的教學。

(四)形成建議方案（佈題教學檢討會的共識）－遊戲與佈題融入教學，並運用合作學習的機制

在整個實驗教學研究結束的座談會中，對於這個教學活動的實踐結果與修訂有一致的共識：

「這些教學活動設計是我嘗試將遊戲融入數學的教學當中，原本是希望小朋友能快樂的學數學，不要怕上數學課。沒想到小朋友這麼喜歡，從他們上課的反應和數學日誌可以知道他們對於因數概念的學習，已超過課本的內容，學習的效果超乎我的預期。接下來請劉教授和吳老師提出你們的看法！」(900918 黃座)

吳老師在黃老師的引言後也說出了她的感想和對於新修正方案的肯定：

「我覺得後來黃老師修改遊戲規則之後，學生學習的情況變得井然有序，尤其打完牌後讓各組進行問答，一方面可以複習，一方面也是教學的整理，我覺得這樣做很好。而有了佈題以後，學生的

思考有了目標，就像黃老師所說的，學生的學習不只是教科書上的內容而已。」(900918 吳座)

劉老師也認同此教學活動的各項修正意見：

「黃老師教學活動的設計真的很特別很有創意，想不到因數也可以用這麼活潑的方式來教學，透過具體的活動，學生的因數概念應該很清晰了。……對於撲克牌遊戲後來規則的補充、修正，以及新增的佈題活動我都覺得很合理，可以做這樣的安排讓其他老師參考。……」(900918 劉座)

因此，以原始「因數大老二」的教學活動設計的雛形為基礎，再納入研究小組發展出來的「遊戲規則」、「異質分組」、「堆疊牌策略」和「佈題活動」，便是這個教學活動設計最後的建議方案（如附件一）。

二、實踐方案的教學發現

本研究「因數大老二」教學活動實踐的結果分述如下：

(一)學生熱衷於遊戲活動，主動積極參與學習

耶！又要上數學了，一聽到要玩撲克牌，每個人的臉上都洋溢著愉快的笑容，甚至有人還大聲歡呼，整個教室鬧哄哄的，好像一個菜市場！（900912 25 誌）

班上觀察力敏銳、擅長寫作的小羽在數學日誌中，真實的描寫出黃老師預告「玩撲克牌」遊戲時，教室內學生期待的心情與興奮的氣氛。

能將平常讓人以為只用於賭博或娛樂的撲克牌，黃老師很有創意的運用於因數的教學，除了能引起學生的學習動機之外，也可以利用這個機會使學生改變對於撲克牌的看法與用途（900912 吳討）。

吳老師點出了「因數大老二」學生玩撲克牌的奇妙心理，也道破了黃老師當初設計這個教學活動的用意：

曾經有一個前輩現身說法談起他應用「撿紅點」的遊戲，讓低年級學生學習加法效果很好，卻惹來家長到學校興師問罪，老師怎麼可以在學校教小孩子賭博？……這位老師的說法給我很深的印象，所以我設計教學活動時就有了可以讓學生玩撲克牌的靈感，我真的預期學生一定會喜歡這個活動，那我也希望透過這個活動來打破「撲克牌」給大人或學生的迷思！（900912 黃討）。

事實上，沒有引來家長的質疑，倒是學生熱烈參與學習的情形超乎黃老師的預期：學生們一組一組的在「打牌」，勝利的歡呼聲夾雜著哀嘆抱怨聲，有時還帶有同組學生的竊竊私語，看起來真像是來到「阿拉斯加賭城」(900912 觀)。

從學生們的數學日誌可以讓人想像學習氣氛熱絡之一二：

我的感想上完這一堂課使我覺得老師可以讓數學課就給我們這麼興奮，像我們上次一樣給我們那麼興奮。(900912 22 誌)

今天大家很高興，玩完了，老師有出問題問我們三題，大家很多人都有舉手來回答這三題的答案。(900914 01 誌)

相較於以前提問學生時，總是稀稀落落舉手的情形，真是不可同日而語啊！

平常數學成績不怎麼好，且木訥寡言、喜怒不形於色的小忠，雖寫下短短的感想：

因為撲克牌的因數非常好玩，也非常高興。（900912 04 誌）

卻足以說明這個教學活動真的讓學生非常的高興，學習氣氛熱絡高漲！

大家藉著玩遊戲來上數學，就可以比較快學會，因為大家覺得好玩就會多玩幾次，也可以說是在複習數學。(900912 28 誌)

以往是全班靜默聽著台上的老師口沫橫飛的講述，偶而老師的問答，才出現師生互動的情形，學生之間幾近沒有互動。靜肅的教學氣氛下，儼然藏著一顆顆不安的心。在玩撲克牌遊戲時雖然

秩序上有些吵雜，但是可以確定大多數的學生都在參與學習活動。我想，就學習而言，這是比較重要的（900912 札）。

沒錯，這個撲克牌遊戲就是要摒除反覆無味的計算，讓學生們在無形中積極、主動的進行數學學習。事實上，在玩撲克牌的過程中，學生有立即清楚 1 到 13 這些數的所有因數的迫切感，否則會使遊戲中斷引來同組的抱怨。也就是說撲克牌的遊戲除了引起學生主動的學習意願外，還帶給學生無形的學習壓力，這樣的壓力比起老師或家長所給予的督促，應該是學生更樂於接受且不覺得厭煩的。

(二)分組打牌，啟動合作學習的機制

本研究教學活動採異質性分組的方式來進行，希望能使教學順利進行和程度較差的學生也有機會參與學習。前導教學後的檢討會吳老師對於自己班上學生提出較為深入的觀察，認為程度差的學生接受了程度好的學生的指導，或是出錯牌時會引來其他組員的糾正。

「我在觀察第二組打牌時，大家正在打 9 的因數，輪到小伶（程度低的學生）出牌時，小伶手中拿有 3 這張牌卻不知要打出去，她的伙伴小藝就指著 3 要她打出去，小伶也乖乖的聽她的話把 3 打出去。我發現了這個情形，就告訴小藝應該要問她 9 的因數有哪些？讓小伶想想看，不要直接告訴她打哪一張牌。後來，又輪到小伶打 8 的因數時，小藝就先問了小伶 8 的因數有哪些？再讓小伶決定打哪一張牌。當小伶要打 1 這張牌時，小藝馬上阻止，要她改打 4 這張牌。……我到只有四個人的那一組去看，他們正在打 6 的因數，小浩打出了 12 這張牌，馬上被同組的對手小全糾正：『耶！6 的因數呢！12 又不是 6 的因數，6 才是 12 的因數咧！』小浩只好把 12 拿回去。我發現這個情形覺得不錯，學生在出錯牌時可以馬上被糾正，可以導正他們的觀念。」（900912 吳討）

吳老師所觀察到的是：在打撲克牌遊戲中學生「合作學習」的機制也發揮了功能，程度好的學生可以隨時指導程度差的學生，讓他們逐漸熟悉遊戲的方式，和理解因數的意義。對於打錯牌的情形，常是發生在較低程度學生剛開始玩牌的時候，類似的情形黃老師班上的學生也發生了。那是因為因數與倍數的相對性，使得程度較低的學童分辨不清誰是誰的因數，誰又是誰的倍數。幸而撲克牌活動也提供了學生立即回饋的機制，學生正確打出指定數的因數，便能安然通過，否則便會馬上引來糾正的聲音。也就是說，學生在每打一張牌之後，都能立即得知他所認為的數是否為指定數的因數。透過如此頻繁的驗證過程，學生對於 1 到 13 這 13 個整數的因數應該瞭若指掌，對於因數的意義也另有一番理解。另外，從教學的效能來看，透過學生相互指導的合作學習，優秀學生已然代替老師的角色，在各組的學習情境中，隨時「處理」著各式各樣不同的狀況，這樣的教學可說是很有效率的！

另外，黃老師進行「修正方案」的教學時，「堆疊牌」和「相互問答」策略的實施，學生產生了不同的互動型態。在黃老師修正教學的課室現場，學生打撲克牌時明顯的更具流暢性，也呈現井然有序的學習情形。學生打完撲克牌後，都有人隨即整理打出去的牌，打完一回合之後，也能依照黃老師的規定，有人負責發問，有人則擔任回答的角色，合作學習的情形令研究小組欣喜。其中，發現一個例子：小成（程度中下的學生）竟也當起主持人的角色（本來應該是組長的工作），卻自信大方的問同組的組員某支牌的因數有哪些？

原案一　90.09.12

151 小成（該組程度最低的學生）：「9 的因數有誰？」（拿著撲克牌問同組的組員）

152 小輝：「1、9」

153 小成：「還有呢？」（小成一邊把手中 1 和 9 的撲克牌現出來，得意的提示小輝）

154 小輝：「還有 3。」

155 小成：「對了！那 12 的因數咧？」

156 小輝：「1、2、3、4、12。」

157 小成：「還有一個喔？」（小成一邊把手中 1、2、3、4 和 12 的撲克牌現出來，然後再提示）

158 小輝：「啊！還有 6。」（小輝也露出滿意的笑容）（900912 觀）

在黃老師這個教學活動中，運用新的策略是：學生出牌時順手將每個「出牌數」與「跟牌數」（因數）整理成一疊一疊，以便在每一局的比賽後，提供學生練習找因數與檢驗因數是否正確或窮盡的機會。在行號 151 到行號 154，小成問小輝 9 的因數有哪些時？小輝遺漏了 3 這個的因數，程度較差的小成因為有正確的答案（堆疊的牌）在手中，因此可以馬上引導小輝「還有一個因數」，小輝也因為小成的適時提醒，再度反思 9 的所有因數，而正確的回答這個答案（行號 154）。同樣的，從行號 155 到行號 158，小成又問小輝 12 的因數有哪些時？也發揮了相同的作用。由此可見，透過「堆疊因數牌」和「相互問答」的策略，使合作學習的機制運作又發揮了另一種效果。

(三)從學生「藏牌」與「算牌」的技巧，看出因數概念的理解

在黃老師進行修正教學的現場，發生了一段插曲，程度普通的阿亮被同組的牌友抗議他有「**藏牌**」的行為：

原案二　90.09.12

061 黃老師：「什麼是藏牌？」

062 小雯：「就是阿亮人家打 10 的時候，他明明有 2 卻不打出來。」

063 黃老師：「阿亮！你為什麼不把 2 打出去？」

064 阿亮：「我其他的牌都不好打出去啊！我把 2 留著才能有機會換我發牌啊！」（阿亮一邊說著一邊拿出手中的牌給黃老師看，他手中的牌只剩下 2、7、11 和 9 四張牌）

065 黃老師：「什麼意思？」（黃老師乍聽之下不懂阿亮的意思。）

066 阿亮：「就是說我 2 打出去了，剩下的就只能跟人家出了！」

067 黃老師：「跟人家出沒錯啊！？」（黃老師不懂阿亮的意思。）

068 阿亮：「那我就不能贏了。」

069 黃老師：「那跟留 2 有什麼關係？」（黃老師還是不懂阿亮的意思。）

070 阿亮：「ㄝ！ㄝ！2 比較好打出去啊，留著當『王牌』。」

071 黃老師：「王牌？什麼王牌？」（黃老師還是有點迷惑。）

072 阿亮：「這個嘛，就是說把 2 留下來，等到最後別人的牌快出完了（意指容易打出去的牌）我再出 2，就換我發牌了。接下去我就可以一直出自己的牌了啊！」

073 黃老師：「原來這樣！」（黃老師終於懂阿亮的意思。）

074 阿亮：「對啊！」（靦腆又得意的微笑著。）（900912 觀）

從行號 064 可以知道阿亮手上的牌只有「2」這張牌是容易打出去的，其他三張牌（7、11、9）都是只有等待別人也出相同的牌時，才能跟著打出去。因此阿亮認為不可以把 2 打出去，否則其他剩下的牌就只能跟著別人打（行號 066），如此一來，他就沒有贏的機會了（行號 068）。最後，阿亮終於解釋清楚 2 為什麼要「藏」起來了，原來他也懂得「忍住」跟牌的機會，直到別人把容易打的牌出完後，他才將留住的王牌打出去，

以獲得發牌權。接著就可以將手上難打的牌打出去（行號 072），如此他才可能有獲勝的機會。阿亮的說法著實給黃老師一些震撼，想不到以阿亮的程度竟也能掌握玩牌的奧妙。或許平日他玩撲克牌遊戲經驗豐富，所以很快便能抓住一些訣竅。但無論如何，因數的撲克牌遊戲是他剛接觸到的玩法，他有此想法，至少表示他能分辨 1 到 13 這些數的因數的個數是不同的，有些數的因數較多，有些數的因數較少。在阿亮的藏牌例子中，2 就是很多數的因數，而 7、9、11 就只有是自己的因數了。

在理解了阿亮的「藏牌」行為後，黃老師當下對全班說明「藏牌」的策略，並允許大家使用這個方法。之後，除了讚揚阿亮外，也順便問問還有誰用這個方法。原來「藏牌」的策略不只發生在阿亮身上，聰明的小涂也是箇中好手呢！他的數學日誌中非常得意的寫著：

我們一邊玩，老師一邊問我們問題，我就說出了我的秘訣，我都先故意跳過去，等大家的牌都出完了我再出牌，就可以換我有發牌權了。（900912 15 誌）

好戲總是不孤單，續集也很精彩呢！小巫的數學日誌寫下了黃老師觀察不到的層面：

阿亮說最後才出牌，我就想到也可以算牌，例如，「Q＝12」它的因數有「1、2、3、4、6、12」，一個數有 4 張牌，6 × 4 = 24，就算到 23 張，那時候就可以出牌了。（900912 04 誌）

小巫所謂的「**算牌**」是以 12 的因數為例，有「1、2、3、4、6、12」6 個因數，總共有 24 張牌。當他手中握有其中某些牌時，必須「藏住」其中一張牌，等待其他 23 張牌都打出去，他留著最後出牌便可以取得「發牌權」了。而取得了發牌權便能將自己手中難打的牌逐一打出去，這才有可能變成最後的贏家。

以上學生「藏牌」和「算牌」的技巧其實隱含著他們對於因數相關概念的理解：「藏住 2 這張牌」代表學生了解 2 是很多數的因數，所以很容易打出去，可以暫時留住，不要隨便打出去，等到必要時才出牌以取得發牌權。這樣，才能將其他難打的牌 7、9 和 11（只有別人出這種牌時才能出牌）搶先出清，而獲得優勝。「算牌」的內涵則比「藏牌」的技巧來得高超，思慮也更為精緻深入。因為在「算牌」的策略中，學生必須先窮盡 12 的因數，也就是先理解了因數的意義並進一步找出 12 所有的因數。然後結合「1 張牌有四種花色和 12 的因數有 6 個」，所以總共有 24 張牌。精確的算出已經出了 23 張牌後，便能穩穩獲得發牌權，以便掌控出牌的局勢。

(四)透過佈題活動協助學生從撲克牌遊戲中抽離出因數的概念

黃老師進行「佈題教學」時，先讓學生們玩撲克牌一回合。之後，黃老師覺得暖身活動已經差不多了，學生的學習狀態已就緒，便開始佈題在黑板上，請同學們一邊打牌一邊思考老師提問的問題。藉由佈題活動提供了學生反思打牌與因數知識的關連，進而強化了因數的概念：

1.「哪張牌最容易打出去？」－引導學生理解 1 是所有數的因數，2 是偶數的因數

在佈題一「哪張牌最容易打出去？」的討論中，學生們在老師的問話後，都隨即斬釘截鐵的表示：

原案三　90.09.14

025 黃老師：「你們剛玩了撲克牌，你覺得哪些牌最容易打出去？」

026 學生齊答：「1。」

027 黃老師：「為什麼？」

028 學生齊答：「因為 1 是所有數的因數。」
029 黃老師：「還有哪些牌也是容易打出去的？小恬妳說說看？」（黃老師這次特別指定中低程度的小恬回答）
030 小恬：「2。」
031 黃老師：「為什麼？」
032 小恬：「因為 2 也是很多數的因數。」
033 黃老師：「比如呢？」
034 小恬：「2、4、6、8、10、12。」（900914 觀）

顯然的，學生們從打牌中理解了 1 是所有數的因數，所以「1」最容易打出去（行號 025 到 028）。程度中下的小恬也從打牌中理解了：2 是偶數的因數（行號 034）。

此外，也可以從數學日誌中了解中低程度學生從打牌遊戲中學到了什麼？

知道 1 到 13 的因數，1 是最好打出去的牌，因為每個數的因數裡都一定有 1。（900914 28 誌）

她先從打牌中察覺「1」是最容易打出去的牌，進而理解了「**1**」**是每個數的因數**。

Piaget 認為個體在活動的發展過程中，由於主、客體的交互作用，使得「認識」能夠實現（李其維, 1995）。具體來說，個體的知識是藉由活動逐漸發展建構而成的，人類的知識就是在活動中不斷的發展，不斷的再建構，因此沒有活動就沒有知識的產生（Piaget, 1970）。從以上的原案資料可以得知：學童透過打牌的活動，經驗到 1 和 2 是比較容易打出去的牌，再經由老師的引導進而連結到因數概念：1 是所有數的因數，2 是所有偶數的因數。這些概念建立的過程，與一般教學或評量時要求學生找出某一個數的因數時的運思歷程正好相反，可使學生對於因數概念的思考更為多元。值得強調的是這些概念都是學生們從打牌的活動中自然發展出來的，他們從真實活動中建構出自己的知識，並藉由老師鷹架的協助，再從活動中抽離出概念，形成較周延的概念。

2.「哪張牌最難打出去？」－引發學生察覺「出牌策略與因數概念」的關係

在佈題二「哪些牌較難打出去？」的小組討論，黃老師介入了第六組的討論，扮演引導者的角色，提問：「哪些牌較難打出去？」學生們紛紛的說出「13」、「7」、「11」、「9」，但是接著曜鴻說出「12」時，引起黃老師的好奇與關注：

原案四　90.09.14
051 黃老師：「哪些牌較難打出去？」
052 小鴻：「12 點。」
053 黃老師：「12 為什麼難打出去？」（追問曜鴻）
054 小鴻：「因為 12 只有別人出 12 時才可以打出去！」
055 黃老師：「那你手中如果有 12 的牌要先打出去嗎？」
056 小儀和小廷同時立即明確的回答：「不要！」
057 黃老師：「為什麼？」
058 小儀：「因為打 12 出去，別人就有很多支牌可以打了，不就幫了別人害了自己了嘛！」（900914 觀）

小儀（行號 058）的意思是 12 這個數有很多的因數，如果隨意將 12 打出去，別人就可以將手上是 12 的因數打出去，這樣一來別人可以一直將 12 的因數打出來，這便是他所謂的「幫了別人害了自己了」！

再回到全班後續的討論中，學生也歸納出大的偶數（12、10 和 8）的因數比較多，所以要最後才出牌。小禎的學習日誌便強調這一個策略：

12 這張牌不能打，因為 12 的因數有很多，所以如果放出去可能會對自己不利，所以要放就要放對自己有利的。（900914 09 誌）

對於程度中下的小鳳而言，她也從活動

和討論中學得「什麼牌比較難打出去？」：

比較難打出去的牌都是比較大的，最後剩7~13的數都只能比較難打出去。(900912 34誌)(900914 22誌)

程度好一點的同學的說明則較為詳細，是另一種因數概念的理解。

每一個整數的因數都有「1」的數字。1~13的因數，打牌時，13和11和7最難打，因為13、11、7因數只有1和本身。(900914 04誌)

最難打的牌都是比前面較大的牌，都是比6大的牌。而且最大的牌像7~13的因數都只有能出自己。(900914 32誌)

在本教學活動設計中，讓學童玩牌的數字只有1~13這13個數字。以上三個學生的數學日誌表示學生從打牌遊戲中經驗到7~13這些牌最難打出去，原因在於拿到這些牌以後，只有別人出這個相同的數時，自己才有機會跟著打出去。(例如拿到12這張牌，跟著出牌的機會只有一個，也就是別人出12時才能跟著出牌，但是在撲克牌中沒有24、36等12的倍數，所以12這張牌打出去的機會與7、11、13等數字一樣是很小。）也因為遊戲帶他們求勝的意念，而能反向思考8、10和12這些較大的偶數的因數有很多，因此雖然難打出去，卻不能「亂」打出去，否則會幫助別人出牌而害了自己了！

佈題的用意乃在引導學生創塑數學的意義（make sense of math），並以此創塑的數學符號來溝通，和合作共同解題（林文生, 1996）。也可以藉由逐步數學化的過程，來促進兒童重新發明（re-invent）有關的數學知識（Schoenfeld, 1992）。「因數大老二」這個活動除了讓學童反覆的去驗證1到13這些數字之間「整除」與「因數」的關係，也因為後來老師佈題的引導，協助學童發展出有關因數的概念和找尋因數的技巧。學童在遊戲的情境中，無須老師的講解說明，便能自然的形成因數的相關概念，除了欣慰更驚訝佈題活動對學生學習的影響（900914省）！

3.「手中握有哪些牌可以穩操勝券？」－給學生建立「理想牌」的企圖，因而強化了因數概念

最後，黃老師佈第三個題目－「手中握有哪些牌可以穩操勝券？」，請學生們各自寫下他們的想法。其中，小恬的想法這麼寫著：

手中握有哪些牌可以穩操勝券？

黑桃2、1（兩張）、12、2、3、4、6（兩張）、10（兩張）、5（兩張）

我會覺得拿到這些牌會穩贏。因為：你拿到黑桃2就可以先放(意指擁有發牌權)，就先放12，再把12的因數全部放出去，再放10，再把10的因數全部放出去就贏了。(900914 28誌)

小恬能掌握題目的要旨，知道從手中拿到的13張牌來構思與佈局，而不若其他同學只寫出「1、2和3」等等容易打出去的牌而已，卻沒有交代這些牌應該如何進行佈局和手中的牌打出去的先後順序。相反的，她有令人覺得驚奇的佈局能力與打牌的策略：首先她知道拿到黑桃2以便取得發牌權來控制整個局面（在本教學活動的遊戲規則是誰先拿到黑桃2者即擁有第一次的發牌權。）。接著，打出12這張牌，使自己大多數的牌（1、2、3、4和6）都能跟著打出去。最後，在打出10這張牌，讓本身剩下的牌（5和10）都能出清。這樣一路控制整個局面，她便是最後的贏家。總之，她能從整體的觀點來思考出牌的順序，讓自己一直保有發牌權的優勢，最後便能取得勝利。以小恬平常的數學表現能寫出如此具體且明確的想法，真令人覺得不可思議！因為這樣的思考已超脫了簡單的求因數的計算方法和因數意義的理解，而是一種綜觀全局，仔細分析出牌流程的高層次思考能力。

小恬這樣的想法看起來像是個「天衣無縫」的牌局，不過，嚴格來看，在打牌的沙場上，不應只是考慮自己而已。更高的境界應是能掌握對手的戰情，才能「知彼知己，百戰百勝。」反應敏捷的小巫除了與小恬一樣採取「先發制人」的策略之外，他再度展現「算牌」的功力，精確的算出敵我的「實力」，讓整個局勢都在掌握之中：

2（四張）、4（四張）、12（四張）、6（1 張）

12 的因數：1、2、3、4、6、12，6 × 4 = 24，24 – 13（我）= 11（其他三人）

因為一開始只要拿到黑桃 2 就有發牌權，先出 12，我手上的牌是 12 的因數有 13 張，剩下 12 的因數只有 11 張，4 個人玩，13 張 12 的因數在我手上，11 張不一定在一個人手上，所以我贏定了。（900914 05 誌）

小巫的想法是希望拿到 4 種牌（2、4、6 和 12）且都能集中火力（2、4、12 各四張），這便是他心目中的「好牌」。更詳細的說，在 1 至 13 的數字中，12 的因數最多，因此他選擇的牌都是 12 的因數。12 的因數共有 6 個（1、2、3、4、6、12），每個數字有 4 種花色，一共有 24 張牌。其中他獲得了 13 張牌（四張 2、四張 4、四張 12 和一張 6），其他三人也只拿到剩下的 11 張牌。而黑桃 2 又在自己手上，因此握有第一次的發牌權，這時，他知道先出 12 這張牌，就可以讓自己一路衝鋒陷陣到底，完全沒有讓對手有喘息換其他牌的機會，如此「輕舟已過萬重山」，所以他「贏定」了！難得的是，他還從其他三個對手的角度來思考「戰場的情勢」－自己 13 張牌可以出，其他三人合起來也只不過 11 張牌可以出而已，因此勝負可以立判。換個角度來看，他雖然只取簡單的幾種牌，但這些牌彼此相關連（都是 12 的因數），也是重要且關鍵的，加上取得主動進擊（黑桃 2）的機會，因此可以一鼓作氣，讓對手毫無招架之力。他善於算牌，評估情勢的特質，已是將因數的知識融於策略應用的一部份，這樣的思考正也是結合了學童日常生活的數學經驗與學校的數學知識。以上學童的學習表現如同 Sobel 與 Maletsky（1988）所指出的：學生在數學遊戲的競爭中表現出「建立假設」與「檢驗假設」，進而發現致勝的策略。在數學教育上，發展這樣的思考型式是有價值的教學成果，更是問題解決最重要的要素。

(五)學童改變對數學課的觀感

對學生來說，一談起上數學課總是「痛苦多於快樂」或者是「一家歡樂百家愁」！學生們到了高年級，經過幾年一連串的考試和挫折，我已不敢期望學生會對數學產生好感，但求他們乖乖坐好，認真點學就好了。但萬萬想不到這一次遊戲教學竟可能是扭轉不愉快局面的活棋（900912 札）：

我覺得用牌子來教導學生是一個很輕鬆的教學！（900912 21 誌）

能從這個遊戲中學到因數，讓大家能夠快樂的學習數學，希望以後都能用這種方法來教數學。（900918 21 誌）

這種方法可以使大家更加的認真，我希望天天都可以上課。（900914 04 誌）

今天老師教我們玩大老二，邊玩老師邊教數學，有黑桃二的要出一張牌，再把那張的因數找出來，真是簡單又好玩！（900912 07 誌）

我喜歡用玩遊戲來上數學，可以學得比較快，希望每天都可以用遊戲來上數學。（900912 06 誌）

希望老師以後也可以這樣用遊戲方式來加強大家對數學深入了解，這樣比較不會忘記。（900918 30 誌）

玩撲克牌找因數的遊戲，可以讓我們練習，用最快的方法找出因數。（900912 24 誌）

利用玩遊戲的方法，可以讓我們記得很清

楚，也很有趣！（900914 23 誌）

平常體育課一條龍，數學課一條蟲的小豪，在數學日誌的學習感想寫出了同學們的心聲，也給老師們一些省思：

我希望老師可以用這種方法來上課，因為大家原本很討厭上數學課，後來老師用這種方法（玩撲克牌），大家變得很有興趣了。（900918 01 誌）

數學課對大多數的學生來說是令他們感到焦慮的，是數學本身給學生壓力？還是老師的教學給學生帶來挫折？從學生的學習心得不難找到答案！（900912 省）

中低程度學生的學習情形向來都是黃老師感到束手無策的。他們因為數學理解能力較差，以致數學的學習發生困難。也因此對數學的學習缺乏信心，平常課堂的討論和發表，能不被老師點名叫起來「問話」就算是幸運的了，更甭談他們主動出擊了！不過，遊戲能讓學生卸下心防，解除他們的「武裝」，就如同黃老師進行修正教學時，程度較差的小成竟也自信滿滿的當起發問者的角色（原案一），便是個令人印象深刻的例子。他們平日上課時表現出自卑與羞於表達的樣子，已不復見！是遊戲讓他們忘記了「數學不好」的標籤，也讓他們對數學課有正面的態度。對成績不好的學生來說，我想除了「數學知識」，還有更重要的東西－－「自我的肯定」與「學習的態度」（900912 省）。

三、綜合討論

本研究教學活動是以情境認知的理念來做為設計的主軸，希望透過此一情境的布置，讓學童有機會進入熟悉的文化活動之中，以應用其所學得的數學知識，並進一步對因數知識有新的理解和詮釋。事實上，本教學活動經過實踐之後，確實符應了許多提倡情境認知學者的觀點，茲從以下四方面來探討之：

就學習情境而言，本教學活動是一個可以激發學生主動學習的真實活動，學童在此情境中產生了頻繁且良好的互動，也一起思考和探究，因為此情境所引發的種種問題，不論是學童主動提及的（如藏牌策略），或是老師介入所引發的（如佈題），在在都使學童的學習與思考邁向更深層、更寬廣的境地。另外，Vygotsky 的社會文化心理發展論強調「學習社群」的重要性，學童透過與老師或同儕的溝通、協調，才能產生有感覺的知識（陳慧娟, 1998）。情境學習理論學者 Brown, Collins 與 Duguid（1989）也認為學習是源自社會互動的過程，所以特別強調學習互動與分享。Lave 與 Wenger（1991）更明確指出：認知是一個複雜的現象，而學習活動本身就是專家與生手之間產生社會互動、共同參與的過程。所以 Young（1993）認為學習環境的布置應該考慮「分配式智慧」（distributed intelligence）的觀點。也就是說，教師應適時提供不同專長或程度的學生互相學習的機會，來幫助學生成長。綜言之，知識具有社會共享與分配的特性，異質性團體的設計，提供同儕彼此互動與觀摩的機會，從中所製造的認知衝突，正是提升「近側發展區」（the zone of proximal development）的重要機制（陳慧娟, 1998）。本研究教學進行採用小組合作學習的方式，採用異質性分組，每八個學生為一小組，進行撲克牌遊戲與佈題的討論。在每一小組中又以二人為一對，一為程度好的學生，另一為程度較差的學生，藉此先提供程度較差的學生觀摩程度好的學生的「玩法」，再接受程度好的學生的指導和引導，藉由互動與分享的學習情境中，使程度較差的學生從周邊參與逐漸進入核心參與，以產生有意義的學習（Rogoff, 1995; Lave & Wenger, 1991; 張世忠, 1996）。

從評量的層面來看，本教學活動屬於一

種應用活動，希望透過有趣的撲克牌活動來提供學童因數概念的練習，與做為學習效果的檢驗工具。經實踐的結果，確實可以進一步強化學童的因數概念，老師也從課室觀察學童打牌的情形來評估學習的效果，並針對學習的進展，引導學童更深入思考因數的相關概念，可說是將教學與評量結合實施。

若從學習者的層面來看，本教學活動設計是以學生為中心，提供學生應用數學概念的機會，後續經由實踐的修正，再藉由佈題啟動了學生的後設認知，引導學童思考相關的因數概念，並從中建構了數學知識，和發展推理與問題解決的能力。就如前所述，學生們在教學過程中的諸多表現，不管是基本因數概念的擴展，抑是學校與日常生活數學知識的連結，以及策略性的深度思考，都顯現出豐富且多元的內容，尤其中低程度學生透過打牌持續的練習，和佈題引發認知衝突，進而釐清與強化因數概念的理解，更是事先想像不到的。總之，學生在此教學活動的學習表現，是超出研究小組所預期的。

最後，從教師的角色來看，教師進行情境學習時，除了實踐各個程序，還需要輔以目標性的提示與導引學生觀察，以及從學生形成性評量的歷程，適時的提問關鍵性問題與教學介入，使學生作進一步的思索與解題思考，他們才能從外在學習環境作概念轉化與結構化的處理。否則徒有真實情境的提供，學童知識認知的建構程度還是不夠充足（黃幸美, 2003）。因此，本教學活動進行中教師於行間巡視，觀察學生學習的情形，隨時處理「偶發事件」，並做出教學的決定。除此之外，後來的方案也透過教師的佈題來誘發學生的認知衝突，使其深入思考，開啟知識形成的先機，再提供學生們鷹架式的引導以釐清因數概念，並擴展數學知識。

綜合以上所述，本研究教學活動發展的軌跡與實踐的結果，正符應了前述文獻探討時 Young（1993）、Driscoll（1994）、Norman（1993）和陳麗華（1997）所提出情境認知教學設計的原則：教學結合評量實施，提供建構知識的真實活動，激發學習意願，在過程中啟動合作學習與反思的機制，讓學童理解因數概念，並學得推理、問題解決較高層次的能力。本教學活動也因應學生的學習進展而有繼續發展的空間，教師在此歷程中持續進行著教學決定和支持、引導學生的學習。

伍、結論與建議

茲將本研究的結論與建議分述如下：

一、結論

本研究之結論將從教學方案的發展和教學實踐的效果等二分別說明之：

(一)透過合作行動研究的修正機制，增添「異質分組」、「堆疊牌」與「佈題」的策略，形成了適切的精緻方案

本研究「因數大老二」教學活動設計付諸實踐，將實際教學可能發生的狀況逐漸檢討、辯證並予以處理，最後修正完成的「建議方案」（如附件一），已發展成較精緻和較適切可行的實踐方案，有助於教師因數概念的教學。有此成果肇基於本研究在進行合作行動研究的歷程中的三個機制發揮功能：第一是藉由理論與實踐的辯證，反映了教學設計的理想面（課程假設）與實際執行面的落差，使本教學設計能適當補強活動的內容。第二是經由研究小組成員專業與實際的對話，協商出各種修正意見，不僅是具體可行的策略，也切合了本研究教學活動的特質。第三是本研究設計以二個班級作為試行班級，前導教學發揮了應有的功能，如同一面鏡子顯現本研究教學活動有待修正改進的地

方，讓研究者還有機會進行修正教學，也使得本研究教學活動的效果更有擴展的空間。

在本研究教學活動發展的歷程中，增加了「堆疊因數牌」與「佈題」的策略，使教學活動發揮更大的效果。首先於前導教學中獲得「堆疊因數牌」的策略，使學童於玩牌之後還有再次練習因數知識的機會。從原案一小成和小輝的互動中可以知道這個策略發揮相當程度的作用，可以讓學生互相問答，從而互相監督或立即糾正，這樣的學習型態不僅學生之間有良好的互動，也是滿有效能的教學活動。後來又在修正教學之後，融入三個佈題活動。透過這三個佈題提供學生反思的機會，啟動了後設認知的機制，使打牌與因數知識的關係得到更縝密的結合，也使得學校與日常生活的數學知識產生連結，進而延伸因數概念的發展，並引發深度的策略性思考。

(二)教學活動實踐的效果

由前述的教學發現，可以知道本教學方案對於參與學童因數概念的學習有相當的助益，探究其原因乃本教學方案有以下三個特色：

1.「文化活動」融入教學可強化與檢驗學生因數的知識，也使學校與日常生活的數學知識產生連結

分析本研究學童打牌的運思歷程，他們必須先辨別手中的牌哪些是可以「出牌」的（即是否整除要跟牌的數），然後再確認為因數。在無法預料且詭異多變的牌局中，學童反覆思索並應用因數的概念來打牌。總之，「因數大老二」教學活動讓學生有複習因數意義的機會，也提供教學者檢驗學生因數意義理解的可能。而在此情境活動中提供學生抽象反思因數意義的機會，這樣的歷程應是有利於抽象概念的學習。

情境的真實性學習重視學童知覺「知識即工具」，能夠把所獲得的知識當成工具主動的使用，不僅可以改變使用者對世界的認識，也會對工具（知識）有更深刻的了解（黃幸美, 2003）。本研究「因數大老二」的情境布置主要提供了學童主動使用學得因數的知識的機會。事實上，學童於無形之中已將學得的因數知識當成「武器」，他們必須彈性的思考與運用這些數學知識才能產生致勝的策略。同時，學生不斷地在撲克牌遊戲中使用因數的知識，使他們對因數的特性更清楚，增進了對數學概念深入的理解。

此外，將文化活動轉化為數學教學活動，也激發學生的學習表現，在本研究中學生「藏牌」、「算牌」和「理想牌」的表現，都顯現出學童為了致勝而主動積極的理解因數的知識，和進一步設想打牌的策略。在這樣的歷程中已讓校內外的數學知識結合在一起，二者相輔相成達到良好的學習效果。

2.適當融入「佈題教學」以強化因數概念，且引發學童生產性的數學解題策略

Krulik 與 Rudnick（1983）認為策略性的遊戲教學可以提升問題解決的能力，不過他們也強調在教學中學生必須要相互討論的機會，討論的內容則包含攻守策略、原因及心得，如此也可以幫助學生後設認知能力的發展。本研究將佈題融入教學活動設計中，提供了學童反思和溝通討論的機會，也啟動了學童的後設認知。實際執行三個佈題的結果發現，除了可做為學童討論的平台，也引導他們在打牌的歷程中進行另一個方向的思考。因而讓學童能從「哪些牌容易打出去？」的問題中，與「1 和 2 是很多數的因數」產生連結（原案三）；從「哪些牌較難打出去？」的問題中，察覺到每個數的因數的個數多寡不一（原案四）；並且從「拿到哪些牌可以穩操勝券？」的問題中，能夠跳脫單一的數的因數，以統合的觀點來看待 1 到 13 這些

數的因數，並創造出致勝的絕佳牌局（小巫的數學日誌）。總之，本研究透過教師適時的佈題讓學童有解題的機會，因而引發許多「生產性」的數學解題策略，促進了學童主動理解因數的概念，引發他們深度的思考，並建構了屬於自己的數學知識。

3.藉由「結構化」教具（structured materials）產生合作學習的機會，學童進行有意義與有效能的學習

陳杭生（1993）認為進行遊戲導向教學時將教具玩具化，可發揮較大的教學效果。並以「教師手中的教具，是學生心中的玩具；學生手中的玩具，是教師心中的教具。」為目標，讓學生有機會直接操作教具，在教學過程中，從把玩教具中得到「有目的之直接經驗」。本研究教學活動中使用的撲克牌對學童而言是一種可操作的玩具，但對教師而言則已將撲克牌轉化為具有「結構化」的教具，其中蘊含著數學知識的學習。具體來說，撲克牌有其原來的數字和玩法，各種的撲克牌遊戲之間無論是每張牌的意義，甚或遊戲規則都不盡相同。「因數大老二」教學設計乃修改自文化活動中的「大老二」遊戲規則，數字是由 1 到 13，再將打「因數牌」融入遊戲規則，來進行因數的學習。在打牌的過程中，學童看到別人打出 12 這張牌時，他便會看看手中哪些牌是可以打出去的？如此，在打牌遊戲中，每張牌都與特定的牌之間有著倍數與因數的對應關係，也存在著數學知識的學習。例如，12 這個張牌（倍數）便和 1、2、3、4、6、12 這些牌（因數）彼此之間建立了對應關係，學童可藉由打牌來練習或熟悉因數的知識。

從學習型態而言，也因撲克牌的玩法使合作學習成為本研究教學進行中主要的型態。研究者以異質性分組的方式讓學童玩撲克牌遊戲，就如前導教學後吳老師的陳述和原案一所呈現的，「合作學習」的機制在本研究發揮了功能：除了讓程度較差的學生有機會觀察程度好的學生的「玩法」，使學習活動能儘快進入軌道。此外，程度好的學生還可以適時指導他的伙伴，讓程度較差的學生不管在遊戲或數學概念能獲得立即的回饋與澄清。在互動與分享的學習情境中，程度較差的學生從周邊參與逐漸進入核心參與，就學習層面而言，他們的學習是有意義的，也是有效能的。

二、建議

以下茲對教學活動設計和未來進行相關研究提出三點建議：

1.實施本研究教學活動時，受限於撲克牌數字較小，僅能讓學生進行 1 到 13 等數字的因數練習。建議教師教學時可以將撲克牌的數字重新改編使數字變得大些，以達到練習找因數的目的，同時可進一步研究當數字變大時，學生的學習情形。

2.因數的概念需透過除法的過程與整除的確認而獲得，所以因數概念也是過程概念（黃國勳和劉祥通, 2003）。既然過程概念又含有許多隱藏性知識，此等隱藏性知識往往在教學中未被突顯，雖是受限於教學時間，但中下程度的學童確實無法擁有周延的隱藏性知識。因此，未來研究可以探討學童因數的隱藏性知識，藉以判斷他們的因數概念是否周延？或探討補救教學對過程概念的改進效果。

3.Miles（1992）曾強調用結構化的教具教學童有關量的指標或指數（indices），例如，用一個百格板，十條條狀積木，與一百個小積木分別能解釋：1×100，10×10，100×1 的關係，又能闡釋「單位量轉換」得到不同的「單位數」。這些積木 Miles 稱之為結構化的教具。在「因數大老二」的活動裡，12 這

張牌（發牌數）與 1、2、3、4、6、12 等牌（跟牌數）之間，有個結構上的對應關係，此撲克牌的遊戲在教學上能增強學生的「因數與倍數」的觀念，此等撲克牌也可稱之為結構化的教具。如何利用結構化的教具幫助學生獲得因/倍數、公因/倍數，以及其他數學概念，是未來可以探討的研究。

陸、省思

藉由玩撲克牌遊戲學生們引發策略性的思考，其考慮面向之廣，思慮程度之深，其實已超乎了學習形式數學知識的思考。相較於一般教科書上的習作，只是提供學生找因數的練習，學生也許反覆練習就可以得到滿意的結果，但是從中如何發展學生高層次的數學思考呢？此外，換個的角度來看，這個教學情境也是將學校數學中的因數知識應用於撲克牌遊戲中，也可以說，學生們從真實的活動中驗證了學校的數學知識，並結合了學校與日常生活的數學知識進行「致勝的思考」，這些都是這個撲克牌活動所發揮的功能！雖然這些學習已脫離了「學校」因數知識的範疇，卻是讓學生不覺得數學課是那麼令人畏懼。也透過這個活動的討論與對話，激發了部分學生靈活的運用頭腦做數學的思考，實非預期的效果卻是最寶貴的驚喜。讓我對學生的無限潛能讚嘆一番吧（900918省）！

本研究參與的學童正巧是適用八十五年版課程最後一屆的學生，該課程綱要強調簡化教材內容，摒除繁複的計算，以及透過活動來幫助學生建構數學概念的理念。研究者即是依照此理念來發展因數教學活動，因此教學的內容僅止於基本的因數概念，其他延伸的相關概念，如質數、合數、質因數分解等等，並未在教學目標之中。隨著九年一貫課程的推行，和數學教育思潮的更迭，教學目標已或多或少做了修正，且有加深的情形。再加上數學領域時間的減少，「玩遊戲」相較於「趕進度」似乎是一種奢侈！但個人仍深信數學概念的理解仍比繁雜的計算能力來得重要。因應此調整與變化，在兼顧樂趣與內容的情況下，本教學活動仍可透過「哪些牌較容易打出去？」和「哪些牌較難打出去？」這二個佈題活動，進一步將每一張牌可以跟牌的情形列出（即每個數的因數有哪些？），再以此引導學生質數與合數的概念。此外，也可用於中低程度學童的補救教學，以減低他們數學學習的焦慮感，這些新增的應用，也或許是本教學方案的另一出路！

柒、致謝

本研究承蒙國科會的經費補助（NSC-91-2521-S-415-002），特此致謝。嘉義縣南新國小吳佳玲老師對於本研究全力的配合，與 2003 年海峽兩岸小學教育學術研討會以及匿名審查教授的寶貴意見，在此也一併致謝。

捌、參考文獻

1. Heddens, J. W. (1979)/羅鴻翔譯（1979）：小學新數學因數與質數的教學（一）。**國教之友**，446-450, 15-18。
2. Johnson, J. E., Christie, J. F., & YawKey, T. D.（1987）/吳幸玲和郭靜晃譯（2003）：**兒童遊戲：遊戲發展的理論與實務**。台北：揚智。
3. 王克蒂（1998）：**數學遊戲教學之效益研究－以國小四年級為例**。台北市：國立台灣師範大學碩士論文（未出版）。
4. 王春展（1996）：情境學習理論及其在國小教育的應用。**國教學報**, **8**, 53-71。

5. 方吉正（2000）：**認知學徒制在國小數學解題教學成效之研究**。高雄市：國立高雄師範大學博士論文（未出版）。
6. 台灣省國民學校教師研習會（1997）：**國民小學數學實驗課程教師手冊第十冊**。台北：台灣省國民學校教師研習會。
7. 朱建正（1997）：**國小數學課程的數學理論基礎**（民 85 國科會成果報告，未出版）。
8. 朱則剛（1994）：建構主義知識論與情境認知的迷思：兼論其對認知心理學的意義。**教學科技與媒體**, **13**, 1-14。
9. 李其維（1995）：**皮亞傑心理邏輯學**。台北：揚智。
10. 李信樂（1975）：因數倍數與質數合數之教學研究。**基教月刊，8**(5), 16-18。
11. 李建亭（1999）：**文化概念教學模式對國小學生數學成就、數學焦慮及數學態度之實驗研究**。新竹市：國立新竹師範學院碩士論文（未出版）。
12. 林文生（1996）：**一位國小數學教師布題情境及其對學生解題交互影響之分析研究**。台北市：國立台北師院碩士論文（未出版）。
13. 林珮如（2002）：**國小學童因數解題與迷思概念之研究**。屏東市：國立屏東師範學院碩士論文（未出版）。
14. 幸曼玲（1994）：從情境認知看幼兒教育。**初等教育學刊**, **3**, 168-187。
15. 邱貴發（1996）：**情境學習理念與電腦輔助學習—學習社群理念**。台北市:師大書苑。
16. 張世忠（1996）：從社會建構學者的觀點看學生的分享對概念學習上的重要性。**興大人文社會學報**, **5**, 181-192。
17. 張春興（1996）：**教育心理學--三化取向的理論與實踐**（二版）。台北：東華。
18. 張國財（1982）：最大公因數及最小公因數的操作。**國教世紀，18**, 8-12。
19. 康軒文教事業（2001）：**第九冊數學科教學指引**。台北：康軒文教事業出版。
20. 陳杭生（1993）：視聽媒體與教學正常化。**視聽教育雙月刊**, **34**(3), 1-10。
21. 陳清義（1995）：**國小五年級學童因數、倍數問題學習瓶頸之研究**。台北市：台北市立師範學院碩士論文（未出版）。
22. 陳淑娟（1999）：**透過合作行動研究探討一個國小班級的數學討論活動**。嘉義市：國立嘉義師範學院碩士論文（未出版）。
23. 陳慧娟（1998）：情境學習理論的理想與現實。**教育資料與研究**, **25**, 47-53。
24. 陳麗華（1997）：情境模式的教學設計。**教育資料與研究**, **18**, 26-34。
25. 教育部（2002）：**國民中小學九年一貫課程暫行綱要**。台北：教育部。
26. 游麗卿（1997）：從實作表現診斷學生乘除法的錯誤概念。**測驗與輔導**, **149**, 3094-9098。
27. 郭重吉、江武雄和王夕堯（1999）：輔導中學數理教師設計教學活動之行動研究（2/3）。**載於國立台東師範學院行動研究國際學術研討會彙編**。台東市：國立台東師範學院。
28. 黃幸美（2003）：**兒童的問題解決思考研究**。台北：心理出版社。
29. 黃國勳和劉祥通（2002）：歡樂滿堂的數學課－因數教材創新教學之實踐。**科學教育研究與發展季刊**, **26**, 52-64。
30. 黃國勳和劉祥通（2003）：五年級學童學習因數教材困難之探討。**科學教育研究與發展季刊**, **30**, 52-70。
31. 辜華興（1997）：**情境學習環境中媒體特性對學習成就與學習態度的影響**。台北：私立淡江大學碩士論文（未出版）。
32. 甄曉蘭（1995）：合作行動研究－進行教育研究的另一種方式。**嘉義師院學報**, **9**, 297-318。

33. 熊召弟（1996）：真實的科學認知環境。**教學科技與媒體**, **29**, 3-12。
34. 蔡文煥（2000）：以日常生活活動為基礎促進兒童數學學習－以撲克牌為例。**載於八十九學年度師範學院教育學術論文發表會論文集**。新竹市：新竹師範學院。
35. 蔡文煥和林碧珍（1998a）：**數學、文化和認知整合教學研究:兒童文化活動類型與結構**。載於中華民國第十四屆科學教育學術研討會暨第十一屆科學教育學會年會短篇論文彙編。台北市：教育部。
36. 蔡文煥和林碧珍（1998b）：**數學、文化和認知整合教學研究：兒童兒童日常生活活動類型之調查研究**。國科會八十七年度科學教育研究專題研究計畫成果討論會摘要。
37. 鄭晉昌（1993）：自「情境學習」的認知觀點探討電腦輔助中教材內容的設計－從幾個教學系統談起。**教學科技與媒體雙月刊**, **12**, 3-14。
38. 劉秋木（1996）：**國小數學科教學研究**。台北：五南。
39. 劉祥通和周立勳（1999）：國小比例問題教學實踐課程之開發研究。**國立台中師範學院數理學報**, **3**(1), 1-25。
40. 劉祥通和黃國勳（2003）：實踐小學因數教學模組之研究。**科學教育學刊**, **11**(3), 1-22。
41. 謝堅（1997）：實驗課程中因數與倍數教材的設計。**載於國立嘉義師範學院八十六學年度數學教育研討會論文暨會議實錄彙編**。嘉義市：國立嘉義師範學院。
42. Bishop, A. J. (1988). *Mathematical enculturation: a cultural perspective on mathematic education.* Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
43. Brooke, H., & Solomon, J. (1998). From playing to investigating: Research in an Interactive Science Center for primary pupils. *International Journal of Science Education*, *20*(8), 959-971.
44. Brown, J. S., Collins, A., & Duguid, P. (1988). Situated cognition and the culture of learning. (ERIC Document Reproduction Service No. ED 342 357).
45. Brown, S. J., Collins, A., & Duguid, P. (1989). Situated cognition and the culture of learning. *Educational Researcher*, *18*(1), 322-342.
46. Brown, J. S., & Duguid, P. (1993). Stolen knowledge. *Educational Technology*, *33*(3), 10-15.
47. Carraher, T. N. (1988). *Street Mathematics and School Mathematics.* PME XII, 1, Hungary, 1-23.
48. Cobb, P., & Steff, L. P. (1983). The constructivism researcher as teacher and model builder. *Journal for Research in Mathematics Education*, *14*(2), 83-94.
49. Collins, A. (1993). Design issues for learning environments (ERIC Document Reproduction Service No. ED 357 733).
50. Driscoll, M. P. (1994). *Psychology of learning for instruction.* Boston: Allyn and Bacon.
51. Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as educational task.* Dordrecht, Netherlands: Reidel.
52. Gray, E. M., & Tall, D. (1993). Success and failure in mathematics: The flexible meaning of symbols as process and concept. *Mathematics Teaching*, *142*, 6-10.
53. Hopkins, D. (1985). *A teacher's guide to classroom research.* Milton Keynes, UK: Open University Press.
54. Krulik, S., & Rudnick, J. A. (1983). Strategy game and problem solving- an instructional pair whose time has come! *The Arithmetic Teacher*, *83*(12), 26-28.

55. Lave, J. (1988). *Cognition in practice: Mind, mathematics, and culture in everyday life.* Cambridge: Cambridge University Press.
56. Lave, J., & Wenger, E. (1991). *Situated Learning.* Cambridge, UK: Cambridge University Press.
57. Miles, T. R. (1992). The use of structured materials with older pupils. In T. R., Miles and E. Miles (Eds.), *Dyslexia and mathematics* (pp. 334-370). London: Routledge.
58. McLellan, H. (1993). Situated learning in focus: Introduction to special issue. *Educational Technology*, *33*(3), 5-9.
59. National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principle and standards for School Mathematics.* Reston, VA: NCTM.
60. Nesher, P. (1986). Are mathematical understanding and algorithmic performance related? *For the Learning of Mathematics*, *6*, 2-9.
61. Norman, D. A. (1993). Cognition in the head and in the world: An introduction to the special issue on situated action. *Cognitive Science, 17*, 1-6.
62. Petitto, A. (1982). Practical arithmetic and transfer. A study among West African tribesmen. *Journal of Cross-cultural Psychology*, *13*, 15-28.
63. Piaget, J. (1970). *Genetic epistemology*. New York: Columbia University Press.
64. Piaget, J. (1985). *The equilibration of cognitive structures.* Cambridge, MA: Harvard University Press.
65. Rogoff, B. (1995). Observing sociocultural activities on three planes: Participatory appropriation, guided participation and apprenticeship. In J. V. Wertsh, P. D. Rio, & A. Alvarez (Eds.), *Sociocultural studies of mind* (pp. 139-164). Cambridge University Press.
66. Salomon, G. (1993). No distribution without individuals' cognition: A dynamic interactional view. In G. Salomon (Ed.), *Distributed cognitions: Psychological and educational considerations* (pp. 111-138). Cambridge, UK: Cambridge University Press.
67. Saxe, G. B. (1988). Candy selling and math learning. *Educational Researcher*, 17(6), 14-21.
68. Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics* (pp. 334-370). New York, NY: MacMillan.
69. Skemp, R. R. (1991). *Mathematics in the primary school.* Worcester, UK: Billing & Sons Ltd.
70. Suchman, L. A. (1987). *Plans and situated actions: The problem of human-machine communication.* New York: Cambridge University Press.
71. Sobel, M. A., & Maletsky, E. M. (1988). *Teaching Mathematics.* New Jersey: Prentice Hall.
72. Stenhouse, L. (1975). *An introduction to curriculum research and development.* London: Heinemann.
73. Tsai, W. H., & Post, R. (1996). Linkage between formal knowledge and informal knowledge: Teaching arithmetic based on children's cultural activities. Unpublished doctoral dissertation, University of Minnesota.
74. Tsai, W. H., & Post, R. (1999). Testing the Cultural Conceptual Learning Teaching Model (CCLT): Linkage between children's informal knowledge and formal knowledge. *The Pro-*

ceeding of the 23 rd International Group for the Psychology of Mathematics Education (pp. 4-297~4-304). Israel.

75. Vergnaud, G. (1996). The theory of conceptual fields. In P. Cobb (Ed.), *Theories of mathematical learning* (pp. 219-240). Mhwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates. Inc.
76. Vergnaud, G. (1998). Towards a cognitive theory of practice. In A. Sierpinska & J. Kilpatrick (Eds.), *Mathematics education as a research domain: A search for identity* (pp. 227-240). Dordrecht, Netherlands: Kluwer Aca-demic Publishers.
77. Young, M. F. (1993). Instruction design for situated learning. *Educational Technology Research and Development*, *41*(1), 43-58.

附件一

為了讓本研究「因數大老二」教學活動透過實踐所修正的內容能清晰呈現，以下將初始教學方案和建議教學方案並列，同時顯現修正內容（以灰底粗體字表示）。

<table>
<tr><td colspan="3">活動名稱：因數大老二</td></tr>
<tr><td>教學目標</td><td colspan="2">強化與檢驗學生的因數的概念。</td></tr>
<tr><td>活動說明</td><td colspan="2">透過玩撲克牌（大老二）的遊戲，讓學生做因數的計算練習，並深入發展因數的概念。</td></tr>
<tr><td>教學時間</td><td colspan="2">教師視實際教學狀況彈性決定之</td></tr>
<tr><td>教學準備</td><td colspan="2">一、教具或媒體：每組一副撲克牌
二、教室佈置：二個人一隊（程度高配程度差的學生），四隊組成一組。各組桌子圍成方形，方便玩撲克牌。</td></tr>
<tr><td colspan="3">方案修正情形</td></tr>
<tr><td>方案名稱</td><td>初始方案</td><td>建議方案</td></tr>
<tr><td>遊戲規則</td><td>(一)類似「撲克牌大老二」的玩法
(二)一副撲克牌分給四個人，每人分得 13 張，最先將牌出完為優勝者。
(三)由拿到黑桃 2 者先出牌（出什麼牌都可以），跟牌者的點數只要是第一出牌者點數的因數即可，不分牌的點數和花色大小，若無牌可出時，則輪空由下一人跟牌。
(四)當沒有人可以跟牌時，則由最後跟牌者取得新的出牌權。</td><td>(一)類似「撲克牌大老二」的玩法
(二)每兩人組一小隊，每組分四家競賽。
(三)一副撲克牌分給四家，每家分得 13 張，最先將牌出完為優勝者。
(四)由拿到黑桃 2 者先出牌（出什麼牌都可以），跟牌者的點數只要是第一出牌者點數的因數即可，不分牌的點數和花色大小，若無牌可出時，則輪空由下一人跟牌。
(五)當沒有人可以跟牌時，則由最後跟牌者取得新的出牌權。
(六)當有一家將牌出完取得第一優勝後，其餘三家仍然繼續玩，新的發牌權則由第一優勝者的下一家取得。以此類推，直到四家都分出勝負為止。
(七)每出完某一數的因數後，由組長將該數的因數的撲克牌整理成一疊，並於一局的比賽結束後，以展示各疊撲克牌的方式，詢問組員各數的因數。
(八)佈題：
1.哪一張牌最容易打出去？為什麼？
2.哪些牌比較難打出去？為什麼？
3.手中握有哪些牌比較可以穩操勝券？</td></tr>
</table>

The Development and Practice of Situated Cognition Teaching Activities In the Factors Unit — Using Poker Games as an Example

Kuo-Hsun Huang[1] and Shiang-tung Liu[2]

[1]Nan-Hsun Elementary School, Chiayi County

[2]The Graduate Institute of Math Education, National Chiayi University

Abstract

In order to help overcome the difficulties students have learning factors, the authors designed teaching activities from the viewpoint of situated cognition. These activities were implemented in two fifth grade classes. The study was conducted using a cooperative action inquiry approach with the authors and an elementary teacher working as a team. The team interaction produced rich dialogue between theory and realistic matters, professional expertise and pragmatic practice.

The results of this study showed that the teaching activities (poker games) demonstrated students' positive attitudes toward learning, enhanced students' concepts of factors, deepened students' thinking, induced productive strategies in solving problems, and united students' daily life experiences with school math.

Key words: Factors, Cooperative Action Inquiry, Situated Cognition