科學教育學刊
2006, 第十四卷第三期, 309-331

Chinese Journal of Science Education
2006, 14(3), 309-331

成長團體之「成長」－ 小學教師數學教學專業之探究

姚如芬
國立嘉義大學 數學教育研究所

（投稿日期：民國 93 年 5 月 6 日，修訂日期：94 年 1 月 24 日，接受日期：94 年 5 月 31 日）

摘要：本研究之主要目的在探究小學教師數學教學專業的成長。研究者透過「數學教學成長團體」的經營，作為探究教師數學教學專業成長的研究情境，採「預備期→基礎期→實作與分享期→統整期」為成長團體的主要進行流程，用「發展數學教學模組」為成長團體的主要活動。經由一年來「數學教學成長團體」的經營與探究，研究者發現：數學教學設計的實作歷程與「數學教學成長團體」的討論情境有助於增進成員的數學知識之縱深與廣度、且幫助其數學課程知識由點狀的理解進展為線狀的連結，進而使其課程知識的結構較為全面性、亦使成員對於學生學習數學的理解產生質變與量變、並有助於成員發現與累積更多豐富可用的教學資源。最後，藉由研究歷程的反思，研究者並為此「數學教學成長團體」勾勒出一可行的運作模式。

關鍵詞：小學教師、教師專業發展、數學教學

壹、研究緣起與目的

國民教育九年一貫課程於九十學年度正式起跑了！由於近年來社會的變遷與日趨民主化，學校課程也日趨多元與自主化，加以教育專業自主、適性教育等教育理念逐漸受到重視，學校被鼓勵發展課程，扮演課程設計者與研究者的角色，亦即，以學校為主體，進行課程方案的規劃、設計、實施與評鑑，以提供學生最適合的課程與教學（中華民國課程與教學學會, 2000）。且在國民教育九年一貫課程之實施原則中，除保留了學校教師專業自主與課程設計所必需要的彈性空間外，亦呼籲各校應充分考量學校條件、社區特性、家長期望、學生需要等相關因素，結合全體教師與社區資源，發展學校本位的課程，且學校必須因應地區特性、學生特質與需求，選擇或自行編輯合適的教科用書和教材，以及編選彈性授課時數所需的課程教材。由此觀之，學校、教師的課程自主權已然提昇，教師之於課程的角色亦已由過去的課程「消費者」躍升為課程「生產者」的角色（姚如芬, 2001）；然而，過去中小學教師久已習慣扮演「官定課程執行者」的角色，面對此一變革，師資培育機構有義務思考並

修正過去所提供的在職進修方式與內容，使在職教師在第一線從事教學工作之際，除能從容地面對課程改革中的挑戰，並能進而思考提升學生學習品質之道。

根據許多研究結果顯示：為教師們營造一個共同合作的專業發展情境，透過討論、對話以及教學觀摩等方式，有助於改善自身的教學實務與學生的課室學習品質（Matsumura & Steinberg, 2002）；另外亦有許多研究發現：教師參與課程發展與教學設計確實有助於促進自身教學專業的成長（Kosunen, 1994; Bell & Gilbert, 1996）。因此，研究者結合這二個促進教師專業發展的管道，嘗試透過一個「數學教學成長團體」的運作，藉由引導參與教師發展數學教學模組的歷程，促進並探究小學教師數學教學專業的成長。期盼透過此一研究之實作歷程與反思，一方面能探究數學師資教育的重要內涵與適切途徑，另一方面則能在認知與情意方面提供小學教師有關數學教學設計的實質支援，並供師資培育機構參考，以落實九年一貫課程目標，此乃本研究之主要目的。

貳、文獻探討與理論基礎

由於本研究主要在探究小學教師數學教學專業的成長。研究者係透過一個「數學教學成長團體」的經營，作為探究教師數學教學專業成長的研究情境。以下將分別從三個層面說明本研究設計與資料分析之理論依據：一、從相關研究歸納「數學教學成長團體」存在之合理性及其活動選擇的適當性；二、採「符合建構主義理念的學習策略」規劃「數學教學成長團體」的學習情境與進行流程；三、以「數學教學專業內涵」的探討勾勒「數學教學成長團體」專業成長向度之分析架構。

一、從相關研究歸納「數學教學成長團體」存在之合理性及其活動選擇的適當性

英國曼徹斯特市在 1981 年，為了改善當時被考試所主導的中學課程，因此進行了 ACS 計畫，藉以提供所有學習者一個體驗成功的機會（Cockett, 1986）。研究中發現：在進行教學活動過程中，一些小組會議是必要的，以便教師能提出問題尋求協助。另外，Cockett 亦指出在課程規畫、施行期間，將教師組成教師團隊，有助於提升教師的歸屬感，也較能保證成功施行所設計的課程。

Engestrom（1994）認為一些探討教師思維的研究，大都視教師為個別的思考者，而忽略了教師是合作的思考者的想法。他因而提出了一個不同的分析架構，基於文化-歷史活動理論來進行分析，把思維視為是融於不斷衍生及改變之客體導向（object-oriented）的集體活動之中。這對於重視教師團隊的教育現況而言，是頗為適切的研究取向。

Matsumura 和 Steinberg 曾在 2002 年利用一個名為“Critical Friends Group”（簡稱 CFG）的研究，探討如何透過一種合作式的專業發展情境改善教師的課室教學與學生學習的品質。研究人員藉由至中、小學組織“CFG”的方式，為教師們營造一個共同合作的專業發展情境，透過對教學問題的討論與對話，以及教學觀摩等方式，引導教師們從中自省，並提供相關資源與支持，以協助教師改善教學實務。研究結果指出多數參與教師皆對此類團體的組成持肯定的態度，且均認為來自團體成員的回饋確實有助於改善自身的教學實務與學生的課室學習品質（Matsumura & Steinberg, 2002）。

林碧珍（1999, 2000）曾透過成長團體

的運作，進行一系列的協同行動研究，以促進在職教師數學教學專業的發展。結果顯示教師在參加成長團體後，對數學課程有更深的認知、也更了解學生的學習特性，且提升了教師的省思能力、與對學生學習的敏感性。研究顯示如此的運作模式對於小學教師的數學教學專業的培養確實有所助益。

鍾靜亦曾以成長團體及工作坊等形式進行以學校為本位的教師專業成長之探究。研究發現此種以「數學教學」為討論核心的深度對談（discourse）確實有助於促進小學教師數學教學專業的發展（Chung, 2000）。

事實上周筱亭（2004）在提出有效的在職教師進修原則時即呼籲：長期而持續的成長團體不但有助於教師獲得數學教學知識及對兒童數學知識的認知，還能促進教師對數學或數學教學的信念及態度的改變。

此外，許多研究皆顯示教師參與課程發展與教學設計有助於促成自身教學專業的成長，例如：Hannay 和 Seller（1990）由檢視教師參與學校本位課程發展與設計的過程，來探討教師的思維過程與其行動的關係。在此一合作式研究中，Hannay 和 Seller 以參與觀察者的身分，由自然探究法來收集包括現場紀錄、錄音帶轉錄資料、開放式問題的晤談轉錄資料。基於分析資料的結果，他們認為發展與設計課程時教師們必須依自己的實務知識做決策，同時要互相分享想法，這讓教師們能夠脫離孤離的情境，而能夠對專業的事務進行合作反思。

Day（1990）以個案研究、文件分析、觀察、及晤談相關人員的方式來收集資料，評估英國 Lincolnshire 區五所學校的教師，在參與學校本位專業及課程發展計劃時的專業成長。Day 認為教師在評估、設計以及實施課程的過程中全程參與，是讓他們扮演著主動的及專家的角色，這對於協助教師發展其個人實務知識，是非常關鍵的，因為教師由此得以反省自己的思維及實務，再度檢視自己的信念及行動。而其他因素，如主動參與、所有參與者均有主控權、行政的配合及支援、同儕的支持與合作等，也都是不可或缺的成功要素。

Kosunen（1994）報導 1985 年起在芬蘭進行的學校本位課程行動研究中，參與的資深教師因而更了解課程的核心想法，且更頻繁的使用以學生為中心的教學方法。這些資深教師也變得偏好統整式及主題式的教學。Kosunen 認為有效的課程發展有賴於資深教師善用其實務知識，包括對實務的了解、對教學及課室經營的廣泛知識，以及反思。

而在 Bell 和 Gilbert（1994）經由累積多年的師資培育研究成果提出的一個有效促進教師發展（teacher development）的模式中則是建議：教師應嘗試新的教學活動並於課室中實踐，然後與同儕夥伴分享其實踐經驗，並透過討論與回饋修訂其教學活動，這樣的歷程有助於促進教師的專業發展（Bell & Gilbert, 1996）。

林碧珍（2003）曾透過一個跨校教師組成的數學專業成長團體，藉由教材分析、文獻閱讀、以及以統整課程設計的理念進行教材銜接的教學等方式來探討有效的教師學習策略。研究發現上述這些方式皆能有效地提升教師的數學專業知識。

郭重吉等人亦曾於民國 89 年起結合研究群與中、小學教師組成合作團隊，嘗試從九年一貫教學模組的發展促進中、小學數理教師的專業成長。歷時三年的研究結果顯示：陪伴中、小學數理教師設計與實踐教學模組的方式對於增進其數理教學的專業發展確實有顯著的成效（Guo & Chang, 2004）。而所謂的「教學模組」即是有著同一主題的一系列教學活動，若以「集合」的觀點言之，

「教學模組」就如同一個由許多教學活動（元素）所組成的有主題的「集合」，在此主題之下，教學者可視實際的教學狀況抽取部份「元素」形成一個新「子集」以進行教學，此乃本研究所稱「教學模組」之意涵（姚如芬, 2001）。

職是，基於將教師組成教師團隊，有助於提升教師的歸屬感，也有助於改善教師自身的教學實務與學生的課室學習品質，本研究乃以「**數學教學成長團體**」作為促進及探究教師數學教學專業成長的研究情境；而由於教師專業發展的經驗應以學生及其學習為核心，以促進學生之學習為依歸（Loucks-Horsley, Love, Stiles, Mundry, & Hewson, 1998），且有許多研究顯示教師參與課程發展與教學設計確實有助於促進自身教學專業的成長，於是本研究遂採用**發展數學教學模組**做為「數學教學成長團體」的主要活動，以及以**模組設計與修訂**做為「數學教學成長團體」討論的情境脈絡。期盼透過此一情境的建構與運作，探尋數學師資教育的可行途徑，並帶動小學教師之數學教學專業的成長。

二、採「符合建構主義理念的學習策略」規劃「數學教學成長團體」的學習情境與進行流程

許多有關師資培育的研究皆倡導「教師即學習者」（teacher as learner）的理念（Bell & Gilbert, 1996; Bransford, Brown, & Cocking, 1999）。事實上，「教師的學習」（teacher learning）乃教育改革之根基（Anderson, 2001）。

從社會建構的觀點來看「學習」－學習的特色乃是先經由團體的互動對「意義」做出協議，進而對集體協議後的「意義」及「模範」作出個人主觀的重新建構（Wheatley, 1991）。此論述強調了社會因素在建構意義的過程中所扮演的重要角色，也點出了學習乃概念之重新建構的觀點。

因著「學習乃概念改變」的立場，Driver 和 Oldham（1986）曾發展出一套符合「建構主義」理念的教學順序，包括：確定探討的方向、引出學生的想法、學生想法的重組、新的想法之應用、與回顧想法的改變等五階段來幫助學生重新建構概念－亦即學習；Osborne 和 Wittrock（1985）則是根據生成學習模型（Generative Learning Model）發展出一套有助於學習者概念改變的教學流程，包括：「準備—聚焦—挑戰—應用」四個階段（轉引自郭重吉, 1992）。

研究者曾參考並綜合此二個教學模式，將職前教師學習數學教學的情境規劃為預備階段、鷹架階段、應用階段與回顧階段等四階段（姚如芬、郭重吉和柳賢, 1999），為職前教師營造一個符合建構主義理念的學習歷程，讓職前教師在此學習情境中，主動建構、統整其關於數學教學的想法，並反省之。而研究結果顯示出這樣的歷程確實有助於職前教師之數學教學專業的發展；惟若能在過程中多增加職前教師的經驗交流與心得分享的機會，將更有助於拓展其學習教數學的廣度。

由於研究者是將全體參與成員視為「學習者」，因此是以協助成員「學習教數學」的角度來經營成長團體，研究者認為引導成員學習的歷程或方式可有共通之處，不因職前或在職而有所區隔，但在內容上則可視在職教師的需求而有所變通，因此，從「**教師即學習者**」（**teacher as learner**）的立場出發，本研究在為「數學教學成長團體」佈置一個合宜的學習與成長情境時，除參酌上述有關職前教師培育的四個階段（預備階段、鷹架階段、應用階段與回顧階段）外，遂將「分享」亦視為一重要階段，將之融入於原有的實施流程中，而修訂為以「預備期→基

礎期→實作與分享期→統整期」（姚如芬, 2003）為「數學教學成長團體」的學習情境與主要的進行流程，期能兼顧參與成員專業成長各層面的深度與廣度。如此安排的理由，除因有之前師資培育的實證基礎外，以社會建構的學習觀點而言，在社會情境中透過與不同經驗的他人之互動，更有助於發揮學習者的潛能、提升其學習成效，此觀點服膺了 Vygotsky（1978）的近側發展區（zone of proximal development, 簡稱 ZPD）之論調。

基本上，研究者這樣的規劃與 Loucks-Horsley 等人（1998）所提出的模式是不謀而合的。Loucks-Horsley 等人曾針對有效促進數學教師專業發展提出一個可行的培育模式，此模式包含：設定目標、規劃、執行與反省四個階段，其內涵可分別對應研究者提出的預備期、基礎期、實作與分享期、與統整期四個時期。在本研究中，所謂「預備期」係指研究者的事前準備階段，包括相關文獻的探討、以及「數學教學成長團體」的運作規劃與成員的尋求等；而「基礎期」主要是指「數學教學成長團體」成立初期，由研究者提供成員有關九年一貫課設計實例與分享實務經驗等，以奠定參與教師進行數學教學設計之基礎；至於「實作與分享期」的主要活動則是由「數學教學成長團體」成員開發數學教學模組、並於聚會時分享與討論；最後的「統整期」乃是透過再次精緻模組的歷程以及對整段實作歷程的回顧，引導所有研究參與者反省並統整自身的數學教學活動設計知能。

三、以「數學教學專業內涵」的探討勾勒「數學教學成長團體」專業成長向度之分析架構

Fennema 和 Franke 曾於 1992 年提出數學教師的數學教學知識（knowledge of mathematics teaching）之研究模型（如圖 1 所示），此模式顯示，在每一個特定的教學情境中，教師的數學知識（knowledge of mathematics）、教學知識（pedagogical knowledge）、學習者數學認知的知識（knowledge of learners' cognitions in mathematics）彼此間，會和數學教師的信念產生互動作用，且經過統整融合後，生成與其特定教學情境相關的數學教師的整體專業教學知識（context spe-

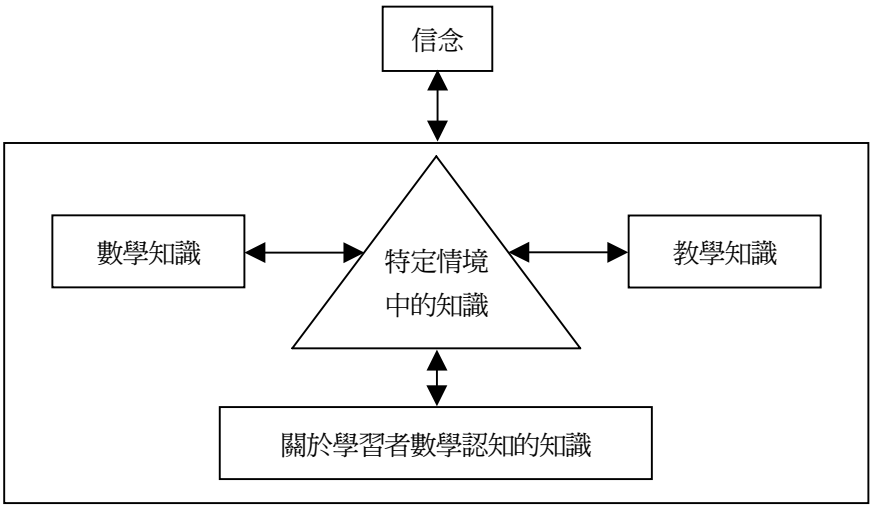

圖 1：在情境中發展的教師知識（Fennema & Franke, 1992）

cific knowledge），即圖 1 中的三角形部分。

關於 Fennema 和 Franke 對數學教師的知識成份（components）之見解與 Shulman（1986）對於教師的知識內涵之看法其實是相呼應的。Shulman 指出教師的知識可分成三大類：

(1)學科內容知識（content knowledge, 簡稱 CK）包括教師本身具備的特定領域之學科專業知識，及對此知識體系的了解。

(2)一般教學知識（pedagogical knowledge, 簡稱 PK）包括教學技巧、原理、策略，對學生學習的了解等。

(3)學科教學知識（即 PCK）包括教師能用最有效的形式、最有力的類比、例證、解釋及證明來表徵其所要教的學科內容之知識，以促進學生的理解。

其後，Shulman（1987）依此架構將教師知識再細分為七類，分別為：學科知識（content knowledge）、一般教學知識（general pedagogical knowledge）、課程知識（curriculum knowledge）、學科教學知識（pedagogical-content knowledge）、對學習者特質的認知（knowledge of the characteristics of the learners）、對教育情境的認知（knowledge of educational contexts）、以及對教育目標與價值等的認知（knowledge of educational goals and values）。

Cochran, DeRuiter 和 King（1993）則基於教學的動態性及連續性本質提出對 Shulman 之 PCK 的修改模式，即所謂的 PCKg 模式，強調教師的知識應包含下列四個成份：學科知識、教學知識、對學生的理解（如學生的學習能力、先備知識、學習態度、學習動機、學習風格、認知發展層次等）之知識，以及對環境的認識（如社會、政策、文化等層面）之知識，此四成份在師資養成教育中應一起發展，雖有快慢之分，但絕非獨立分項。

因本研究關注的學科領域是「數學」，且是以教師的數學課室教學為主要的探究情境，因此研究者採用 Shulman（1986, 1987）與 Cochran 等人（1993）的綜合性觀點，將本研究中所欲探究的教師之數學教學專業內涵界定為**數學知識**（包括數學專業知識與對此知識體系的了解、以及數學與生活或其他領域的連結與應用之認識）、**數學課程知識**（係指對數學課程的目標、精神與內涵的認識與理解、以及對於數學課程中教材地位之關聯性的了解）、**對數學教學的認知**（包括教師對數學教學的主張以及能用各種有效的形式來表徵其所要教的學科內容之知識）、**對學生學習數學的理解**（係指對學生學習數學的認識與看法等）、以及**對教學環境的認識**（係指對教育情境的認知，包括對數學教學資源的覺知與應用）等成份；研究者將根據這些項目，作為分析、歸類「數學教學成長團體」成員之數學教學專業發展的參考依據，並探究在「數學教學成長團體」的運作下，參與成員各項數學教學專業內涵的變化情形。

參、研究設計

一、研究類型、研究情境與參與者

本研究屬於**個案研究**。研究者嘗試以一個「數學教學成長團體」為一社會單位（**social unit**, 郭生玉, 1990），透過此「數學教學成長團體」的經營，採用多種方法蒐集資料，深入縝密地探究與描述「成長團體」的整體性成長「趨勢」，期能為國內數學師資培育研究提供一個具體的本土性實例。由於「數學教學成長團體」的運作歷程乃本研究主要的探究情境，以下茲就其組成與運作等內涵說明如下：

(一)「數學教學成長團體」是由研究者、以及對數學教學活動設計有興趣而自願參加之小學現職教師六名（任教學校位於彰、嘉、南地區）與碩士班研究生四名（其中三名曾有半年至一年的小學代課經驗）組成的團隊，此十名參與成員（不含研究者）之大學就學背景皆為數學或數理教育方面的科系。

(二)採「預備期→基礎期→實作與分享期→統整期」為「數學教學成長團體」的經營架構與主要的進行流程。

(三)用發展數學教學模組為「數學教學成長團體」的主要活動。

(四)以模組設計與修訂為「數學教學成長團體」討論的情境脈絡。

(五)以促進每位成員的數學教學專業成長為「數學教學成長團體」運作的最終目標。

而由於**發展數學教學模組**乃「數學教學成長團體」之主要活動，研究者於是配合成長團體的經營架構與運作流程，將引導團體成員發展數學教學模組的歷程分成「起、承、轉、合」四個段落，冀望透過此一實作歷程的浸潤，有助於促進成員數學教學設計專業的成長。以下針對「起、承、轉、合」之意涵逐一說明之：

(一)「**起**」：係指數學教學模組的發展源起。此段落由研究者主導，引導成員認識教學模組之意涵及相關的理論基礎，並鼓勵成員尋找設計主題。

(二)「**承**」：係指數學教學模組發展工作之接續。此段落以成員為主體，由成員自導，確認設計主題後蒐集相關資料，然後完成教學模組設計雛型。

(三)「**轉**」：係指數學教學模組的轉化與修訂。由研究者與成員共同參與，透過「數學教學成長團體」的運作，以每人創作之模組雛型為討論素材，分享並修訂模組雛型。

(四)「**合**」：綜合文獻探討、團體討論與自身的反省等，再次精緻化數學教學模組。

至於『「數學教學成長團體」的運作流程』與『研究者如何引導團體成員發展數學教學模組的歷程』的對應情形則如圖 2 所示。

整體而言，研究者對於研究情境（促進成員之專業成長的情境）的營造是採取「半結構環境」（**semi-structured environment**, Sullivan and Mousley, 2001）的立場，亦即，因著研究目的而使情境的營造有架構、有方向，但行進的過程中則是具彈性的，研究者雖採「預備期→基礎期→實作與分享期→統整期」為成長團體的學習情境、用發展數學教學模組為成長團體的主要活動，然而，團體成員究係欲如何發展教學模組、以及團體成員間會如何互動，研究者並不企圖依循一個固定的框架引導成員齊步前進，而是使其在情境中因著相互的激盪而自然發生，故而在研究設計上並未做過多的鋪陳。

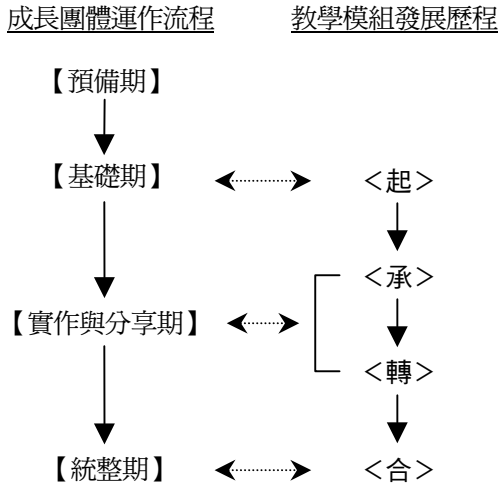

圖 2：成長團體運作流程與模組發展對照圖

二、研究流程

本研究配合「數學教學成長團體」的運作，主要分四階段進行，分別為：第一階段「預備期」、第二階段「基礎期」、第三階段「實作與分享期」、與第四階段「統整期」。各階段之進行時間與細目如表 1 所示：

三、資料蒐集與分析

由於本研究關注的焦點為教師數學教學專業成長之探究，因此，在研究過程中蒐集資料的主要管道有下列六項：

(一)聚會觀察與聚會記錄：「數學教學成長團體」除在運作初期約每兩星期聚會一次，其後則是每星期聚會一次；聚會期間除進行觀察與錄音外，亦有簡要的聚會紀錄。

(二)聚會心得：「數學教學成長團體」成員於每次聚會後撰寫聚會心得，並透過 e-mail 與研究者分享。

(三)「教師成長調查問卷」（見附錄）：於研究結束前實施，引導成員對整個參與歷程作一回顧與統整。

(四)晤談：主要係針對成員數學教學設計的進展或相關問題等進行了解，在非聚會時間進行。

(五)數學教學模組設計作品：此些作品乃研究者理解與比對「數學教學成長團體」成員之數學教學專業表現的一項重要參考資料。

(六)國小學生的學習表現：透過教學模組的實施，研究者亦同時收集國小學生在認知與情意方面的學習表現，包括學習單、作業、評量與學習感受問卷等，以協助研究者從學生的角度理解與檢驗「數學教學成長團體」成員之數學教學專業的表現。

由上觀之，本研究蒐集的資料多屬質性資料，而由於團體成員之數學教學專業的成長乃本研究關注之焦點，因此研究者在資料分析初期先採用「分析歸納法」（analytic induction）：以文獻探討所得的數學教學專業

表 1：研究流程表

研究步驟	時期	時間	備註
探討相關文獻、規劃「數學教學成長團體」之運作	預備期	91 年 8 月起	持續在研究中進行
尋求研究參與者、成立「數學教學成長團體」		91 年 9 月~91 年 10 月	含小學在職教師與職前教師數名
「數學教學成長團體」正式運作	基礎期	91 年 10 月	
提供成員有關九年一貫課程數學學習領域的相關訊息（見備註）		91 年 10 月~92 年 1 月	含課程精神與內涵、教學實例與實務經驗分享
引導成員開發數學教學模組並於「數學教學成長團體」聚會時分享與討論	實作與分享期	92 年 10 月~92 年 5 月	由每位成員自行選擇有興趣之主題進行數學教學模組之開發
透過「數學教學成長團體」的討論與教師自身的反省，引導成員精緻化數學教學模組	統整期	92 年 5 月~92 年 7 月	
實施「教師成長調查問卷」		92 年 6 月	
撰寫研究報告		92 年 6 月~92 年 7 月	

註：研究過程中，隨時進行相關資料的蒐集與分析。

發展向度為參考架構進行資料分析，逐步歸納團體成員在各教學專業向度之表現，以形成初步的發現（黃瑞琴, 1994）；而為了避免資料蒐集的單一方法、單一來源、與單一觀察者所造成的偏見，研究者採用「三角校正法」（triangulation, Patton, 1990）做為進一步的資料分析依據，主要包括：方法的三角校正、資料來源的三角校正、與分析者的三角校正等三種形式。其中「方法的三角校正」係指研究者採用多種方法針對研究的初步發現做交互的比對，例如利用聚會時的觀察、以及問卷、並輔以訪談等方法來了解成員對數學教學認知的轉變；而「資料來源的三角校正」係指研究者透過不同來源的資料，從不同的時間點檢驗研究發現的一致性，例如利用成員每週的聚會心得、配合聚會時的討論原案等資料，了解團體的討論情境對成員的數學教學專業的影響；至於「分析者的三角校正」除有研究者與三位助理針對初步發現進行進一步的討論以達共識外，並將研究結果與成員討論以檢驗其詮釋上的客觀性。

四、增進研究「有效性」的措施

本研究採取下列幾項措施以增進研究的「有效性」（Guba & Lincoln, 1989）：(一)長期的參與（prolonged engagement）：研究者自民國 91 年 8 月至 92 年 7 月參與研究並投入現場與成員接觸以蒐集資料，共歷時十二個月的時間；(二)持續的觀察（persistent observation）：研究者在研究期間的每次聚會時，除進行實地觀察外，全程並輔以錄影及錄音，以利資料之蒐集與分析；(三)研究小組成員的檢證（member check）：此部份如同上述「分析者的三角校正」所述；(四)同儕的質詢（peer debriefing）：在此的「同儕」係指研究小組以外的成員（outsiders），包括數位科學教育學者以及一位不同領域的博士班研究生，由於他們並未投入現場，因此研究者可藉由與他們的討論中，釐清研究者的觀點以及對資料的詮釋。

肆、「數學教學成長團體」之生成與變化

經由觀察、晤談與相關文件（含會議記錄、聚會心得、調查問卷等）之分析，研究者發現一年來「數學教學成長團體」之成員在本身的「數學知識」、「數學課程知識」、「對學生學習數學的理解」、「對數學教學活動的設計」與「對數學教學資源的掌握」等方面有如下的成長與轉變：

一、經由數學教學設計的實作歷程以及「數學教學成長團體」的討論情境，成員的「數學知識」之縱深與廣度皆有所進展

此進展之主要起源有二：其一為來自於數學教學設計的實作歷程，包括成員本身的設計作品中所涵蓋的環環相扣的數學知識，以及這些知識與生活上的連結，甚至相關的數學史等，霙老師在研究階段後期所實施的「教師成長調查問卷」中自述：『閱讀文獻後，發現我們在小學所學幾何學以歐氏幾何為主，歐氏幾何主要是對各種平面圖形或立體圖形加以研究，假如這些圖形存在於固體上，則雖然改變其位置，其形狀與大小是不會改變的；歐氏幾何就是在研究這種形狀大小不變的圖形。除了歐氏幾何，還有射影幾何、拓樸幾何，和黎曼幾何…等，雖然以前是唸數理系的數學組，不過這些東西似乎離我很遠了。但經由這次模組的設計過程，讓我又拉回了一些記憶，改變了一些數學知識。』（卷 920625-霙）

而文老師在與研究者晤談的過程中亦回顧道：『因為我是設計者也是教學者，因此關於

統計圖表的相關知識，包括：統計圖表單元的基本概念(認識、報讀、繪製長條圖與折線圖)、統計圖表單元的內涵與外延知識(長條圖與折線圖的意義、規則與生活中相連結的題材等)，我都會要求自我務必徹底瞭解。...簡單的說在參加教師成長團體的討論以及歷經數學教學模組的設計過程之後，我認為我個人的最大改變在於：必須對縱向的數學知識有更深層的瞭解，橫向儘可能將數學與生活題材相連結，如此才能有助於設計好的教學活動幫助學童學習。』(晤 920630-文)

事實上，關於文老師統計圖表相關知識的增進也具體地反映在他經由理解與分析統計單元所包含的基本概念後，設計出相對應的評量工具來探究學生的學習迷思，並在期刊上撰文發表，與其他教師分享心得（楊志文, 2001)。

此外，明老師在期末的「教師成長調查問卷」中亦有以下這樣的說明：『在這一年的小團體討論及教學模組的設計以後，對自己的數學知識還是有些許的長進，尤其是針對自己所設計的模組----柱體與錐體。為了要瞭解其數學概念內涵，必須去找許多的資料，對其所包含的概念自己也都一一去分析，因此對其概念的定義有較深入的瞭解，並比較瞭解其中的關係。』(卷 920625-明)

因著這份理解，明老師解析國小有關「柱體與錐體」單元所涉及的數學概念，將之分為形體的辨認、形體的組成要素、垂直與平行關係、展開圖及透視圖等五類，並逐類發展學習活動與評量活動來協助及引導學生一步步地建構柱體與錐體的相關概念，因而有效地補救了學童在此單元的學習迷思（林木明, 2004)。

至於促成參與成員之「數學知識」有所進展的另一重要來源則是來自於成長團體的討論歷程－透過討論的情境，亦有助於增長成員相關的數學知識，因而擴展了成員之數學知識的廣度。誠如倩老師所言：『原本，對於數學知識只是比較瞭解四邊形、角、統計、小數等部分，在參加教師成長團體討論之後，藉由大家彼此分享設計成果，一問一答的討論過程中，使自己對於其他人所提出的圓、錐體、柱體、時間、因數與倍數、幾何七巧板、空間位置與方位等的數學概念能有更進一步的認識，也使自己原本對於一些概念的迷思，能夠加以修正、澄清。』(晤 920705-倩)

二、藉著數學教學設計的構思歷程，「數學教學成長團體」成員的「數學課程知識」由點狀的理解進展為線狀的連結；而透過團體的討論與交流，更使成員的「數學課程知識」再次擴展成較為全面的認識

由於成員在數學教學設計歷程中，對國民小學數學課程標準、教學指引以及相關資料的閱讀與探究，使其對於自己所選的數學主題在整個小學數學課程中的教材地位（含之前所需的先備知識以及與往後的學習有關的數學單元）有進一步的認識與理解，研究者將此種關於同一主題一系列數學教材的理解稱之為「線狀的連結」。以下先針對此部分摘述成員在期末問卷中的回應，以具體說明成員之「數學課程知識」由點狀理解進展為線狀連結的轉變：

例如，卿老師在設計「圓」教學模組時瞭解到：『這一年來我的確對小學的數學課程有了更深的認識，特別是自己設計的圓教學模組。以往，對於數學課程的認識只是片面的，也就說教到哪個年級就對那個年級的數學課程比較了解，而且了解也只侷限於教科書、教學指引和參考書的內容而已。現在，真的成長許多，為了要設計圓教學模組，我不但翻閱九年一貫數學領域的暫行綱要，一次又一次仔細研究總目標、領域目標、能力指標以及五個主題，也熟讀 82 年版

的數學課程標準，還去把各家版本有關圓教材逐一比較、了解。這樣的歷程，讓我對國小的數學課程有了更整體性的認知，了解改革時的背景、理念，總目標的精神為何？分段目標（或能力指標）的重點何在？同時，也培養出批判思考的敏銳力，能覺察出課程中何種的方式是較符合學生學習的。』（卷 920625-卿）

明老師則是在設計「柱體與錐體」教學模組時，發現自己：『以往教學時都把注意力集中在目前教學年級的部分，現在因為設計模組的需要，不但要去知道概念的來龍，也要知道概念的去脈，以自己所要設計的立體幾何來說，在以往教六年級時，大概只要知道六年級要教什麼而已，現在則要知道學生從一年級開始是如何引進概念，二年級教些什麼等等。而且因為課程跨過兩套課程標準，對兩套課程標準的比較也下了一番功夫。…』（卷 920625-明）

至於良老師亦在設計「空間」教學模組時，進一步對數學課程綱要中有關「空間」的內容提出了評析：『以空間教材的例子而言，以往總以為這是自然教材領域的東西，但在涉獵之後發現其實數學領域中，空間感的訓練其實是蠻多的…也是因為透過這教材設計之需要，我特別針對九年一貫版本以及過去的版本之綱要做一對照，又再發現其實內容波動很大，證明教材的確是要隨著時代趨勢在變的，不過領域內的空間教材部分之能力指標敘述方面仍稍嫌不足，因為就這兩三條的條文，要設計一系列的活動，說實在的是不太夠的，似乎仍未有完盡之感。』（卷 920625-良）

然而，由於「數學教學成長團體」每位成員所設計的數學主題均不相同，經由團體的討論與交流，於是亦對其他數學主題在小學數學課程中的教材地位有所認識，使其數學課程知識的結構有較為通盤與全面性的發展。例如，君老師在問卷中提到：『我覺得透過成長團體的討論，對於個人在數學課程的認識上有很大的幫助，因為團體中有很多都是在職老師，大家在一來一往的討論之下，可以有很多重新思考的機會，…』（卷 920625-君）

而明老師在其問卷中亦有相似的回應：『從別人的設計中，由於組員們的報告，也對其他相關的數學課程內涵有進一步的瞭解，例如經由瑜的報告，我比較清楚學生的時間發展概念，及國小的時間到底教些什麼，總之對教學的內容有一個比較統整的認知。』（卷 920625-明）

誠如下列霙老師在期末實施的「教師成長調查問卷」中所做的陳述，再次呼應了研究者所謂『「數學教學成長團體」成員的「數學課程知識」由點狀的理解，進展為線狀的連結，再擴展成較為全面的認識』這樣的論點：『在設計平面幾何模組活動時，閱讀一些資料後，才瞭解在小學階段，低年級是以觀察、複製實物的形體與表面，分辨幾何圖形的形狀特徵，認識簡單的幾何圖形，再利用圖形板與各種積木拼排圖形為主；中年級以製作活動，瞭解各種形狀的構成要素及其間的關係，並能使用簡單的畫圖工具為主；高年級則透過操作與觀察，以瞭解圖形間的關係，並能做簡單的應用為主。而且，因為成長團體的每位組員所設計的模組之數學內容不同，所以經由討論及模組的設計過程，都讓我對小學數學課程有更深一層的認識。』（卷 920625-霙）

三、經由相關文獻的探討、數學教學設計的實踐、教學視野的轉變、與學生密切的互動、以及「數學教學成長團體」的討論與分享，成員「對學生學習數學的理解」產生了質變與量變

綜合觀察、晤談與相關文件之分析，研究者發現「數學教學成長團體」成員經由相關文獻的探討（特別是迷思概念的研究報告）、以及透過模組在課室中的實作歷程，

其對學生學習數學的理解有了不同的轉變，研究者以『經驗認知→設計實作→理解學習』來描述「數學教學成長團體」的成員對於學生數學學習的理解歷程。亦即，許多成員先是由自己過去的經驗來認知學生的數學學習情形，進而選擇數學教學設計主題，而經由設計與課室實作的歷程，對學生的數學學習產生更深層的理解，研究者將此類不同於以往的看見稱之為「對學生學習數學的理解之質變」。

例如：從『由自己的數學學習經驗臆測學生的數學學習情形』轉變為『嘗試由學生的角度去了解學生的學習困難』:『在未參加教師成長團體之前，我自覺能知道學生對哪些「數學題型」充滿學習困難？例如分數、速率、時間，所以，我會使用過去求學時代自己理解之後的算法，來教導學生學習，不斷出現類似題目，直至會了為止。在參加教師成長團體之後的這一年，我覺得更能以學生的角度去看待他們的學習，以前是一眼就知道哪些「數學題型」會考倒哪些人？現在是知道那些「數學題型」中的哪些數學概念可能是學生無法理解的？』(卷 920625-卿)

以及從『將學生的數學學習視為一個個片段且獨立的單位』轉變為『將學生的數學學習視為一個環環相扣的整體』:『之前我一直認為『長條圖與折線圖』對於學童的數學學習可以成為獨立的數學單元，然而在模組預試的階段，我就發現我錯了!其實統計圖表單元並不能獨立於外，例如：有位數學成就較低的學生，在『長條圖與折線圖的報讀』都能非常正確且迅速回答，但是透過報讀進階在『長條圖與折線圖的計算』上，學童始終無法正確作答，原因來自於對數學加減運算有障礙。』(晤 920630-文)等等。

這些轉變，有的是來自於相關文獻的閱讀，就像卿老師所言：『我覺得像范氏夫妻的五階段幾何思考層次這樣的認知，能幫助我們從事幾何教學時，了解到孩子的幾何思考是具階段性，依據不同的年齡與認知程度，有不同的幾何課程的教材，不至於揠苗助長。這樣的轉變歷程，讓教學的我，能用更謙卑、更廣大的心，來探究小學中數、量、形的數學知識，也影響了我對學生數學學習的看法，使我更能以認知發展的角度去衡量學生的學習問題。』(晤 920705-卿)還有霙老師也提到：『Piaget & Inhelder（1967）的研究指出兒童幾何思考的發展，是先理解拓樸性質，再理解射影幾何與歐氏幾何的性質。拓樸幾何學階段（約 3 歲半~4 歲）的兒童尚缺乏圖形的可逆性及保留性，只能注意到圖形的內或外，及封閉的曲線而已，而忽略其正確的形狀。射影幾何學階段（約 4 歲~7、8 歲）的兒童，漸漸能同時協調不同向度的觀點而構成系統，同時，歐氏幾何學（約 5 歲~）的概念也開始建構，Piaget 認為二者是交互依序的。由上述可知，學生學習數學是有階段性的。所以，在閱讀了相關文獻之後，增進了我對學生學習數學的理解。』(卷 920625-霙)

而有些轉變則是來自於數學教學設計的實踐：『自己在撰寫的過程中，想法有時真的很天真，因為直覺告訴我，學生一定是很喜歡用電腦上課的，至少我用電腦當媒介上過的課，學生一定反應熱烈，但反思其結果呢？何謂直覺？所謂的直覺能當證據嗎？偏偏理論與實際又是常常背道而馳的，就像我腦中所想的總是跟我寫出來之差距是那麼的遙遠。...以前在教學時，總認為學生不會是有欠訓練，只要稍加訓練便可，所以對於課堂上學生的錯誤多會直接予以回應，但現在我都不會直接說對與錯，都會先問學生為什麼會這樣想。所以也有許多學校老師會問我，怎麼我這班的學生特別喜歡舉手回答？！』(心 920423-良)

也有些轉變是來自於教學視野的改變－由僅是扮演「教學者」，擴展為加入了「研究者」的角色。透過「研究」的角度，於是對學生的學習有了不同的看見：『以設計長條

圖與折線圖模組為例，當我加入了研究的角度，在『紙筆試卷的前測』中，我發現了學生在學習長條圖與折線圖較常發生的一些錯誤現象，包括：繪製統計圖之易犯錯誤類型、分類的錯誤等…』（卷 920625-文）

此外，透過與學生的密切互動，也有助於成員改變了「對學生學習數學的理解」:『以我自己所設計的「因數」模組來說，一開始我單純的認為學童若能把一個數完全窮盡出來就算了解什麼是因數了，可是等真的閱讀文獻後才發現，在它的背後其實是一連串的數學知識所構成的，以前我知道怎麼算因數，但卻沒發現它就是利用乘法和除法的觀念而衍生的概念，特別是在和學童接觸與晤談後，我才知道「窮盡」對國小學童來說，原來還需要這麼多的先備知識，真是一點都不簡單。』（卷 920625-惠）

另外，藉由「數學教學成長團體」討論與分享的歷程，成員們也對其他人設計的數學主題有所涉略，因此間接了解了學生在其他數學單元的學習情形，豐富了他們對於學生學習數學的理解，此乃研究者所謂的「量變」。以下是來自於成員平日的聚會心得與期末的回顧，研究者引述部分內容來說明所謂「對學生學習數學的理解之量變」:『…；透過在職老師的經驗分享，讓我找到學生錯誤現象背後的可能原因，例如：對繪製圖表時需要教師多叮嚀才能降低錯誤率、在長條圖中多數學生對於變項具有獨立性原則並不瞭解，因此長條圖都會畫在一起成為直方圖等。…總之，在模組設計的過程中，經由教師成長團體的討論實質上給予我很多寶貴的教學經驗，讓我對學生在長條圖與折線圖的數學學習表現，不僅知道學生常犯什麼錯誤，更清楚如何幫助他們糾正錯誤…。』（晤 920630-文）

此外，倩老師在訪談中也提到：『設計數學教學模組的過程中，需先透過一些過去的文獻去瞭解學生在此概念會有的表現及其迷思概念，在教師成長團體中，當每位老師將所閱讀的文獻作報告時，我們也因此可以增進一些對學生學習數學的理解，例如：學生統計方面的學習情形、小數方面的學習情形、因數與倍數的學習情形及空間及方位的學習情形…等，都有多一點點的認識。』（晤 920705-倩）

而君老師亦有相同的回應：『經過多次的分享與討論，我對於學生在因數倍數、圖形與空間、圓、幾何圖形、小數、統計等數學教材的學習情形都有了更深入的了解，也知道以後教到這些單元時應該要注意哪些細節。』（晤 920705-君）

四、透過參與「數學教學成長團體」的討論與對話所引發的自省，成員對於「數學教學活動的設計」有了新的看見

經由平日聚會時的討論、以及成員聚會後的心得分享，研究者發現參與成員透過彼此間的討論與對話（可能是聚會時或會後），對於數學教學活動的設計有了更深刻的體認，包括：提醒自己設計數學教學時應注意的事項、以及進行補救教學時須掌握的要點等等。以下的摘述，主要是來自成員們聚會後的省思札記，首先看到的是成員對自己設計教學活動的提醒：

『今天的小組聚會，除了對建良的分享有所收穫外，最大的收穫應該是姚老師提及對建良的建議，第一：目標一定要釐定清楚，設計教學模組前所設定的目標是什麼，每個單元或活動的目標是什麼，一定要很具體很清楚，讓人一看就知道你要達成的目標是什麼，目標清楚了，才能有良好的設計。第二：對象是誰，如何挑選產生一定要有一套方法，尤其是補救教學，最好先有診斷的部分，經一套程序才能確定對象，對象清楚了，教學的方法、程度及步驟才能作很好的規劃。第三：教學內容的步驟及程度要劃分清楚，由易而難、由簡而繁分階段設計實施，才能適應不同

程度的學生，這些是自己以後如要設計教學模組必須要特別注意的地方。』(心 911128-明)

『原本以為教學模組的設計，只要設計好某個數學概念相關系列的教學活動，應該就算是大功完成了！但經由大家的質疑 —「針對建良的教學模組提出一系列的問題，比如我的一天 —它的教學目標是什麼？每個活動的設計究竟依據的是符合哪一個目標？」—才發現目標的設計很重要。目標的訂定，是教材設計的依據的重要指標，不是想到麼就設計什麼。而且教學目標的設計要由易而難，配合學生的認知，採漸進式的建構；目標的設計也需要具體化和明確性。』(心 911128-卿)

此外，透過團體的對話，也讓成員了解到補救教學應掌握的要點，惠老師在一次的團體討論後如是說：『從這次的討論中我學到將來在自己設計模組時，有幾點是自己要注意的：(1)教學過程中，佈題的重要性(由簡至繁)；(2)模組設計的過程中，補救的成分呈現在哪；(3)教師「教」了什麼；(4)最終，學生到底要學會什麼，這些細部的地方都要弄清楚。』(心 911114-惠)

而明顯地，經過再次的團體討論後，惠老師對於補救教學的內涵有了更清晰的見解：『經過這兩次的討論，讓我對「補救教學」的內容更清楚，進行補救教學前，有很多地方是我要仔細去思考的：(1)要補救的「對象」，如何去界定；(2)模組設計的概念和補救教學對象間的關係性；(3)「補救教學」的成分在哪裡？如何進行？(4)佈題的概念順序要由簡至深；(5)每個單元的銜接性。這牽扯到很多東西：教學法、課程設計、評量，每一層都是環環相扣。』(心 911128-惠)

事實上，從成員所設計的教學模組中，我們亦可窺見其在數學教學活動的鋪陳與處理上有了不同於自己以往教學的新手法，例如：

雲老師為了引導學童從分數的表徵轉化為對小數表徵的認識，於是設計了「雙面數」的教學活動，有效地協助學童在此二種不同表徵系統間的轉換，也因此更加認識小數的意涵（林麗雲和姚如芬, 2002）。

卿老師在為國小高年級學童進行「圓」單元之補救教學時，加入了許多具體操作的活動，促成了對於「圓」有迷思概念的學童發生概念改變，也進而建構了許多較抽象的「圓」相關概念，例如圓周率（侯雪卿和姚如芬, 2003）。

明老師則是嘗試利用自製的「撲克牌」教學來達成「柱體與錐體」單元中有關「能運用形體的組成要素做不同形體的分類」以及「能指出合於所給定性質的形體」兩項教學目標。由於教具新穎、教法生動有趣，頗能增強學生的學習動機，也提昇了學習成效（林木明, 2004）。

五、藉由數學教學設計的實作歷程以及「數學教學成長團體」的運作，有助於成員發現並累積更多豐富可用的數學教學資源

研究者發現，「數學教學成長團體」運作一年來，參與成員對於可用的數學教學資源有了許多新的發現，並在交流與分享中有了更多豐富的累積。此管道主要有二：其一是成員在設計數學教學模組時，由於相關資料的蒐集與閱讀，以致於發現更多可用的數學教學資源，包括網站、圖書、與研究報告等等，例如卿老師談到：『最主要是因為設計教學模組時需要尋找相關的文獻，來協助模組發展的資源。因此在這樣的過程中，也知道許多教學資源的來源。例如有關數學學習的網站：豆豆的家、數學樂園、數學加油站、亞卓市、國科會的網站等。或者是姚老師的研究室，裡面有許多有關數學教育的書籍包含博碩士論文、國科會的研究報告、82 年國民小學數學實驗課程一到十二

冊、國外數學教育書籍…等。』(卷 920625-卿)

另一重要管道乃是由「數學教學成長團體」內含的「人力」資源所衍生出的數學教學資源、研究資源與情感上的支持，如霎老師說的：『我想，「人」是最大的資源吧！在參加教師成長團體的討論以及數學教學模組的設計過程中，每每在一次的聚會討論或報告回饋後，總會讓我有了新的靈感或啟發。』(卷 920625-霎)

其中，「數學教學資源」包括教學經驗的分享、參考資料的提供、教學設計的靈感、教具、評量與學習單的交流、以及相關網站的介紹等；而「研究資源」係包括研究樣本的提供、研究設計或方法的討論、以及研究計畫或報告的撰寫經驗交流；至於「情感上的支持」則包括經驗傳承、合作與分享、以及互相打氣、互相鼓勵等。以下，首先呈現的是成長團體中**數學教學資源**分享的情形：

事實上，在成長團體中，許多成員都會不吝於將自己的**數學教學經驗**與其他成員分享，例如進行因數教學設計的惠老師因為之前沒有因數教學經驗，因此，君老師、卿老師與明老師皆曾在團體中分享他們的因數教學經驗，君老師說：『在過去的教學經驗中，學生對「因數」和「倍數」這兩個名詞的概念經常混淆，特別是在做「公因數」、「公倍數」、「最大公因數」和「最小公倍數」的計算時經常出錯，後來我讓學生輪流上台當老師，向同學介紹這些名詞的概念，並且讓學生佈題、設計教學活動，從活動中可以經由討論來尋找學生的迷失概念，或是由學生互相建構概念，效果還不錯。』(會 911212-君)

卿老師也說：『…在找因數時，最大的問題是小朋友會依賴九九乘法表，他會因為過度依賴九九乘法表而產生找因數的迷思概念。比如說 36，我們班的學生他會舉出 $4 \times 9 = 36$；$6 \times 6 = 36$，但是他找不出 $2 \times 18 = 36$，$3 \times 12 = 36$，因為 18 與 12 在九九乘法表中找不到。這是在進行因數教學時要注意的。』(會 920102-卿)

明老師亦做了如下的分享：『其實學生在(因數)這個單元，計算上大致都還可以，最大的問題乃是在解文字題上，最大的困難在語文的解釋而不是因數的知識，很多應用問題孩子不曉得算出來的結果何者代表人數和何者代表組數，這是在應用問題上常常會遇到的問題。』(會 920102-明)

其他數學教學資源如**教學參考資料**、**教具**、**網站**等，也是成長團體中常見的交流：『在參加這樣的成長團體之後，我所獲得的最大資源 ── 就是所有的伙伴。這群伙伴不但可以提供教學上的意見，還可以互通有無，交流一些參考資料、教學設計、教具、評量單或學習單、網站介紹，甚至訂做撲克牌等等，好多的資源可以運用和交流。大家都盡到了「好康鬧相報」的精神。』(卷 920625-君)

至於成長團體中有關參與成員的**研究資源**分享情形則摘述如下：

『其實，我覺得協助尋求資源最大的功臣應該是家族的成員，大家都會互通有無，若蒐集到每個人模組相關的資料，都會主動影印、或電子傳信給對方。我身邊許多有關圓的模組資料，很多都來自於其他成員的貢獻。』(卷 920625-卿)

『…，因為和明、卿、良或許是因為研究題目雷同，所以大家可以資源分享，我覺得很好，君、良也會告訴我一些跟我論文有關的相關書籍、文獻，感覺大家是在同一陣線上的，再加上在樣本選擇上時，明老師也是義不容辭的把他的學生借給我，這些都讓我感覺很窩心，嗯!讚！這種大家一起為研究努力的感覺真好。』(心 920402-惠)

『像良、君、卿他們都會提供我很多有關因數方面的資料，尤其是良，他把他們班上只要報告中有關因數的資料都印給我了，…。此外，每次在聚會時候，卿、明、文都會給我很多寶貴的意見，使得原本我疏忽的地方，都能被點出

來，...』（卷 920625-惠）

『聽了許多夥伴的報告後，收穫不僅是來自於研究能力的成長，資訊的蒐集也因為大家的互通感覺有事半功倍，或許這也是成長團體的另一潛在功效吧。』（心 920402-良）

另外，參與成員彼此間情感上的支持也是「數學教學成長團體」中的重要資源之一，就像卿老師在聚會心得中談到：『我越來越喜歡星期三的聚會了，在每一次的聚會中，除了知識的獲取，還有彼此夥伴情誼的增進！在知識的獲取上，我覺得自己慢慢體會何謂研究？研究要做什麼？研究對一位研究者的重要性是什麼？這種的成長，不僅是提升文章的撰寫能力而已，還啟蒙了批判、推理的思維能力，以及發展了口語的表達能力！在友誼的增進上，我覺得自己不是孤單的一個人，以前常聽他人說，研究家都是閉門造車的，在學術上有偉大的貢獻，卻沒有情感上的洗滌。但「我們」並沒有！因為，我們像「一家人」，常常會吐苦水、抱怨自己的痛苦，但也會互相勉勵、打氣，這樣的相處在無形中已成了彼此進行研究時重要的支撐力量。我們也像一群「合作學習」的團隊，充分發揮了資源分享的精神，將自己蒐集的資料，互相流傳、交換心得，節省一個人找資料所花的時間！』（心 929402-卿）

整體而言，研究者透過『「數學教學成長團體」的經營』，以『引導成員透過「起、承、轉、合」發展數學教學模組』為核心活動，經由『「預備期→基礎期→實作與分享期→統整期」的流程與架構』，並提供給成員『數學教學與研究的相關資源以及情感上的支持』，有效地促進了參與教師在各數學教學專業向度的成長。因此，綜合本研究的設計與相關結果的解析，研究者為此「數學教學成長團體」勾勒出一可行的運作模式，稱為「數學教學成長團體之運作模式」，如圖 3 所示。

伍、「數學教學成長團體」之困境與需求

綜合研究者一年來的觀察、相關文件（含聚會心得、聚會紀錄、與「教師成長問卷」調查結果等）的分析、以及晤談結果顯示，「數學教學成長團體」多數成員的主要困境乃是數學教學設計創意的不足。以下摘述參與成員在期末問卷上的回應以具體說明這樣的困境：

『...就是想不出比較能夠引起學生動機及有效的教學活動，對自己的創造力感到困擾。』（卷 920625-明）

『對我自己來說，我覺得在設計教學活動時最困難的地方是：「從無到有的過程」以及「內容的創意性」。...』（卷 920625-惠）

而回應上述提及的困境，成員們認為其所需要的協助應是團體的刺激以及更大量的閱讀或是納入學生的想法：

『因為自己本身的創造力實在是有點差，以致於設計教學活動時，總是無法想到較有趣、較生動活潑、較富創意的教學活動，這對我來說，真的是一大困難點，而對於此項困境，其實就是希望周遭的伙伴能夠提供一些建議，或者就是需要多看一些別人設計的教學活動，才可以刺激我腦袋瓜子的思考，這兩點就是需要協助的地方，而剩下的，就是要靠自己的多看、多聽、多想，才能設計出較滿意的教學活動。』（晤 920705-倩）

『...現在要設計模組時，苦思無路！我想這樣的困境只有自己才能協助自己跳脫，我有想過這樣的起因，有可能是書看太少了！也就是看了太少國外學者設計的教學活動，其實很多的創造需要的事前能量的蘊藏，而能量對我而言就是「多讀書」。』（晤 920705-卿）

『過去在設計學校本位數學教學模組時，我最常遭遇到的困境是：「部分活動設計目標不容易與學校本位題材結合」。例如：要收集連續性的

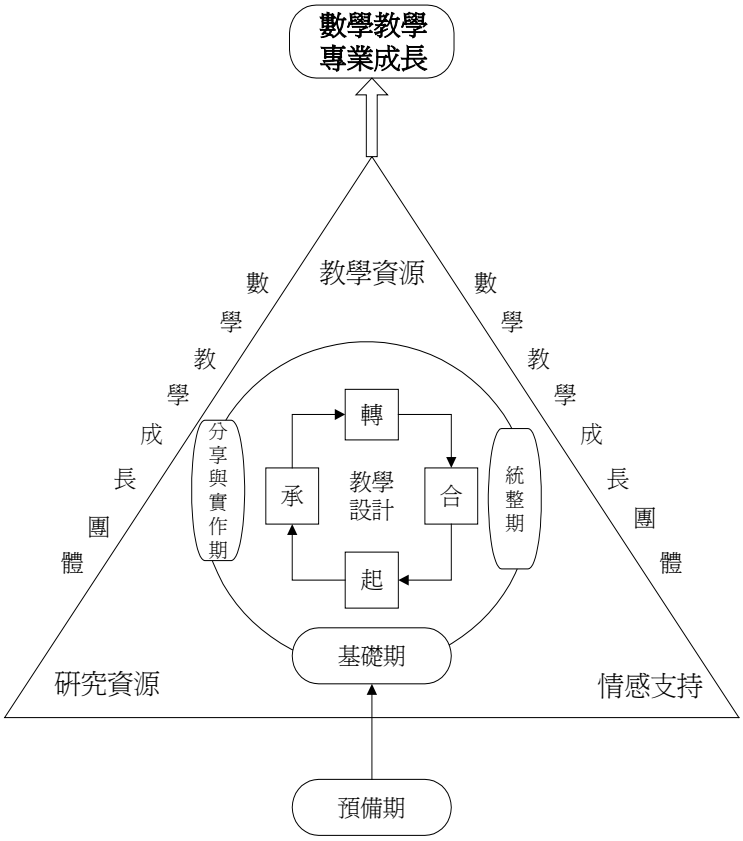

圖 3：「數學教學成長團體」運作模式圖

資料作為繪製折線圖的依據，想了很久都找不到適合的題材，然而透過多次與老師、同儕間的討論，才讓我找到解決之道(溫度的紀錄最適合，其他題材都有所缺點不易實施)，因此我認為建立專家支持系統能夠給予活動設計者本身很大的幫助；再者就是「設計什麼活動能夠讓學生感興趣」，這個瓶頸主要透過設計前詢問學生的喜好所得到的靈感，所以設計時容納學生的意見也是相當重要。』(晤 920630-文)

綜觀整個研究歷程中有關團體成員的困境與需求，由於參與成員多數反映自身數學教學設計創意的不足，以致於需要團體的刺激，因此，研究者反省到：在以「起、承、轉、合」四個段落引導參與成員發展數學教學模組時，有必要在「承」這個階段加注研究者的介入以及考慮以小組合作的方式進行數學教學模組的開發，取代研究者原先規劃：「以成員為主體，讓成員自行完成教學模組設計雛型」，也許更能適度地減緩參與成員的壓力與無力感。

陸、結論

「師資培育」的意涵在於幫助教師發展其專業的理解與技能，致使他們能維持並改善教學與學習的品質（Ruthven, 2001）。而在改革課程以改善學習品質的同時，「教師教育」已被認定是一項特別重要的因素，教師須隨課程改變他們所扮演的角色以及課室環境的營造，然而此與多數教師的學習經驗往

往有很大的不同，因此師資培育機構應致力適時提供一些課程或協助，以滿足教師的需求並支持教師順應課程的改革（Trafton, Reys, & Wasmsn, 2002）。

研究者秉持這樣的理念，在台灣推行九年一貫課程改革之際，因著教師之於課程角色的變化，於是透過一個「數學教學成長團體」的經營、藉由發展數學教學模組的歷程，促進並探究參與教師數學教學專業的成長。綜合各項研究發現，提出下列三項結論：

一、以互助合作為取向的數學師資培育方式是促進教師數學教學專業發展的有效途徑

所謂「互助合作取向的數學師資培育方式」係指為教師們營造一個共同合作的專業發展情境，透過對教學問題的討論與對話，以及教學觀摩等方式，引導教師們從中自省，並提供相關資源與支持。而此方式有助於改善教師的教學實務與學生的課室學習品質（林碧珍, 2000; 周筱亭, 2005; Matsumura & Steinberg, 2002; Jaworski, 2004）。事實上，綜合本研究的結果亦發現：「數學教學成長團體」的學習情境有助於擴充成員數學知識的廣度、且使其數學課程知識的結構較為全面性、以及讓其對於學生學習的理解產生量變、並有助於成員發現與累積更多豐富可用的教學資源。

二、以提昇數學學習品質為依歸的教學設計經驗是促進教師數學教學專業發展的重要內涵

本研究以發展教學模組作為促進教師專業成長的主要活動，即是呼應「教師專業發展應以促進學生學習為依歸」的觀點（Loucks-Horsley et al., 1998）。而從參與教師的成長及來自其學生方面的回饋，亦證實了：數學教學設計的實作歷程（含構思設計、蒐集資料、閱讀文獻、與課室實作等）有助於增進成員的數學知識之縱深與廣度、且幫助其數學課程知識由點狀的理解進展為線狀的連結、以及使其對於學生學習數學的理解產生質變、並有助於成員發現更多可用的教學資源、進而豐富其教學以及提昇學生的學習品質。

三、「數學教學支持系統」的建立有助於教師順應課程改革並促進其數學教學專業的發展

過去有若干研究結果顯示，不論是以單一學校為主體的支持系統（林碧珍, 2000; Chung, 2000）、或是由師資培育機構所提供的跨校際的支持系統（林碧珍, 2003; 郭重吉等, 2004），在課程改革之際，對於促進教師的專業成長皆能發揮良好的功效。而本研究亦發現：以成長團體的運作所形成的「數學教學支持系統」，能提供給團體成員有關數學教學與研究的資源交流以及情感上的支持，使得成員不論是在自身的數學知識與數學課程知識、或對學生學習數學的理解、以及對數學教學設計的看法等方面，皆有不同於以往的進展；且因著對數學課程有較深入的解析，使成員能隨課程調整其教學與評量以及改變課室環境的營造，致使數學課程的精神與目標能更加落實。

致　　謝

本研究蒙國科會經費補助（計畫編號：NSC 91-2520-S-415-001）以及「數學教學成長團體」全體成員的熱情參與，使研究得以順利完成，特此致謝。

參考文獻

1. 林木明（2004）：發展「立體幾何」教學模

組進行補救教學之研究 — 以國小六年級學童為例。嘉義：國立嘉義大學碩士論文（未出版）。

2. 林碧珍（1999）：**一個以學童數學認知為基礎的小學教師數學專業發展模式**。論文發表於八十八學年度師範學院教育學術論文發表會。台北。
3. 林碧珍（2000）：在職教師數學專業發展方案的協同行動研究。**新竹師院學報**, **13**, 115-147。
4. 林碧珍（2003）：**發展種子教師與教師之學生數學認知知識之研究**。國科會九十二年度數學教育專題研究計畫成果報告。計畫編號：NSC 92-2521-S-134-001。
5. 林麗雲和姚如芬（2002）：探討國小五年級學童小數迷失概念之研究。**科學教育研究與發展季刊**, **28**, 75-92。
6. 周筱亭（2005）：從數學課程實驗班教師的在職進修談起。2005 年 1 月 11 日，取自：http://content.edu.tw/primary/math/jmjh/math/s3high/s315.htm.
7. 姚如芬、郭重吉和柳賢（1999）：從教學研究實作中學習教學 — 以數學科職前教師為例。**科學教育**, **9**, 1-20。
8. 姚如芬（2001）：從學校本位教學模組之發展協助小學數學教師專業成長之研究。載於國立嘉義大學教育學院主編：**2001 年海峽兩岸小學教育—學術研討會論文集**（pp. 185-208）。高雄：復文。
9. 姚如芬（2003）：**小學職前教師數學教學設計能力之培育：一位師資培育者的行動與試探**。論文發表於「2003 年海峽兩岸小學教育學術研討會」。嘉義：國立嘉義大學教育學院。
10. 侯雪卿和姚如芬（2003）：**國小數學科「圓」教學模組之發展與實踐**。論文發表於九年一貫數學、自然與生活科技統整課程教學模組設計成果發表研習會。彰化。
11. 郭生玉（1990）：**心理與教育研究法**。中和：精華書局。
12. 郭重吉（1992）：從建構主義的觀點探討中小學數理教學的改進。**科學發展月刊**, **20**(5), 548-570。
13. 黃瑞琴（1994）：**質的教育研究方法**。台北：心理出版社。
14. 中華民國課程與教學學會（2000）：**學校本位課程發展：基本理念與實施策略**。學校本位課程發展手冊（1）。台北：教育部。
15. 楊志文（2001）：國小兒童繪製統計圖易犯之錯誤。**國教輔導**, **345**, 27-34。
16. 饒見維（1996）：**教師專業發展：理論與實務**。台北：五南。
17. 饒見維（1999）：九年一貫課程與教師專業發展之配套實施策略。載於中華民國教材研究發展學會主編：**九年一貫課程研討會論文集－邁向課程新紀元**（下）（pp. 305-323）。台北：中華民國教材研究發展學會。
18. Anderson, R. D. (2001). Professional development for science and mathematics teachers in a time of educational reform and new standards. Retrieved June 22, 2001, from http://www. enc. org/professional/research/journal/mathandscie104034-4034 01,00.shtm.
19. Bell, B., & Gilbert, J. (1994). Teacher development as personal, professional, and social development. *Teaching and Teacher Education*, *10*, *5*, 483-497.
20. Bell, B., & Gilbert, J. (1996). *Teacher Development — A Model from Science Education*. London: Falmer Press.
21. Bransford, J. D., Brown, A. L., & Cocking, R. R. (1999). *How people learn: brain, mind, experience, and school*. The national academy of science.

22. Chung, J. (2000). School-based teacher improvement as an effective support for mathematical curriculum reform. *Proceeding of National Science Council, Part D, 10*(2), 71-89.
23. Cochran, K. F., DeRuiter, J. A., & King, R. A. (1993). Pedagogical content knowing: An integrative model for teacher preparation. *Journal of Teacher Education, 44*(4), 263-272.
24. Cockett, M. (1986). The Alternative Curriculum Strategies Project. In D Hustler, A Cassidy, & E. C. Cuff (Eds.), *Action research in classrooms and schools* (pp. 183-186). London: Allen & Unwin.
25. Day, C. (1990). The development of teachers' personal practical knowledge through school-based curriculum development projects. In C. Day, M. Pope, & P. Denicolo (Eds.), *Insights into teachers' thinking and practice* (pp. 213-239). London: The Flamer Press.
26. Driver, R., & Oldham, V. (1986). A Constructivist Approach to Curriculum Development in Science. *Studies in Science Education*, *13*, 105-122.
27. Engestrom, Y. (1994). Teachers as collaborative thinkers: Activity-theoretical study of an innovative teacher team. In I. Carlgren, G. Handal, & S. Vaage (Eds.), *Teachers' minds and actions: Research on teachers' thinking and practice* (pp. 43-61). London: The Falmer Press.
28. Fennema, E., & Franke, M. U. (1992). Teachers' knowledge and its impact. In Grouws, D. A. (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 147-164). N Y: MacMillan.
29. Guba, E. G., & Lincoln, Y. S. (1989). *Fourth Generation Evaluation*. SAGE.
30. Guo, C. J., & Chang, H. P. (2004). Action research aiming at improving high science teachers' teaching proficiencies through the development of instructional modules. *International Journal of Science and Mathematics Education*. (Accepted).
31. Hannay, L., & Seller, W. (1990). The influence of teachers' thinking on curriculum development decisions. In C. Day, M. Pope, & P. Denicolo (Eds.), *Insights into teachers' thinking and practice* (pp. 240-258). London: The Flamer Press.
32. Jaworski, B. (2004). Grappling with complexity: co-learning in inquiry communities in mathematics teaching development. *Proceedings of the 28th conference of the international group for the psychology of mathematics education*, *I*, 17-36.
33. Kosunen. T. (1994). Making sense of the curriculum: Experienced teachers as curriculum makers and implementers. In I. Carlgren, G. Handal, & S. Vaage (Eds.), *Teachers' minds and actions: Research on teachers' thinking and practice* (pp. 247-259). London: The Flamer Press.
34. Krainer, K. (1994). A teacher in-service education course as a contribution to the improvement of professional practice in mathematics instruction. *Proceedings of the 18th international conference for the psychology of mathematics education*, *3*, 104-111.
35. Loucks-Horsley, S., Hewson, P. W., Love, N., & Stiles, K. E. (1998). *Designing professional development for teachers of science and mathematics*. Thousand Oaks, CA: Corwin Press, INC.
36. Matsumura, L. C., & Steinberg, J. R. (2002).

Collaborative, School-Based Professional Development Settings for Teachers: Implementation and Links to Improving the Quality of Classroom Practice and Student Learning. CSE Technical Report 568. The Regents of the University of California.

37. Patton, M. Q. (1990). *Qualitative evaluation and research methods.* Sage Publications, Inc.
38. Ruthven, K. (2001). Mathematics teaching, teacher education, and educational research: developing "practical theorizing" in initial teacher education. In F-L. Lin & T. J. Cooney (Eds.) *Making sense of mathematics teacher education* (pp. 165-183). Kluwer Academic Publishers.
39. Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *American Education Research Journal*, *15*(2), 4-14.
40. Shulman, L. S. (1987). Knoledge and teaching: Foundations of new reform. *Harvard Educational Review*, *57*, 1-22.
41. Sullivan, P., & Mousley, J. (2001). Thinking teaching: seeing mathematics teachers as active decision makers. In F-L. Lin & T. J. Cooney (Eds.) *Making sense of mathematics teacher education* (pp. 147-163). Kluwer Academic Publishers.
42. Trafton, P. R., Reys, B. J., & Wasmsn, D. G. (2002). Standards-based mathematics curriculum materials: a phrase in search of a definition. Phi Delta Kappan, online article.
43. Wheatley, G. H. (1991). Constructivist perspectives on science and mathematics learning. *Science Education, 75*(1), 9-21.
44. Vygotsky, V. (1978). *Mind in society*. Boston, MA: Harvard University Press.

附錄、「教師成長團體」調查問卷

各位親愛的伙伴：

1. 您認為什麼是「數學教學模組」？（請用自己的話說明）
2. 您認為在設計教學模組的活動時，應考量的面向為何？
3. 在參加教師成長團體的討論以及歷經數學教學模組的設計過程之後，您個人的數學知識有何改變？能否以實例具體說明。
4. 在參加教師成長團體的討論以及歷經數學教學模組的設計過程之後，是否有助於您個人對小學數學課程的認識？能否以實例具體說明。
5. 在參加教師成長團體的討論以及歷經數學教學模組的設計過程之後，是否有增進了您對學生學習數學的理解？能否以實例具體說明。
6. 在參加教師成長團體的討論以及歷經數學教學模組的設計過程之後，是否有助於您尋求教學資源？能否以實例具體說明。
7. 在您設計教學活動時，您會遭遇哪些困境以及需要哪些協助？
8. 您喜歡您自己設計的教學活動嗎？為什麼？
9. 您欣賞成長團體中的成員所設計的數學教學活動嗎？為什麼？
10. 請簡要敘述您在這個成長團體中所扮演的角色、擔負的責任及您和其他伙伴的關係。
11. 請說明您對這個教師成長團體的看法與建議。

Investigation of Elementary Teachers' Professional Development in Mathematics Instruction through A Community "MTGG"

Ru-Fen Yao
Graduate Institute of Mathematic Education, National Chia-Yi University

Abstract

The main purpose of this study was to enhance and investigate elementary teachers' professional development in mathematics teaching to tie in with the current educational reform in Taiwan. Through a community called "Mathematics Teaching Growth Group" (MTGG), the researcher provided elementary teachers with opportunities to share and discuss their mathematics teaching design. Various data were obtained through observations, interviews and the collection of relevant documents. From analyses of the data, it was noticed that teachers' changes took place in terms of their views about mathematics teaching, their understandings of the mathematics curriculum and of students' learning of mathematics, and the ways they made use of instructional resources. There was evidence indicating that the teachers' own conceptual understandings of mathematics concepts also increased. Finally, from thinking about and reflection on the process of enhancing and investigating participating teachers' professional development in mathematics instruction, the researcher developed a model about the operation of MTGG.

Key words: Elementary Teachers, Teachers' Change, Mathematics Instruction