科學教育學刊
2006, 第十四卷第四期, 467-491

Chinese Journal of Science Education
2006, 14(4), 467-491

結合可能發展區與鷹架之教學方案於原住民高職學生數學文字符號概念改變之研究

黃志賢
明志科技大學原住民教育中心

（投稿日期：民國 93 年 10 月 15 日，修訂日期：94 年 4 月 26 日，接受日期：94 年 6 月 6 日）

摘要：Vygotsky 提出的「可能發展區」概念，強調兒童在成人或有能力的同儕協助之下所展現的潛能，對於教學理論與實務具有重要的啟示。因此，本研究利用「可能發展區」、鷹架教學及原住民學生經驗可及的數學教學素材，發展數學文字符號概念的教學模式，並進行教學實驗。探究在同儕互動與合作學習的環境中，原住民學生的學習歷程及文字符號概念層次的改變。研究對象為 42 名高職一年級原住民男學生，其中阿美族 18 人、泰雅族 12 人、排灣族 5 人、布農族 7 人。研究結果發現：(1)不管是異質分組或同質分組，大部分原住民學生在文字符號概念的改變上，均有某種程度的提昇。對原住民學生而言，「可能發展區」內所發生的不僅是協助，更重要的是互動，透過互動，使學生的「可能發展區」得到刺激成長的機會；(2)原住民學生的合作學習過程中歷經「操作期」、「創造意義期」及「制度化期」，其中「創造意義期」在「可能發展區」的動態發展過程中扮演著承先啟後的關鍵角色。在創造意義的過程中，原住民學生的某些學習特性如「安於現狀」，尤需教師的適時介入，方能使學生的文字符號概念得以發展；(3)以「可能發展區」與鷹架教學為本所發展的「佈題 - 示範 - 分組討論 - 發表與辯證 - 概念獲取」可以做為原住民學生學習數學概念的教學模式。此模式中很重要的是「示範」。對原住民學生而言，「示範」不僅教導如何操作，更是使學生的活動回到學習活動的軌道，開啟思考之門。

關鍵詞：文字符號概念、可能發展區、合作學習、鷹架

壹、研究動機

數學是科學的基礎，數學教育也是一切科學教育的根基，其成敗亦影響國家整體科學的發展。數學對個人而言，亦極為重要，Sells（1976）即指出，數學已經被公認是一種「重要的過濾器」，因為數學學習的成敗與個人的潛能發揮、職業選擇與日常生活適應之關聯極為密切。許多教育學家（例如 Manning & Payne,

1995）為了不同背景的學生在差異與共同性之間的平衡持續奮鬥，給所有學生完全的教育機會，這不僅是公平正義的問題，也是牽涉到豐富個人教育經驗的問題。美國數學教師協會（National Council of Teachers of Mathematics, NCTM, 1997）解釋代數課程是上述教育機會中不可或缺的一個原因是：近年來，代數已經變成更高等教育的入門課程，特別是少數族群的學生，他們很早就遠離了代數而喪失對未來的一些選擇。而台灣原住民學生的代數學習情形，黃志賢（2000）以明志技術學院高工部八十九學年度474名入學考生為對象，探討原住民學生的數學基本能力，發現他們在 17 題的代數問題中，答對率僅有30.5%，其中答題狀況最差的是多項式的四則運算及解方程式；在數學文字題的解題行為方面，則發現大多數的原住民學生不會用代數方法解題、不會解方程式也不會處理有關 x 的運算（黃志賢, 2001）。顯示台灣的原住民學生在代數學習遇到極大的障礙。

一般人將原住民學生在認知發展的落後與數學學習上的低成就，歸因於他們「缺乏文化刺激」，這樣的想法隱含著文化的霸權思想，主流文化（漢文化）、學校文化才被認定是文化，而原住民的家庭、社區文化是較不被「認同」或視為文化？俄國認知發展心理學家 Vygotsky 認為社會與文化的內化是人類認知發展的主要因素，並特別強調社會互動的重要性。Bishop（1988）認為必須將數學當做一種文化知識來瞭解，就像是每個文化群體產生他們自己的語言、宗教信仰一樣，每個文化群體也會產生他們自己的數學。台灣的原住民族有其特殊且異於漢族的文化，然我國師資的培育、教材的編寫及課程的設計均以主流文化為考量主體，極少慮及原住民各族群與漢族的文化差異。因此，本研究考慮原住民學生的特殊文化背景，利用「可能發展區」（zone of proximal development, ZPD）、鷹架（scaffolding）教學及原住民學生經驗可及的數學教學素材，探究在教室互動與合作學習的環境中原住民學生文字符號概念層次的改變及影響的因素。

貳、研究目的與問題

本研究之目的在探討以「可能發展區」與鷹架教學為本的合作學習活動中，原住民學生經歷什麼樣的學習歷程，對文字符號概念層次的改變及對學習效果的看法與感受。基於上述研究目的，擬定下列研究問題做為本研究進行之指引：

1.原住民學生在小組合作學習活動中的歷程為何？
2.以「可能發展區」與鷹架教學為本的合作學習活動，對原住民學生文字符號概念學習的成效為何？
3.原住民學生於以「可能發展區」與鷹架教學為本的合作學習活動中的收獲與感受為何？

參、文獻探討

依據研究目的，以下就文化與數學、文字符號的概念及其相關研究及社會建構論等文獻進行探討。

一、文化與數學

過去傳統上，認為數學是獨立於文化因素與個人生活經驗之外的，近年來，這樣的想法受到相當的質疑，已有學者以人類學、社會學、心理學…等研究方法，探究文化、生活經驗對數學學習的影響，如 Restivo（1994）就認為數學本身就是一種文化活動。而國內關心原住

民教育的學者，因感於原住民學生的低學業成就而苦思對策，近來有部分學者嘗試從文化層面著手，探討原住民文化與數學學習之間的相關，如紀惠英（1998）從文化脈絡的觀點看數學學習，指出因文化差異而影響數學學習的現象已獲得證實。以數學圖形而言，潘宏明（1995）針對花蓮縣國民小學服務多年的原住民籍教師和校長所做有關原住民各族群幾何概念調查，結果顯示除阿美族外，泰雅族、太魯閣族及布農族均無三角形的概念；上述四族均有長方形、圓形但均無梯形的概念。相關研究也指出，各族原住民都缺乏嚴密的數理概念，計數的方法相當簡單，如泰雅族語裡只有加減法而沒有乘除法；而對於時間與距離的描述，不是「量化」而是偏向於定性的「質化」或「模糊化」（鈴木質, 1994; 潘宏明, 1995; 紀惠英和劉錫麒, 2000）。

近來有學者視課程為「文化脈絡中的社會過程（contextualized social process）」或師生互動所產生的「開展性建構過程（evolving construction）」，他們共同認為課程不是書面文件，而是教師與學生共同建構內容與意義的一連串活動與事件。同樣地，教學也不只是傳遞學習內容的管道，而是一種具有課程效果的社會脈絡。「文化」概念如何被聯結到教育中？其影響為何？是值得重視的問題（譚光鼎、劉美慧和游美惠, 2001）。就文化脈絡而言，原住民學生的背景文化是所謂的高脈絡文化特質，而課程設計者與大部分教導原住民學生的教師卻是出身也熟悉低脈絡文化特質者。因此，如果課程的設計者只能選擇一種模式去適應部分的學習者，就會忽略另一部分的學習者，導致其學習的遲緩，學習的遲緩就會被認為是學習不利，不利的結果重複出現，這種學生就會被貼上低學業成就的標籤。很不幸地，台灣的原住民學生長期以來就是屬於這類被貼上低學業成就標籤的一群。社會文化的觀點可以重新將人放在教育事業的中心點，使我們瞭解到數學知識是由人所創造出來的，由人來詮釋的。因此，人可以選擇數學知識及其呈現的方式。然其基本的原則是先從原住民的文化開始，在其中再注入數學的觀點，這樣不僅是傳承文化知識，也讓學生建構數學知識。

Bishop（1988）藉著分析各文化族群間與數學有關的知識、活動，發現有六種基本活動是每一個文化社群發展數學知識所必要的，分別是計數（counting）、定位（locating）、測量（measuring）、設計（designing）、遊戲（playing）、解說（explaining），數學像文化知識一樣，以相同的、有意識的方式從這個普遍的活動中發展而來。因此，Bishop 對於不同文化的數學教育的建議是 (1)使用上述六種基本活動當做架構，將能使從不同文化而來的數學想法有知覺地被介紹；(2)注意不同文化族群中，每一個數學活動的關聯強度，因為沒有任何文化族群會全部發展一樣程度的數學活動；(3)找出學生在數學活動中的相異性，學生數學背景的異質性會是教室中有力的助源；(4)不同的族群應予不同的活動和不同的評量。

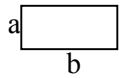
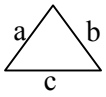
二、文字符號的概念及其相關研究

文字符號在代數學習上是一個基礎的概念，學習過程中，文字符號有多種不同的使用方式及特徵。近二十年來，國內外許多數學教育學者對文字符號概念的認知發展進行深入的研究，例如，在 NCTM（1989）的學校數學課程與評量標準中，強調文字符號的兩種功能：(1)文字符號代表一組有範圍的值，即一般化的數字型態，如 $5x + 3$；(2)使用文字符號代表未知數，如 $x - 8 = 15$ 中的 x，做為五到八年級的數學學習目標。Kuchemann（1978, 1981）則從 Collis（1975）解釋文字符號的方式，將文字符號的概念分類成六種不同的使用層次，各層次之特徵及示例整理

如表 1。

Kuchemann（1978, 1981）以英國 3000 名高中生為研究對象，利用上述層次探究學生對於文字符號的使用，研究結果發現大部分的學生在層次 2 及層次 3，只有極少數的學生在層次 5。郭汾派、林光賢和林福來等人（1989）根據修改自英國 CSMS 小組所設計的題目，對國中一、二、三年級的學生進行測驗，發現只有極少數的國一學生能夠將文字數當作變數或一般數來做運算。袁媛（1993）對國一 132 位學生進行文字數概念的發展測驗，依認知層次不同將學生分為具體運思前期、具體運思後期及形式運思期，結果發現不同認知層次的學生對文字數概念均有顯著的差別。但是，不論學生到達那一個認知層次，對文字數當作一般化數字、變

表 1：文字符號概念發展層次

層次	特徵	示例
層次一 文字符號的求值	藉由嘗試錯誤或具體運算的方式，直接求出文字符號所代表的數。	1. a＋5＝8，求a＝？ 2. 設m＝3n＋1，若n＝4，則m＝？
層次二 文字符號的忽略	指文字符號雖然出現在題目中，但在解題過程中可以不予考慮，只要比較兩個式子的異同。	1. 若a＋b＝43，則a＋b＋2＝？ 2. 若m＋n－246＝762，則m＋n－247＝？
層次三 文字符號當做物件	指的是文字符號為某一代表物的簡寫或標記，不需求出值即可做運算，如以h代表某一多邊形的一邊，而不是數字（邊長）。	1.求下列圖形的面積  2. 求下列圖形的周長 
層次四 文字符號當做是特定的未知數	指的是可以對文字符號直接運算。	1. n加4可以記成n＋4，請求出3n加4的結果:____ 2. 4乘以n可記成4n，請求出4乘以n＋5的結果:____
層次五 文字符號當做是一般數	指的是視文字符號代表一組數字而非單一數值。	1. 甲＋乙＋丙＝丙＋甲＋乙，上式 □一定成立 □一定不成立 □有時成立，有時不成立 2. L＋M＋N＝L＋P＋N，上式 □一定成立 □一定不成立 □有時成立，有時不成立
層次六 文字符號當做是變數	指的是視文字符號代表一未定的數值，文字符號的數值間存在著有系統的關係，達到此層次的學生，除了能發現某文字符號數值的改變是由於另一個文字符號數值的改變。	1. 設a＝b＋3，當b增加2時，a增加或減少多少？ 2. 設f＝3g＋1，當g增加2時，f增加或減少多少？

數均感到相當困難。

三、社會建構主義

社會建構主義中以 Vygotsky（1962, 1978）的社會文化歷史理論最受到教育研究者的重視，其理論強調個人知識的建構是在社會互動的情境中進行，心理工具（如語言）是人類進行溝通、學習的重要媒介。他從歷史、社會及文化的角度，分析人類心智功能的發生與發展，認為「在兒童的文化發展中，每一個功能都會出現兩次：首先，在社會的層次，接著在個人的層次；首先，在人與人之間（人際心理的（interpsychological）），接著是在兒童之內的（個體心理的（intropsychological））…人際間過程到個體內過程的轉化乃是長期一系列發展事件的結果…這些功能的向內轉化和控制這些功能的活動法則變化有關；然後，這些變化會被整合到一個擁有自己法則的新系統中」（Vygotsky, 1978, p. 57）。發展是個人與社會文化環境的互動中，透過符號系統的作用而達成的。換言之，高層次心理功能是內化的社會關係，存有社會互動的功能；心理功能的發展始於外在的社會活動，而終於個人的內在活動。由此觀點來看，對於兒童的認知發展，如單就個人內在層次的分析，僅能得知認知發展的成果，而無從得知兒童心智功能發展的歷程。因此，社會建構主義的觀點認為知識是認知主體主動參與建構而得，認知是個體和文化脈絡環境之間經由對等的、非因果的互動關係，不斷創造意義的社會過程（陳麗華和林陳涌, 2002）。

Vygotsky 從社會文化的角度，觀察認知和學習之發展，針對兒童與社會互動提出「可能發展區」的主張，主要是指「真正的發展水準與潛在發展水準之間的差距。真正的發展水準是決定於兒童獨立解決問題的能力；潛在的發展水準是指兒童在成人的指導下，或是在更有能力的同儕合作之下能夠解決問題的能力」（Vygotsky, 1978, p. 86）。Vygotsky 的觀點說明教師與學生互動之前，應先瞭解兒童的需求，從他們所具備的認知能力，做為引導社會互動的起點；與學生互動的對象應該是知識較為豐富或技巧較佳者，如親子互動、師長教導，或與能力較強的同儕的合作互動，因為他們在問題解決的表現較為成熟，透過這樣的社會互動，Vygotsky 認為學生不僅參與共同解決問題的過程，增長認知能力。同時，也經由參與而建構問題解決之語言表達能力。因此，就 Vygotsky 的觀點而言，良好而有效的教學，一定要把握學生的「可能發展區」；學生的「可能發展區」則需透過他人（成人、同儕）的協助而表現出來。在這個區域內，教師能給予學生充分地引導和參與實踐，就能讓學生有機會發展新的認知技巧。

「可能發展區」概念在教學上的應用，主要有「建構區（construction zone）」（Newman, Griffin 和 Cole, 1989）及「可能發展區的四個階段（four stages of the ZPD）」（Tharp 和 Gallimore, 1988, pp. 33-38）。二者對於「可能發展區」的詮釋，雖然對於成人或教師如何協助學生獨立表現的過程提出詳細的說明與解釋，但似乎較強調成人的引導，忽略了兒童的主動性。另一方面，兒童的「可能發展區」裡，別人所給予的協助，即稱為鷹架（scaffolding）作用。鷹架是一個隱喻，由 Wood、Bruner 和 Ross（1976）所提出，描述教師的理想角色。所謂鷹架教學是指在學習的過程中，最初由專家（如父母、教師）提供訊息給生手（如學生、兒童），當生手的能力逐漸增加時，專家的支持量就逐漸減少，直到學生具備了獨立解決問題的能力。依據鷹架教學的概念，教學是支持學生通過「可能發展區」的歷程，也就是由社會支持到自我支持的歷程。但是 Vygotsky 認為「兒童必須與能力較高的同儕合作，才能增

進認知發展」的看法，目前研究的結果仍然分歧。例如，Tudge（1990）探討不同的同儕互動與天平槓桿解決問題能力的發展，研究結果支持 Vygotsky 的觀點；而 Cannella（1993）研究同儕互動與空間認知能力發展的研究發現，33% 同能力配組兒童在認知能力上都有成長。因此，在同儕互動中影響認知成長的因素仍有待進一步探討。

肆、研究設計

一、研究對象

本研究以研究者所任教的高職一年級學生為研究對象，該班共 42 人，均為原住民男生。其中阿美族 18 人、泰雅族 12 人、排灣族 5 人、布農族 7 人。國中基本學力測驗數學成績介於 12 至 20 分之間。

二、研究步驟

(一)蒐集文獻及相關工具

蒐集有關合作學習、文字符號概念等之文獻及相關研究工具。

(二)編製研究工具

本研究之文字符號概念試題選自 CSMS（1981）的「代數」部分（附錄一）。CSMS 的研究方式是在施測後依據受試樣本的表現，算出任意兩試題間的齊性係數，參考此係數，將試題分成四個層次，若學生在某一個層次中可答對 2/3 以上（含 2/3）的題目，則視為通過此一層次。凡能通過較難層次的學生，也應能通過較簡單的層次，例外的情形（錯誤樣本）不能超過 7%。本研究對於層次的分類，係依據 Kuchemann（1978, 1981）解釋文字符號的方式，於施測前將試題分成六個層次，若要達到某一層次，則需答對該層次 4/5 以上（含 4/5）的題目。錯誤樣本的比例與 CSMS 研究相同，不能超過 7%。

(三)實施前測。

(四)發展教學素材

根據文獻探討，設計教學素材的過程中需注意的是，能將問題情境轉移給學生，且要蒐集學生在所要教導的概念內容所共同容易犯的錯誤類型，並探討發生這些錯誤的原因。因此，本研究依下列原則發展教學素材：

1. 將數學當作一種文化知識來瞭解（Bishop, 1988），利用測量活動來發展文字符號概念。
2. 為了使教學素材成為原住民學生經驗可及的知識內涵，設計問卷調查原住民學生及家長，瞭解原住民部落中所使用的測量方法，並將其融入教學素材。
3. 根據前測結果，掌握學生在處理文字符號時所遇到的困難、錯誤類型與「可能發展區」，依此設計教學活動以提供必要的鷹架，如表 2 所示。

(五)教學前階段

1. 進行學生分組：依文字符號概念發展前測結果進行分組，每組六人，共七組。其中二組為異質分組，其餘五組為同質分組。
2. 試行合作學習：正式教學之前，進行八節課的小組合作學習，同時錄音及錄影，使學生習慣小組合作學習模式及錄音、錄影的情境。

(六)教學流程

本研究所建構的教學模式係以「可能發展區」與鷹架教學為本的合作學習活動，首先介紹學習目標及小組合作學習活動內容，再來各小組在組長的帶領下，各有其角色任務，分別進行學習單的討論與互動。此時教師的角色是鼓勵並促進小組討論及解題，並觀察和記錄學生討論的情形與表現。小組討論進行約四十至五十分鐘，讓各小組代表向全班報告小組討論所得。最後由教師主持全班性的討論。在討論的過程中，同學之間與師生之間的對談與協

表 2：學生的學習困難與教案提供的鷹架

學生在前測所表現的學習困難	教學處置	提供的鷹架
學生看到“+”號的反應是必須做某些運算，就是要算出答案，想辦法合併或消去。例如，2a + 5b = 7ab；4 + 3n = 7n	“+”號不僅只有一種含意	問題 1 問題 3 問題 6
學生以為括號是可以省略的，也就是有無括號答案是一樣的。例如 5(x + 2) = 5x + 2；3a - (b + a) = 3a – b + a	括號不可省略，利用計算結果造成認知衝突	問題 8 問題 9 問題 5、6
學生做數學時，注重答案而非方法。例如，n 邊形的周長問題，學生會自行把邊數補滿再算周長，或隨便代一個數字進去。	應注意思考方法非答案	問題 2 問題 4 問題 6、7

商，提供很多的學習機會。教學活動共分兩個單元，第一單元「那裡有長度」兩節課，第二單元「弓箭有多長」六節課，共八節課。

(七)教學活動結束後兩周實施後測。

三、資料蒐集與分析

研究者考慮本研究之目的以及研究方法的合適性，採用質的分析輔以量的分析來進行研究，為求研究結果的客觀性，所以在資料的蒐集上採多元的方法。研究過程全程使用錄音機及錄影機進行紀錄（各組放置一部錄音機，全班使用兩部錄影機），資料蒐集包括前測、後測、學生學習的收獲與感受、教室觀察、田野筆記、教學素材、錄音帶及錄影帶等。資料分析部分，文字符號概念的發展方面，學生則需答對該層次 4/5 以上（含 4/5）的題目。錯誤樣本的比例與 CSMS 研究相同，不能超過 7%。並逐一審視每位學生的前、後測答題情形，以確認其文字符號概念的發展。概念層次改變的分析採用「麥氏考驗卡方檢定（McNemar's test）」檢定改變的顯著水準。

四、教學模式

本研究所建構的教學模式係以「可能發展區」與鷹架教學為本的合作學習活動，並參考 Baird, Fensham, Gunstone 和 White（1991）的數學教學模式、陳麗華和林陳涌（2002, pp. 147-160）情境模式的教學設計及根據研究者過去的原住民數學教學經驗所發展的，教學模式如圖 1 所示。在佈題階段，從學生的舊經驗為起點，進行有意義及生活化的探索活動。在此脈絡下，學生均能鬆開思路、發揮創意。不過，由於原住民學生的讀題能力不佳，為了詳細解說題意，請一位學生上台以示範的方式來闡釋題意，這對於原住民學生教學活動的進行非常重要。在分組討論階段，小組成員藉由互動、溝通而進行監控與調節的後設認知行為。教師（即研究者）的角色是介入者及觀察者。分組討論結束後進行全班的分享辯證，團體互動的主要原則是勇於發表、理性批判與自我調節。首先由小組提出討論結果，接受其他同學的質疑與批判。最後由教師統整各組的討論結果，使學生接受數學規約，進而將數學概念獲取（appropriation）（Rogoff, 1995）。

五、學習環境

本教學活動編織的主題是「以符號代表數」，選擇此一主題的根據是研究者對高一原住民學生的教學經驗，以及黃志賢（2000）的研究結果，即原住民學生對於國中代數課程的學習效果不佳，而「以符號代表數」是代數課程的基礎。另外，根據前測結果之分析，大

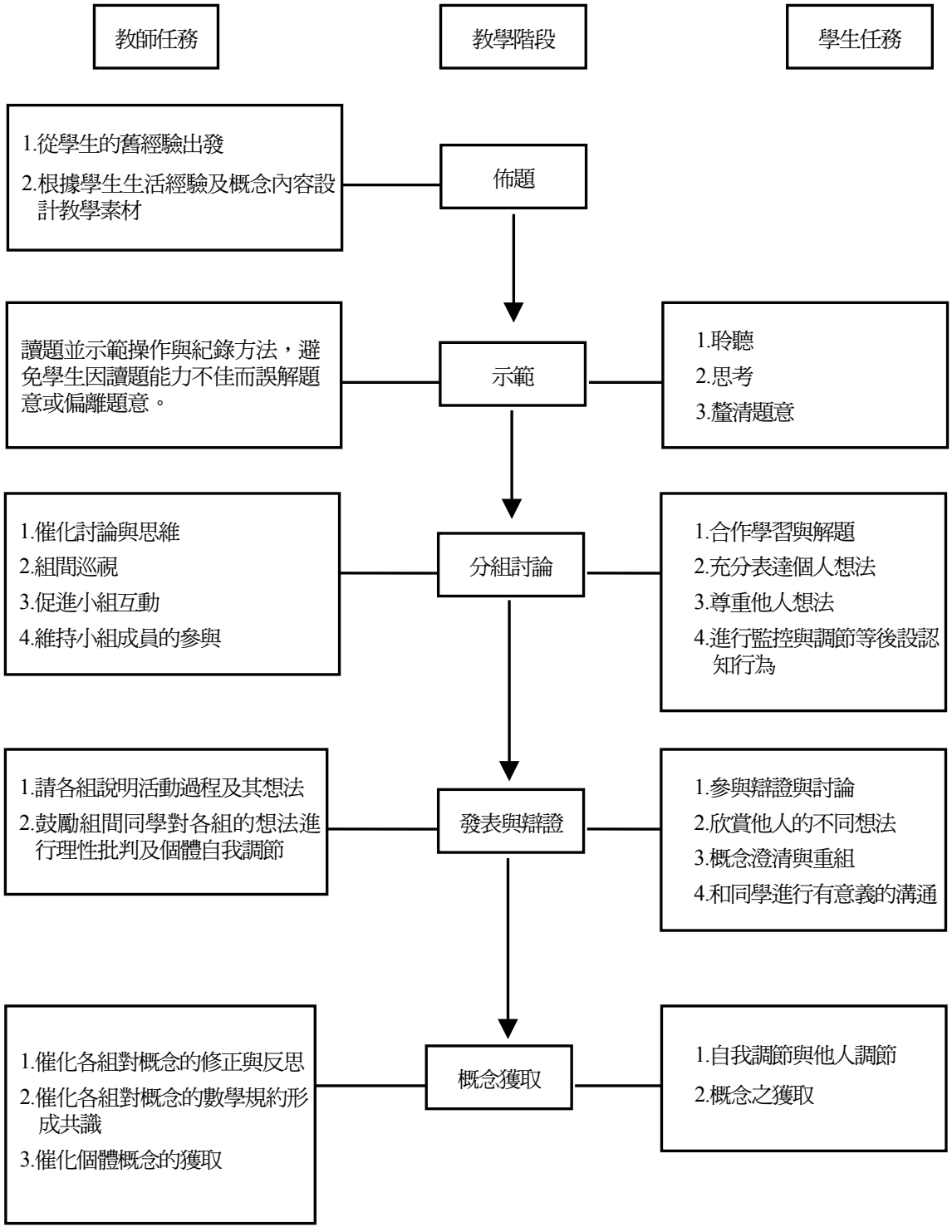

教師任務
教學階段
學生任務
1.從學生的舊經驗出發
2.根據學生生活經驗及概念內容設計教學素材
佈題
讀題並示範操作與紀錄方法，避免學生因讀題能力不佳而誤解題意或偏離題意。
示範
1.聆聽
2.思考
3.釐清題意
1.催化討論與思維
2.組間巡視
3.促進小組互動
4.維持小組成員的參與
分組討論
1.合作學習與解題
2.充分表達個人想法
3.尊重他人想法
4.進行監控與調節等後設認知行為
1.請各組說明活動過程及其想法
2.鼓勵組間同學對各組的想法進行理性批判及個體自我調節
發表與辯證
1.參與辯證與討論
2.欣賞他人的不同想法
3.概念澄清與重組
4.和同學進行有意義的溝通
1.催化各組對概念的修正與反思
2.催化各組對概念的數學規約形成共識
3.催化個體概念的獲取
概念獲取
1.自我調節與他人調節
2.概念之獲取

圖 1：教學模式

部分原住民學生的文字符號概念在教學活動前僅達到第二層次「文字符號的忽略」；有 40.5% 的學生達到第三層次「文字符號當作物件」；僅有 35.7% 的學生達到第四層次「文字符號當作特定的未知數」。因此，將第一、二層次「文字符號的求值」、「文字符號的忽略」視為學生的先備經驗，視第三、四層次的概念落在學生的「可能發展區」。故本研究考慮下列原則：1.根據原住民的文化背景，使學生能在熟悉的生活情境中學習；2.提供弓箭，使學生有機會藉由具體操作以建立數學概念；3.提供合作學習環境，使學生有機會與同儕、老師溝通與互動。本研究根據「可能發展區」與鷹架的理論及前述之教學模式，建構一個適合原住民學生的數學學習環境（表 3）。

伍、研究發現與討論

以下首先就分析研究者全程參與觀察的個案小組學生於活動中的學習歷程，接著分析全體學生文字符號概念的改變，最後探討學生於合作學習活動中的收獲與感受。

一、個案小組於合作學習活動中的學習歷程

從轉錄資料的分析中，研究者發現個案小組學生在活動的進行中，經歷許多的操作、觀察、詢問、推論、說明、質疑與修正的過程，逐漸增進對任務與學習主題的理解，達成任務的要求。從個案小組學生對話內容進行分析的結果，研究者發現隨著學習活動過程中學生對話的轉變，可以將個案小組學生於合作學習活動中的學習歷程分為「操作期」、「創造意義期」與「制度化（institutionalization）期」。

根據學生於活動中互動的對話分析發現，學生於學習活動的初期，對於探討主題的概念內容瞭解不足，對於任務的項目與要求也不甚確定。因此，小組成員間的互動與討論主要在於透過操作，結合過去習得的長度知識與生活經驗。另一方面，小組學生也從事相同物理量

表 3：原住民學生數學學習環境之架構

領域知識	以符號代表數
	1.文字符號的求值；2.文字符號的忽略； 3.文字符號當做物件；4.文字符號當作特定的未知數
學習策略	採取小組合作學習策略；異質性分組；同質性分組
示範	活動前，教師針對學習單（見附錄二）的內容進行示範與解說，幫助學生瞭解活動目標、操作與紀錄方式。
鷹架	第 0 層（學習單之單元 1）從學生的生活經驗著手以啟動其學習動機； 第一層（學習單之單元 2 問題 1 至問題 4）之目的在於引進文字符號之前，讓學生能瞭解相同的長度可以有不同的表徵方式，係屬於文字符號概念發展層次三「文字符號當做物件」。 第二層（學習單之單元 2 問題 5 至問題 7）之目的在於從文字式（如拇指到食指）的使用過渡到文字符號 x、y 的使用，係屬於文字符號概念發展層次三「文字符號當做物件」。 第三層（學習單之單元 2 問題 8 至問題 9）之目的在於使學生可以對文字符號直接運算，係屬於文字符號概念發展層次四「文字符號當做是特定的未知數」。
反省探究	學習單中的討論部分，即是活動中小組成員進行探究與反省，及進行監控與調節等後設認知行為。
內在動機	原住民學生較無耐心坐在椅子上聽課，較傾向「做中學」，藉由操作與紀錄，可以啟動學生學習的內在動機。

的不同表徵方式的轉換，但學生在從事此種轉換時是無意識的。研究者將這段學生處於困惑且無意識的表徵方式轉換的時期稱為「操作期」，學習單之單元 1 及單元 2 問題 1 至問題 4 皆屬之。在這個階段除了測量的操作外，另一個重要的操作是紀錄的操作，透過紀錄方式的演化，讓學生能感覺到簡記的好處與便利。但是，原住民學生不喜歡也沒耐性書寫文字，在此階段小組成員對於任務的項目與要求不甚確定，因而不會依照問題的要求，會以「拇-中」來取代「光復的拇指到中指的長度」。

當學生的操作逐漸轉變成有意識的操作，並明白任務的條件與要求後，歷經討論、協商等互動過程，小組有意識的操作能做不同表徵（文字表徵、數字表徵及符號表徵）之間的轉換。其中部分小組成員提出的重要想法與教師適時的介入，協助小組學生逐漸將方法形式化與一般化，並漸進地完成學習任務的鷹架。研究者將這段學生能逐漸地為學習任務創造意義的時期稱為「創造意義期」，學習單之單元 2 問題 5 至問題 8 及討論 1、2 皆屬之。「創造意義期」在整個學習歷程中扮演著承先啟後的關鍵角色，是學生從具體操作朝向抽象運思、是學生的活動最容易脫離教師意圖、是學生最感困難、也是耗時最久的階段。教師適時的介入以導引學生回到學習活動的軌道，或引起學生重要想法，在這個階段裡是重要的。例如，研究者在組間巡視時發現原住民學生有一種「安於現狀」的傾向，也就是說，只要有同學寫出答案就好了，以下面的情節為例：

S1：光復的拇指到食指的長度是 9，拇指到中指的長度是 11.6，所以光復的拇指到食指的長度 3 次加光復的拇指到中指的長度 1 次減 6 就是（S1 在學習單上寫：9 的 3 次 + 11.6 的 1 次 – 6）。

S2：要算出來嗎？

S3：要算也可以，我來算（S3 在學習單上接著寫：= 9 + 9 + 9 + 11.6 – 4 = 34.6）

小組成員皆能接受並滿意於這樣的書寫形式，並沒有學生想要將 9 + 9 + 9 寫成 3 × 9，

師：9 + 9 + 9 也可以寫成其他的樣子嗎？

（經過 13 秒鐘的沉默）

S2：3 個 9 加起來就是 9 的 3 倍，所以，9 加 9 加 9 可以寫成 3 乘 9。

事實上，學生都知道「累加」的形式可以改寫成「乘」的形式，但是，他們認為只要能算出答案就好，而不會去尋求另外較簡捷的方式，而喪失了許多表徵轉換的機會，增加了學習更高層次概念的困難（例如本研究稍後的代數式化簡）。因此，教師在這個情節中的介入，扮演的是「思維促進者」的角色。

教師另一種重要的介入是促進學生討論的進行，學生不進行討論的原因可能是因為聊天及拒絕參與之外，另一個重要原因可能是學生不瞭解問題的要求，或是問題的陳述不夠清楚。例如，問題 8「你已經寫出一支弓箭的長度了，那兩支弓箭的長度怎麼寫呢？」，大多數的小組在寫下「34.6 × 2 = 69.2」後即停止討論，學生的想法是「一支弓箭的長度是 34.6，兩支弓箭的長度當然是 34.6 × 2 = 69.2」，而學習活動的企圖是希望學生能根據問題 7 的結果：以 x 和 y 表示弓箭的長度，來討論諸如「(3x + y - 6) + (3x + y - 6)」或「2 (3x + y - 6)」如何進行化簡或計算。很顯然地，學生選擇了他們最熟悉的形式，即問題 5 的結果：弓箭的長度 34.6，來進行解題活動。此時，研究者的介入方式不是否定學生的想法與做法，而是請個案小組學生將其問題 7 的結果寫在黑板上，接著示範問題 8 的目的與要求。因此，示範也是教師介入的一種重要方式。

當小組任務大致完成後，藉由最後的問題討論，小組成員貢獻自己的想法，透過回饋、協商，形成小組的主張，最後研究者制度化小組的主張，形成文字符號的概念。因此，研究

者稱這段時期為「制度化期」，學習單之單元 2 問題 9 及討論 3 到 5 皆屬之。此階段之重點是在具體與抽象之間來來回回，以鞏固與澄清學生的概念。例如，x 和 y 可能代表相同的數，也可能代表不同的數，研究者就在班上找出三位同學甲、乙、丙，甲的姆指到食指長度（x）和乙的姆指到中指長度（y）相等；但甲的姆指到食指長度（x）和丙的姆指到中指長度（y）不相等。

以 Vygotsky（1962）對概念發展的看法來說，學生於「創造意義期」所發展的科學概念是由「操作期」的自發概念建構而來的。當學生經過「制度化期」，發展到科學概念的階段，他們就可以超脫於具體脈絡來運作思維。也就是說，學生已經能真正理解和內化字義、概念及符號等心理工具，自主地運用它們來協助思考。以 Vygotsky（1978）的「可能發展區」來說，Wells（1997）認為可以將班級或小組的「可能發展區」視為一個整體，據以實施或調整教學。根據這樣的觀點，將上述小組學生的學習歷程，配合 Vygotsky 的理論，並結合 Doolittle（1996）所提出的「可能發展區」動態發展圖，研究者發現小組成員在合作學習活動中歷經「操作期」、「創造意義期」及「制度化期」後，隨著對文字符號概念的精熟，其「可能發展區」逐漸向任務要求水準移動。結合前述活動歷程中的關鍵事件、三個時期及「可能發展區」的動態發展過程，如圖 2 所示。

二、學生文字符號概念的改變

於教學活動結束後兩周實施文字符號概念的後測，以瞭解從原住民學生的生活經驗出發的數學教材，在實施合作學習活動後，對於文字符號概念的改變情形。

(一)層次一：文字符號的求值

學生在「文字符號的求值」的前、後測答對、答錯百分比及顯著考驗如表 4 所示，大部分原住民學生的文字符號概念在教學活動前已達到第一層次，教學活動對此層次之文字符號概念有鞏固的效果。

(二)層次二：文字符號的忽略

學生在「文字符號的忽略」的前、後測答對、答錯百分比及顯著考驗如表 5 所示，73.8% 的原住民學生的文字符號概念在教學活動前已達到第二層次，教學活動對此層次之文字符號概念有鞏固的效果。其中第五題「若 -2p - 3q - 5 = 125，則 -2p - 3q + 5 = ？」的答對率顯著提昇，經由試卷分析發現，係因前測時，多數學生未能看清楚題目中「-5」與「+5」而計算錯誤所致。

(三)層次三：文字符號當作物件

學生在「文字符號當作物件」的前、後測答對、答錯百分比及顯著考驗如表 6 所示，教學活動前有 40.5% 的學生達到第三層次，教學活動後有 78.6% 的學生達到第三層次，38.1% 的原住民學生在教學活動後，對於文字符號概念的認知層次獲得提昇，且每一題的答對百分比均較前測來得高。學生在第二、三、四、五、七題的前、後測答對率達顯著水準，學生在看到“+”號時的反應不再是必須做某些運算，或是要算出答案。另一方面，學生在含有文字符號與數字的代數式化簡的能力上獲得顯著的提昇。

(四)層次四：文字符號當作特定的未知數

學生在「文字符號當作特定的未知數」的前、後測答對、答錯百分比及顯著考驗如表 7 所示，教學活動前僅有 35.7% 的學生達到第四層次，教學活動後有 73.8% 的學生達到第四層次，約有 38.1% 的原住民學生在教學活動後，對於文字符號概念的認知層次獲得提昇。例如第一題「上圖是一個 n 邊形，圖中有些邊沒有畫出來，如果每邊的長都是 2，則周長 =？」，前測時有 30% 的學生未作答，33% 的學生以特定數代入 n，後測時大部分的學生

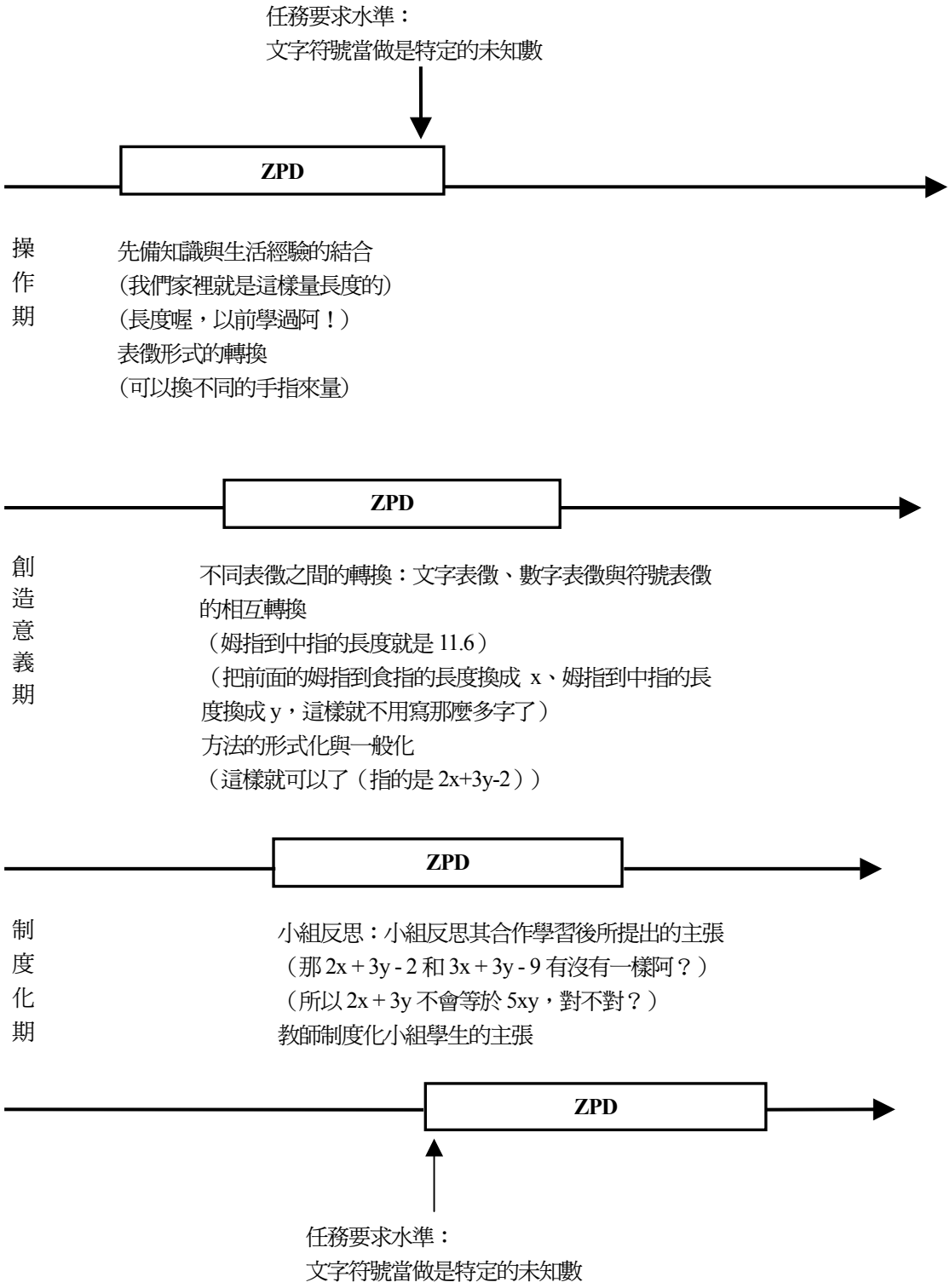

任務要求水準：
文字符號當做是特定的未知數
ZPD
操作期
先備知識與生活經驗的結合
(我們家裡就是這樣量長度的)
(長度喔，以前學過阿！)
表徵形式的轉換
(可以換不同的手指來量)
ZPD
創造意義期
不同表徵之間的轉換：文字表徵、數字表徵與符號表徵的相互轉換
（姆指到中指的長度就是 11.6）
（把前面的姆指到食指的長度換成 x、姆指到中指的長度換成 y，這樣就不用寫那麼多字了）
方法的形式化與一般化
（這樣就可以了（指的是 2x+3y-2））
ZPD
制度化期
小組反思：小組反思其合作學習後所提出的主張
（那 2x + 3y - 2 和 3x + 3y - 9 有沒有一樣阿？）
（所以 2x + 3y 不會等於 5xy，對不對？）
教師制度化小組學生的主張
ZPD
任務要求水準：
文字符號當做是特定的未知數

圖 2：小組學習歷程圖

表 4：在「文字符號的求值」的前、後測答對、答錯百分比及顯著考驗

	第一題	第二題	第三題	第四題	第五題	達該層次百分比
前測答對百分比	97.6	97.6	100	90.5	95.2	95.2
後測答對百分比	100	100	100	97.6	100	97.6
前測答錯後測答對百分比	2.4	2.4	0	7.1	4.8	
前測答對後測答錯百分比	0	0	0	0	0	
z 值	-1	-1	0	-1.73	-1.41	
顯著考驗	---	---	---	---	---	

表 5：在「文字符號的忽略」的前、後測答對、答錯百分比及顯著考驗

	第一題	第二題	第三題	第四題	第五題	達該層次百分比
前測答對百分比	95.2	97.6	90.5	78.6	38.1	73.8
後測答對百分比	97.6	100	92.9	85.7	85.7	85.7
前測答錯後測答對百分比	2.4	2.4	2.4	7.1	47.6	
前測答對後測答錯百分比	0	0	0	0	0	
z 值	-1	-1	-1	-1.73	-4.47	
顯著考驗	---	---	---	---	***	

***$p < .001$

表 6：在「文字符號當作物件」的前、後測答對、答錯百分比及顯著考驗

	第一題	第二題	第三題	第四題	第五題	第六題	第七題	第八題	達該層次百分比
前測答對百分比	78.6	47.6	69.1	66.7	59.5	81.0	64.3	69.1	40.5
後測答對百分比	90.5	88.1	88.1	85.7	83.3	90.5	85.7	85.7	78.6
前測答錯後測答對百分比	14.3	40.5	21.4	21.4	31.0	11.9	26.2	23.8	
前測答對後測答錯百分比	2.4	0	2.4	2.4	7.1	2.4	4.8	7.1	
z 值	-1.89	-4.12	-2.53	-2.53	-2.50	-1.63	-2.50	-1.94	
顯著考驗	---	***	*	*	*	---	*	---	

*$p < .05$ ***$p < .001$

表 7：學生在「文字符號當作特定的未知數」的前、後測答對、答錯百分比及顯著考驗

	第一題	第二題	第三題	第四題	第五題	第六題	第七題	達該層次百分比
前測答對百分比	30.9	57.1	66.7	38.1	38.1	73.8	35.7	35.7
後測答對百分比	76.2	95.2	88.1	83.3	83.3	97.6	80.9	73.8
前測答錯後測答對百分比	45.2	40.5	23.8	45.2	45.2	26.2	45.2	
前測答對後測答錯百分比	0	2.4	2.4	0	0	2.4	0	
z 值	-4.36	-3.77	-2.71	-4.36	-4.36	-2.89	-4.36	
顯著考驗	***	***	**	***	***	**	***	

*$p < .05$ **$p < .01$ ***$p < .001$

均能正確回答。第七題「4 乘以 n 可記成 4n，請求出 4 乘以 n + 5 的結果」，前測時有 37% 的學生答4n + 5，後測時這些學生均能正確回答。另一方面，從學生活動前的學習困難與活動後的概念獲取來看，大部分學生均能正確處理括號，且能重視方法而非答案。

本研究根據前測結果視第三、四層次的概念落在全班學生的「可能發展區」，鷹架教學活動證實學生在這兩個概念層次獲得明顯的提昇。鷹架教學也接合了介於任務要求和學習者技術層次之間的間隙，創造出 Hunt（1961）所謂的介於學習者的認知層次和教學特性之間的“相配”（match）。仍有兩成多的原住民學生雖已具第一、二層次的先備經驗，但無法隨著同儕互動與鷹架教學同步提昇其概念層次。顯示每位學生的「可能發展區」不盡相同，教學過程中如何兼顧每位學生的可能發展區，為其設計合適的鷹架教學，是未來值得繼續探究的重點。另外，分組的方式、小組互動的情形等應是造成學生概念學習或概念改變的重要因素，其影響層面如何？也值得進一步探究。

三、學生於合作學習活動中的收獲與感受

由原住民學生在文字符號概念認知層次能力獲得提昇，顯示從生活經驗出發的數學教材與合作學習活動扮演著重要的角色與功能，因此，有必要蒐集有關學生在活動中的收獲與感受，以瞭解從生活經驗出發的數學教材與合作學習活動的實際功效與影響學生學習的相關因素。研究者以半結構性問卷對 42 名受試實施問卷調查，調查結果如下：

(一)學生對此次活動學習效果的感受與原因

學生的學習效果統計表如表 8 所示，大部分的學生都認為活動的學習效果還算好，只有四位學生認為效果差，覺得學習效果不佳的原因是因為組內互動的情形不好，或是學生個人不擅於表達，不敢說出自己的困惑，而在文字符號概念的學習上落後於同儕。另一方面，雖然只有四位學生認為效果差，但從教室觀察可以發現，每一組均約有二至三位的同學有倚賴同儕的情形。因此，對原住民學生而言，二至三人一組的合作學習是否較能達到 Johnson & Johnson（1991）所謂的「積極正向的互相依賴關係」，仍有待進一步探討。

從問卷資料進一步分析得知，可以動手操作是學生覺得學習效果不錯的原因之一，若依 Piaget 的認知發展理論，高職學生已進入形式運思期，可以不經過具體操作而學習，然文獻探討中的諸多文獻均顯示原住民學生的認知發展落後於非原住民學生，本研究似乎也證實了這樣的觀點，值得教導原住民學生的第一線教師參考。另外，近 2/3 的學生覺得活動很親切是促進學習效果的原因，顯示若能將原有的教材內容轉換成為原住民學生經驗可及的知識內涵，充分掌握其可能發展區，提供必要的鷹架支持，參與教室內的社會互動，能提昇原住民學生的學習效果（紀惠英，1998）。也符合 Vygotsky 的觀點，教師的教育方法必須要去適

表 8：學習效果統計表

學習效果	人數	原因
很好	5	以小組討論較能聽得懂；增加對 x、y 的認識，又可以學到很多算式；讓自己的腦袋比較多時間動；可以動手做；量東西的方法我在家裡用過；活動很親切；讓我容易瞭解；自己花比較多的時間想。
好	33	
差	4	還是覺得跟不上進度；我們這組根本不會互相討論，只知道用自己的想法和算法。
很差	0	

應學生所生活的歷史和文化環境，學生才有能力將他們以社會習慣為基礎所形成的自發性概念，與教師在教學環境中所介紹的科學概念結合起來。

(二)學生對此學習活動的感受與喜歡的原因

42 位學生中只有 3 位表示不喜歡此活動，原因是學習效果不佳、組內合作互動的情形不良或是個人情緒上的感受。此次活動中學生對於能一起討論、學習及可以讓腦活動感到相當有趣，因此增強了學習興趣。親自操作也有助於瞭解，使得記憶比較深刻、也比較容易懂，良好的學習效果也是學生喜歡此次活動的主要原因之一。另一方面，本教學活動的情境與國中數學教材的情境不同，使學生不致產生「文化離間」的現象，也是學生喜歡此次活動的主要原因。因此，活動的形式、情境與效果是學生喜歡此次活動的主因。各選項的人數與學生提出的原因統計於表 9。

(三)學生於此次活動中的收獲

雖然國中數學課程對於文字符號概念已經有過介紹，但原住民學生的學習成效不佳，本活動採用不同的數學素材與教學情境。此活動確實能幫助同學瞭解文字符號的概念，親自操作的歷程與互動的合作學習更可以提昇學習興趣與加深學習印象。學生對於參與此活動的收獲整理如表 10。

陸、結論與建議

本研究利用「可能發展區」及鷹架教學，探究在同儕互動與合作學習的環境中，原住民高職學生的學習歷程與文字符號概念層次的改變。結果發現本研究所架構的教學模式與教學環境對原住民學生文字符號概念層次的改變有正面的顯著效果。以下就研究者教學的心得與感受，提出問題予以討論，以供教師教學上的參考。再據此提出對原住民學生的數學學習及對課程與教材的建議，並對未來的研究提出可行性的建議與方向。

一、結論

(一)「可能發展區」概念在原住民學生文字符號概念的學習上，其豐富的意涵不僅是協助，更重要的是社會互動

有學者(Saxe, Gearhart, 和Guberman, 1984; Pacific, 1989）認為「可能發展區」僅發生於

表 9：對於這幾周的學習活動，你喜歡嗎？

學習效果	人數	原因
很喜歡	5	很有趣；可以和別人一起說出自己的想法；有互動；是種說不出的喜悅；很輕鬆；從以前到現在，這次是最好的一次；可以跟同學一起討論比較容易懂；跟國中課本不一樣。花比較多的時間想。
喜歡	34	
不喜歡	3	因為學到的東西並不多；有些人不合作，我不喜歡我們組長。
很不喜歡	0	

表 10：學生對於參與此活動的收獲

對於此次活動，你的收穫是…
不再對 x、y 陌生；跟同學有良好的互動關係；現在我都懂老師在說什麼；覺得數學沒那麼難了；只要肯用心，you can do it；學到了發問、合作、會想；知道上台要怎麼講解，讓同學知道我在說些什麼；收獲很多呀，例如從姆指到食指的課程讓我很深刻；對自己有信心；得到同學之間的互相解題，看到我們這樣子努力好感動喔；以前國中迷迷糊糊的題目會做了；原來數學可以這樣玩；其實數學並不這麼無聊、討厭。

兩人互動的情境，尤其是專家（成人、教師）與生手（兒童、學生）的互動。而在同儕互動方面，Tudge（1990）認為「可能發展區」僅發生於不同能力的小組合作。本研究中大多數原住民學生在實驗教學前的文字符號概念並無差別，實施教學實驗後發現，不管是異質分組或同質分組，大部分原住民學生在文字符號概念的改變上，均有某種程度的提昇。因此，「可能發展區」內所發生的不僅是協助，更重要是互動，亦即，透過互動，使學生的「可能發展區」得到刺激成長的機會，而此刺激來自於認知衝突，但是衝突觀點之協調，才是增進認知發展的主要因素。本研究的同質性小組，觀點上的適度歧異，使得同儕能站在平等的立場互動，齊力統整彼此的歧異，如此才促進認知的發展。從 Vygotsky 的「可能發展區」的觀點解釋異質小組的情形：能力較高者所具備的能力就位在能力較低者的「可能發展區」內，雙方透過互動，在能力較高者的協助下，能力較低者能超越目前的實際發展層次，提昇至潛在發展層次。因此，本著原住民學生勇於發表的特性，教師在安排合作學習情境時，應將重點置於互動的品質與方式，而不是在於異質性分組或同質性分組。

(二)原住民學生在「可能發展區」的小組合作學習活動歷程包括「操作期」、「創造意義期」及「制度化期」

本研究發現小組成員在合作學習活動中歷經「操作期」、「創造意義期」及「制度化期」後，隨著對文字符號概念的精熟，其「可能發展區」逐漸向任務要求水準移動。本研究中，小組學生在開始學習的時候，處於無意識且不熟練的狀態（操作期）。因此，教師和同儕所扮演的角色是學習者意識的代理人，直到學習者經由意識與控制指揮自己的行動。此時，學習者能以意識掌握概念系統，並能夠把它當成工具使用（創造意義）。學習歷程中的「創造意義期」在「可能發展區」的動態發展過程中扮演著承先啟後的關鍵角色，是學生從具體操作朝向抽象運思、是學生的活動最容易脫離教師意圖、是學生最感困難、也是耗時最久的階段。而且，在創造意義的過程中，原住民學生的某些學習特性如「安於現狀」，尤需教師的適時介入，方能使學生的文字符號概念得以發展。

(三)以「可能發展區」與鷹架教學為本所發展的「佈題 - 示範 - 分組討論 - 發表與辯證 - 概念獲取」可以做為原住民學生學習數學概念的教學模式。

Brousseau（1993）認為學習不該被簡化為老師傳遞訊息給學生的結果，學習應該是環境中情境的意義形塑（sense making）及發展處理情境的方法。因此，知識的教學在於組織教學環境，使得此項知識是學生在此環境中存活所必須的。本研究之實驗教學強調從原住民學生的生活經驗出發，使得問題情境得以轉移給學生，引發學生的學習動機，如此方能保證學習能夠發生。因此，設計教學活動前先瞭解學生的起點行為，據此為基礎輔以「可能發展區」的探究，再經由逐步的引導以建立相關的文字符號概念。縱觀參與本研究的原住民學生在歷經此教學模式後的改變包括：從情意的觀點來看，學生對於數學學習有了較多的自信與較正向的態度；從認知的觀點來說，學生在文字符號的概念發展上獲得了提昇。另一方面，對原住民學生而言，此模式中很重要的是「示範」。在「操作期」，「示範」教導學生如何操作，使學生與老師的活動得以一致；在「創造意義期」，「示範」使學生的活動回到學習活動的軌道，為原住民學生開啟思考之門。

二、建議

(一)教師所佈的問題情境必須能轉移給學生且在學生的「可能發展區」

由於原住民所處環境及其本身文化等因

素，原住民的文化重視合作而不強調競爭，在教室內較容易與老師交談以建立個人關係，而不容易「交易」知識。造成原住民學生在學習態度與學習風格等方面不同於非原住民學生。許多教導原住民學生的數學教師常感嘆原住民學生「沒有學習動機」、「不願意學習」。根據Brousseau（1993）的數學教學情境理論，問題出在教師未能把問題情境轉移給學生，造成教師的教學活動與學生的學習活動根本是兩回事。因此，本研究認為教師佈置問題情境時，實有必要先診斷原住民學生的「可能發展區」，然後結合學生的自身經驗，如此才能讓學習有效地發生，使他們能自己創造數學意義。

(二)原住民學生的鷹架教學應從「示範」開始

示範是原住民社會的傳統教育方式，加以原住民學生的閱讀理解能力不佳，本研究發現，為了讓原住民學生充分瞭解情境定義與活動目的，「示範」是教學模式中初始的重要步驟，值得教導原住民學生的第一線數學教師重視。

(三)如何將實驗教學方案落實到真實教室情境，是後續研究值得努力的方向

本研究係針對原住民高職學生所進行文字符號概念的補救教學實驗，後續研究可以因應地區、學校、教室、文化及族群之不同，對此教學方案包括「可能發展區」的診斷、鷹架教學的搭建、教學模式的設計及學習環境的建立等進行修正，以符合實際教學所需。

誌　謝

本研究承蒙國科會專題研究計畫（NSC-92-2521-S-131-001）經費補助。

參考文獻

1. 袁媛（1993）：**國中一年級學生的文字符號概念與代數文字題的解題研究**。台北市：國立台灣師範大學碩士論文（未出版）。
2. 紀惠英（1998）：俗民數學與數學學習 — 從文化脈絡的觀點看數學學習。**花蓮師院學報**, **8**, 69-97。
3. 紀惠英和劉錫麒（2000）：泰雅族兒童的學習世界。**花蓮師院學報**, **10**, 65-100。
4. 洪麗晴（1996）：**原住民與非原住民國小學童推理表現與其策略使用之差異研究**。新竹市：國立新竹師範學院碩士論文（未出版）。
5. 郭汾派、林光賢和林福來（1989）：**國中生文字符號概念的發展**。國科會專題研究報告（編號：NSC 76-0111-S008-03、NSC 77-0111-S003-05A）。
6. 陳麗華和林陳涌（2002）：情境模式的教學設計。載於詹志禹（主編）：**建構論理論基礎與教育應用**, 147-160。台北市：正中。
7. 黃志賢（2000）：技職學校原住民入學考生之數學基本概念調查分析 -- 以明志技術學院為例。**原住民教育季刊**, **20**, 23-44。
8. 黃志賢（2001）：原住民學生數學文字題解題行為之研究。**明志技術學院學報**, **33**, 49-60。
9. 鈴木質（1994）：**台灣蕃人風俗誌 — 探索原住民的歷史**。台北市：武陵出版社。
10. 潘宏明（1995）：**原住民國小學童數學解題後設認知行為之研究**。國科會專題研究計畫成果報告（編號：NSC 84-2511-S-026-006）。
11. 譚光鼎、劉美慧和游美惠（2001）：**多元文化教育**。台北縣：空中大學。
12. Baird, J. R., Fensham, P. J., Gunstone, R. F., & White, R. T. (1991). The importance of reflection in improving science teaching and learning. *Journal of Research in Science Teaching, 28*(2), 163-182.
13. Bishop, A. J. (1988). *Mathematics Enculturation: A Cultural Perspective on Mathematics Education.* Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

14. Brousseau, G. (1993). *Theory of didactical situations in mathematics —1970-1990*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
15. Cannella, G. S. (1993). Learning through social interaction: Shared cognitive experience, negotiation strategies, and joint concept construction for young children. *Early childhood Eesearch Quarterly, 8*, 427-444.
16. Collis, F. K. (1975). *The Development of Formal Reasoning*. Report of a Social Science Research Council Sponsored Project carried out at University of Nottingham, NSW, Australia: University of Newcastle.
17. Doolittle, P. E. (1996). Vygotskyian vocabulary development in the secondary classroom. *Reading: Exploration and Discovery, 17*(1), 31-39.
18. Hunt, J. McV. (1961). *Intelligence and experience*. New York: Ronald Press.
19. Johnson, D. W. & Johnson, R. T. (1991). *Cooperation and competition: A meta-analysis of the research*. Hillsdale, NJ: Erlbaum.
20. Kuchemann, D. (1978). Children's understanding of numerical variables. *Mathematics in School, 7*, 23-26.
21. Kuchemann, D. (1981). Algebra. In K. M. Hart (Ed.), *Children's understanding of* M*athematics*: 11-16 (pp. 102-119). London: John Murray.
22. Manning, B., & Payne, B. (1995). A Vygotskian-based theory of teacher cognition: Toward the-acquisition of mental reflection and self-regulation. *Teaching and Teacher Education*, *9*, 361-371.
23. National Council of Teachers of Mathematics (1997). *"NCTM Helps Launch Discussion on K-14 Algebra."* NCTM News Bulletin 34, 1, 5.
24. National Council of Teachers of Mathematics (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM.
25. Newman, D., Griffin, P., & Cole, M. (1989). *The consruction zone:Working for cognitive change in school*. Cambridge: CambridgeUniversity Press.
26. Pacifici, C. (1989). *The regulation of task activities in natural and idealized dyadic interactions of adults and preschool children: A Vygotskian approaches*. Unpublished doctoral dissertation, The City University of New York.
27. Restivo, S. (1994). The Social Life of Mathematics. In P. Ernest (Ed.), *Mathematics, Education and Philosophy: an International Perspective* (pp. 209-220). London: The Falmer Press.
28. Rogoff, B. (1995). Observing sociocultural activity on three planes: Participatory appropriation, guided participation, and apprenticeship. In J. V. Wertsch, P. Del Rio, & A. Alvarez (Eds.), *Sociocultural studies of mind* (pp. 139-164). New York: Cambridge University Press.
29. Saxe, G. B., Gearhart, M. & Guberman, S. R. (1984). The social organization of early number development. In B. Rogoff & J. V. Wertsch (Eds.), *Children's learning in the zone of proximal development* (pp. 19-30). San Francisco: Jossey-Bass.
30. Sells, L. (1976). *The mathematics filter and education of women and minorities*. Paper presented at meeting of the American Association for the Advancement of Science, Boston.
31. Tharp, R. G., & Gallimore, R. (1988). *Rousing minds to life: Teaching, learning, and schooling in social context*. Cambridge: Cambridge University Press.
32. Tudge, J. (1990). Vygotsky, The zone of proximal development and peer collaboration: Implications for classroom practice. In L. C. Moll (Ed.),

Vygotsky and Education: Instructional implications of sociohistorical psychology (pp. 155-172). Cambridge: Cambridge University Press.

33. Vygotsky, L. S. (1962). *Thought and Language*. Cambridge, MA: MIT Press.
34. Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society*. Translated by M. Cole, V. John Steiner S. Scribner, E. Souberman Cambridge, Massachusetts.
35. Wells, G. (1997). *The zone of proximal development and its implications for learning and teaching*. Ontario Institute for Studies in Education, University of Toronto. Retrieved July 28, 2004, from http://www.oise.utoronto.ca/~gwells/zpd.discussion.txt
36. Wood, D. J., Bruner, J. S. & Ross, G. (1976). The role of tutoring in problem solving. *Journal of child psychology and psychiatry, 17*, 89-100.

附錄一　文字符號概念測驗卷

層次一

1.設 a + 5 = 8，
則 a= _____

2.設 6t = 30，
則 t= _____

3.設 u = v + 3，若 v = 1，
則 u=_____

4.設 m = 3n + 1，若 n = 4，
則 m = _____

5.設 y = x^2 + 1，若 x = 2，
則 y = _____

層次二

1.若 a + b = 43，
則 a + b + 2= _____

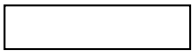
2.若 c + d = 96，
則 c + d - 6= _____

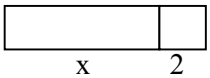
3.若 e + f - g = 993，
則 e + f - g + 7= _____

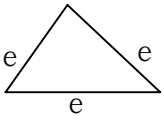
4.若 m + n - 246 = 762，
則 m + n - 247= _____

5.若 -2p - 3q - 5 = 125，
則 -2p - 3q + 5 = _____

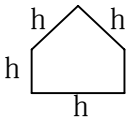
層次三

1. a  面積= _____
b

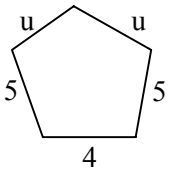
2. 2  面積= _____
x 2

3. 

周長 = _____

4. 

周長 = _____

5. 

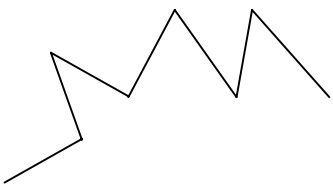
周長 = _____

6.化簡 2a + 5b= _____

7.化簡 2a + 5b + a= _____

8.化簡 (a + b) + a= _____

層次四

1. 

上圖是一個 n 邊形，圖中有些邊沒有畫出來，若每個邊長都是 2，則周長 = ____

2.化簡 3a - b + a = _____

3.化簡 3a - (b + a) = _____

4.設 r = s + t，且 r + s + t = 30，則 r = _____

5.若 e + f = 8，則 e + f + g= _____

6.n 加 4 可記成 n + 4，請求出 3n 加 4 的結果：_____

7.4 乘以 n 可記成 4n，請求出 4 乘以 n + 5 的結果：_____

附錄二

第____組，組員：_____

單元 1

那裡有長度

問題 1　什麼是長度？
問題 2　如何知道長度有多少？
問題 3　不同形狀的東西的長度可能一樣嗎？
問題 4　你的桌子有多長？你會用什麼方法去量？
問題 5　你的腳有多長？你會用什麼方法去量？

單元 2

認識文字符號、文字符號代表數：弓箭有多長？

我們原住民在測量短的東西時，伸長拇指和食指或中指，或用手臂，以這個長度為基準，加以測量。測量長的東西時，則把兩手伸直，利用兩手指尖之間的長度測量。各種族對指尺和手尺有一定的名稱，分為一指尺、二指尺，或一手尺、二手尺等。現在就讓我們用這個方法來量一量桌子的長度跟寬度吧！

問題 1　用你姆指到食指的長度、姆指到中指的長度及邊長一公分的方形紙板測量弓箭的長度，先用姆指到食指的長度數次，再用姆指到中指的長度數次，最後再用方形紙板。然後計算姆指到食指的長度、姆指到中指的長度及方形紙板將結果以加號(+)來寫成一個表示式，例如“老師的姆指到食指的長度 2 次 + 老師的姆指到中指的長度 1 次 +2”。

_____

問題 2　重複問題 1 的測量，但這次將結果以減號 (-) 來寫成一個表示式。例如“老師的姆指到食指的長度 2 次 + 老師的姆指到中指的長度 3 次 -4”。

_____

問題 3　重複問題 1 的測量，但這次不規定姆指到食指、姆指到中指及方形紙板的使用次序，測量兩次，兩次測量的次序不要一樣，請將結果以加號 (+) 來寫成表示式。

第一次

_____

第二次

_____

問題 4　重複問題 3 的測量，但這次請將結果以減號 (-) 來寫成表示式。

第一次

_____

第二次

_____

問題 5　請你用直尺量姆指到食指的長度及姆指到中指的長度，再將所得到的長度代入先前測量所得的表示式中。

問題 1 的表示式：_____

問題 2 的表示式：_____

問題 3 第一次的表示式：_____

問題 3 第二次的表示式：_____

問題 4 第一次的表示式：_____

問題 4 第二次的表示式：_____

討論

1.你們比較一下問題 1 的表示式與問題 2 的表示式，那裡一樣？那裡不一樣？為什麼？

2.你們比較一下問題 3 及問題 4 的 4 個表示式，那裡一樣？那裡不一樣？為什麼？

問題 6　請小組另一位同學重複問題 1 到問題 5。

問題 7　如果以 x 代表姆指到食指的長度、y 代表姆指到中指的長度，你能將問題 1 到問題 6 的表示式改寫成 x 和 y 的表示式嗎？

問題 8　你已經寫出一支弓箭的長度了，那兩支弓箭的長度怎麼寫呢？根據前面的測量結果，你可以寫出幾種表示式呢？

問題 9　三支弓箭的長度怎麼寫呢？根據前面的測量結果，你可以寫出幾種表示式呢？

討論

3.我寫兩個代數式：$2x + 4$ 及 $3x - 1$，你們認為這兩個 x 一樣或不一樣？為什麼？

4.我寫兩個代數式：$2x + 7$ 及 $3y + 2$，你們認為其中的 x 和 y 一樣或不一樣？為什麼？

5.討論看看 $3x - 6 = x + 3$ 可能代表什麼意思？

Combining ZPD and Scaffolding Teaching Strategies on Aboriginal Students' Concept of Literal Symbol

Chih-Hsien Huang
Center for Native Education, Ming Chi University of Technology

Abstract

Vygotsky emphasized children's potential development through problem solving under adult guidance or in collaboration with more capable peers, with his zone of proximal development (ZPD) concept. His insight had implications on instructional theory and practice. This research investigates the effect of ZPD and scaffolding, led by social interaction, on aboriginal students' cognitive development of concept learning in a peer interactive and cooperative mathematics classroom. The findings of this research are (1) For aboriginal students, it is not only helps in ZPD, more important, it is social interaction, through social interaction, students' ZPD get and stimulate the chance to grow up. (2) The learning process of aboriginal students go through 'operating period', 'meaning-creating period' and 'institutionalization period', among them 'meaning-creating period' acting the key role who served as a link in the course of dynamic development of the ZPD. (3) The following processes of "Posing - Demonstration - Group discussion - presentation and argumentation - conceptual ap-propriation" are based on ZPD and scaffolding, can be served as a teaching model for the learning of mathematics for aboriginal students.

Key words: ZPD, cooperative learning, scaffolding