科學教育學刊
2008, 第十六卷第二期, 147-169

Chinese Journal of Science Education
2008, 16(2), 147-169

利用活動理論分析台灣泰雅族國中生的數學學習並設計教學活動

黃志賢[1]　**林福來**[2]

[1]明志科技大學　教學發展中心

[2]台灣師範大學　數學系

（投稿日期：民國 95 年 10 月 30 日，修訂日期：97 年 1 月 14 日，接受日期：97 年 2 月 14 日）

摘要：本文從文化的角度，以活動理論為理論架構，目的在分析影響台灣泰雅族國中生數學學習的文化因素，及據此進一步設計教學活動，以使其能參與數學教學/學習活動。研究方法採紮根理論，研究對象為北部一所原住民中小學的 30 位泰雅族國中生。研究結果發現：從文化的角度來看，泰雅文化的「言說表徵系統」與漢文化的「文字表徵系統」之間的張力，導致泰雅學生不易進行數學表徵的轉換；泰雅學生「整體觀及意義賦予」的思考方式與教材或教學方式所呈現的「部分觀」所形成的張力，不利於泰雅學生理解數學概念；泰雅文化的「開放式對談模式」與數學教室的「封閉式對談模式」所形成的張力，減低了泰雅學生溝通數學知識的機會。從教學實踐來看，從教學/學習系統的張力及活動層次著手，確能讓泰雅學生主動參與數學學習活動。在理論架構方面，本研究根據社會文化取向與活動理論所發展的教室活動的分析架構及教學活動的設計架構，確能將泰雅學生的數學學習置於文化脈絡之中，以此系統網絡當做分析的透鏡，也確能濾出泰雅學生在其文化背景下，影響數學學習的因素。

關鍵詞：文化表徵、活動理論、紮根理論、數學教學設計、數學學習張力

壹、前　言

在一場原住民教育學術研討會上，與會者談論著原住民學生的數學學習問題，「怎麼教都教不會？」、「他們根本不用心學，家裡也沒人教，怎麼學得會？」是經常出現的話語。一位小學老師具體的說：「到小六了，連九九乘法都還不會，真不知到國中怎麼辦？」，另一位國中老師立刻接口「我們學校原住民學生到國三了，大部分都還不會九九乘法」。原住民學校教師在這場對話裡令人訝異的描述，在研究者進入教學現場後，居然一一得到印證。例如，泰雅族民學生記得6乘5是30，不記得6乘7是多少，他們就板手指頭用累加的方式來解決問題；他們無法

心算出17加6，也不用直式的算法，也是板手指頭用累加的方式來做加法運算。另外一個例子，老師花了近四節課講解「正整數與負整數的加法」之後，問學生「-3+5」是多少？大多數學生的答案不是8就是-8。也有學生回答「5」，老師問他「欠人家3塊錢，自己又賺到5塊錢，那你會有多少錢？」，學生回答：「五塊錢」，「可是你欠人家3塊錢耶」，老師緊跟著問。不料，學生竟說「欠人家的沒關係阿，人家欠我也沒關係」。

上述的現象可能只是來自於文化差異的「誤會」而已，就問題解決的觀點來看，泰雅文化重視的是「能」解決問題就好，而漢人文化卻要求「有效率地」解決問題；漢文化「你的是你的，我的是我的；有借有還，再借不難」的想法，與泰雅文化「你我共同分享，互通有無」的觀念，似乎有段差距。這樣看來，無怪乎泰雅學生對於板手指頭計算這件事，一點也不以為意，甚至「甘之如飴」。而老師所重視的「完整記住九九乘法表」，對泰雅學生而言可能不具太大的意義。因此，這讓研究者開始去思考「文化在泰雅族學生的數學學習上所扮演的角色為何？」，以及「如何改進數學教學，使泰雅學生對數學能有更好的掌握？」。

Geertz（1973）認為人是懸吊在他自己編織的意義之網裡的動物，而文化就是這個網。因此，欲以文化的角度來分析泰雅學生的數學學習，就不能忽略泰雅學生所置身的文化脈絡，從而不能不將文化脈絡置放在一個系統網絡裡來分析。因此，選取一個適當的理論架構是必要的。社會文化取向（socio-cultural approach）強調數學活動本質是建立在社會與文化中的，認為知識是在社會、文化及歷史範疇下、藉著語言符號中介（semiotic mediation）或任何心理工具（psychology tools）與他人互動的活動中發展出來的（Vygotsky, 1962, 1978）；而且，活動是連結個體心智與社會的橋樑（Wertsch, 1985）。因此，本文將辯證社會文化取向及活動理論（Activity Theory）的概念取向有機會可以將原住民數學教育研究置於社會文化脈絡裡，也可以記錄其影響因素間的張力，再進而能從張力的分析中，尋求教學改進的教學活動設計。

貳、學習產生在社會中介活動的情境之中

本研究採用社會文化取向（Vygotsky, 1962, 1978; Wertsch, 1991）及活動理論（Cole, 1996; Cole & Engeström, 1993; Engeström, 1987; Leontie'v, 1981），本節將討論選擇這些概念取向的原因。文獻顯示這些取向能詮釋人類發展過程，最重要的，它們強調對於人類發展的研究應置於社會文化脈絡裡，且不可與社會文化分離（Engeström, 1987; Leontie'v, 1981; Vygotsky, 1978）。

一、中介行動（mediated action）

Vygotsky 對於瞭解心智如何運作的最重要貢獻是關於社會中介根源及認知發展的假設，Vygotsky（1978, p. 39-40）認為，人類與動物都具有的基本功能的主要特質是它們全然直接由環境的刺激決定，而人類獨有的高層次心理功能的主要特質是自我引發的刺激，也就是記號（signs），記號操作的結構在刺激與反應之間需要一個中介的聯結。因此，簡單的 S-->R 過程便由一個中介性的複雜行動所取代。Vygotsky 以此中介行動來解釋學習是語言符號中介的過程，當個體在環境中與文化製品（artifact）或社會他人互動時，主動建構其意義。這些文化製品、個體與社會他人之間互動的結果形成個體心智的社會形式（Wertsch, 1985），並進一步形塑個

體的知識建構。中介行動中的高層次心智過程是人際間溝通的方法（Kozulin, 1996, p. xii），一旦記號或工具在人際溝通的過程中被具體化（實現），它便可以在另一個活動當作一個工具。所以，人類活動可以被解釋為由社會環境中可利用的文化製品（物質工具）及記號（心理工具）所觸發的中介過程，提供個體形塑對這個世界的意義。

當學習被定義為一個語言符號中介的過程，學習者就不再是一個資訊的被動接受者，而是創造意義的主動參與者。另外，中介行動不僅意味著人類活動只是透過工具來促進，主體、客體及工具之間有相互合作的關係，它們彼此中介並影響整個活動（Cole, 1996）。因此，中介行動是一個轉換過程，不僅是主體的轉換，客體與工具也會轉換。

二、活動理論

根據 Vygotsky 的理論，人類對事物的深入理解，乃至所得到的知識，都是透過他們在有意義且完整的活動中進行協同式的對話和互動等社會活動而建構來的。社會文化取向強調發展認知的前提是個人必須參與社會與文化的活動，才能發展出高層次的心理功能。因此，以學習來說，學生必須與社會他人（教師及同儕）共同參與活動，才能發展出認知技能，成為數學社群的正式成員。職是之故，學習的關鍵就在於積極參與共同活動，而「活動」也就成為社會文化取向的中心概念。社會文化理論學者以 Vygotsky 的中介行動為基本架構，繼續探究活動理論的發展。Leont'ev（1981）進一步發展他所謂的三層次模型，指出介於可觀察的「活動-行動-操作」（activity-action-operation）人類行為及其相應的不可觀察的「動機-目標-條件」（motive-goal-condition）之間的關係。活動的產生源自人類的動機產生；活動是由許多用來達成目標（object）的目標導向行動所組成。行動是有意識的，且不同的行動可以用來達成相同的目標；行動是透過自動操作來實行的，操作沒有自己的目標，他們對現在的情境提供行動的調整。活動的成分不是固定的，當條件改變時，它們也動態地改變。所有的操作在第一次實踐時是行動，因為它們必須是有意識地去實行。隨著實踐與內化，活動蛻變成行動。最後，當它們變得更自動化、需要較少的意識時，就會成為操作。反向的動態也是可能的：操作可能被瓦解並成為行動。

因此，對少數族群數學教育而言，教學活動像是連結個體心智與社會的橋樑，必須與其生活經驗中的實際活動連結，並利用活動做為文化與個體的中介。也就是教學活動透過工具中介學生的行動，而且活動唯有透過文化工具的使用，被社會中介時才會變得明顯（Leontie'v, 1981; Vygotsky, 1978）。

三、活動系統

為進一步發展活動理論的理論架構，Engeström（1987）發展一個人類活動的根本模型（圖1）。圖中上方的三角形就是 Vygotsky 的中介行動三角形，規則（rule）、社群（community）及分工（labor of division）的元件為 Vygotsky 的中介行動增加了社會-歷史的面向（Engeström, 1999）。活動系統是一個有組織的架構，這個結構支持一個把各種不同且互相聯繫的元件組織成一個網絡。主體代表參與活動的個體或群體；如前所述，活動通常是由文化工具所中介的，文化工具包括物質的與心理的工具，如語言、圖形等，是那些人類已經發展並用來引導或中介他們與物質世界或他人的活動（Leontie'v, 1981）；社群代表有相同活動目標的群體；活動系統中社群透過規則對其成員產生權威，具體化

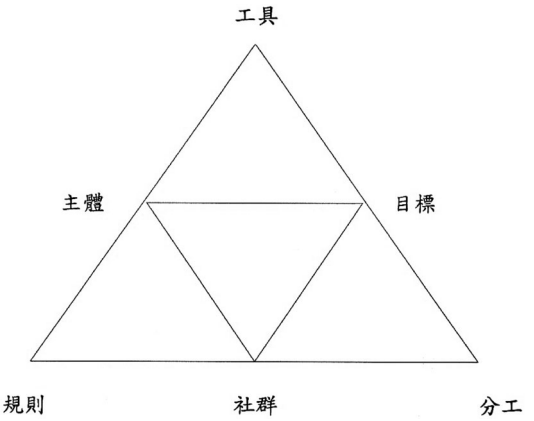


圖 1：活動系統的結構（Engeström, 1987, p. 78）

規約（norms）和公約（conventions）來證明其成員中介行動的正當性；並透過分工來組成成員間分擔的責任、權力及地位。一旦目標導向、工具中介的活動展開，系統的不同元件開始相互作用以將活動的目標轉換為產出（Cole & Engeström, 1993）。

活動系統不是一個穩定、和諧的系統，相反地，它們可以藉由系統成分間的張力（tension）所引起的內在矛盾來描述（Cole & Engeström, 1993; Engeström, 1987, 1993）。當系統成分的條件使得主體面對阻礙目標達成的矛盾情境時，這些張力就產生了，換句話說，主體在活動系統中所面對的工作條件，可能不支持目標的達成，因為這個條件是某些成分為另一個成分創造出來的。這些張力與矛盾是啟動系統改變與發展的動力，它們在系統元件間的連續轉換與遷移中、在集體動機導向的活動、個體目標導向的行動及條件所驅動的操作之間被強調出來（Leont'ev, 1978）。因此，使用活動系統檢視學習情境不僅使集體行動的分析成為分析的單元（Cole & Engeström, 1993; Engeström, 1987, 1993），並讓研究者得以去捕捉(a)活動的動態結構；(b)一段時間內活動的歷史發展；(c)人類活動形成過程中多元發聲的（multivoiced）本質（Engeström, 1999）。對本研究有用的另一個活動的特徵是，當活動被視為「主體及其社群的複雜相互關係」及實踐人類活動的脈絡時（Engeström, 2001, p. 134），活動理論已經捕捉到集體活動模式裡的這些複雜的相互關係，也就是所謂的活動系統（Engeström, 1987, Engeström & Middleton ,1996）。

因此，活動系統及目標導向、工具中介的行動所發生的社會及文化環境的探究是解釋少數族群學生數學學習的適合的取向。因為活動系統可以讓教與學的活動透過置於文化與社會的時間與空間來研究，我們可以探究學生在引入新的中介工具之前及之後的活動，透過活動系統的透鏡觀察學生的發展，也可以檢視文化工具及社群成員如何影響教學/學習活動的過程與產出。

有意識的學習是發生在活動之中，而不是活動之前。因此，社會文化取向及活動理論提供一個「多面向的研究取向」（Burden, 1990, p. 325），提供我們對於人類思維與活動的另類觀點。因為當代的學習理論強調學習只有在有意義的活動脈絡中發生，將活動與脈絡視為教學設計過程的主要部分就顯得十分重要。因此，當我們要分析或理解人類活動（包括教學與學習活動）時，不僅要檢視人類從事何種活動，也要檢視誰參與這個活動，他們的目標是什麼，活動的產出是什麼，限制活動的規則是什麼，與活動有關的更大的社群是什麼，這些都是活動系統的元件。

參、研究方法

根據社會文化取向與活動理論，分析的單元是目標導向的活動本身（Engeström, 1987; Rogoff, 1995; Wertsch, 1991），更進一步說，當研究者以社會文化理論或特別地以活動理論為研究架構，檢視個體的行為是研究者進

入及感同身受地經驗主體的活動的途徑。一旦研究者確認活動，他必須轉移他檢視的焦點來瞭解動機-目標-工具條件及活動系統本身，並使用這些資訊來瞭解集體創造意義的過程。另外，社會文化的研究發生在活動環境而不是在實驗室。因此，本研究採用民族誌的參與觀察及訪談（Fetterman, 1989）做為資料蒐集的方法。因為民族誌在教育的情境中，允許從不同的觀點作教室生活的探究。從文化導向的觀點，揭示教室是一個社會文化的場所，可以檢驗教學情境所建構、發生的脈絡，包括瞭解參與者在情境中所受的規範、所發出的期望以及如何透過對談的互動建構知識。而在研究資料的分析上，採用紮根理論（Strauss & Corbin, 1998）編碼形成概念，歸納研究結果。

本研究橫跨兩個學年，參與者是30名七年級的泰雅族學生，所蒐集的資料包括記錄教室生活的錄影帶、田野筆記、訪談紀錄及學生的作業、試卷、筆記等相關文件。在資料的分析方面，將活動系統當做一個分析的單元，系統的元件提供了後設碼（meta-code）的概念結構，每一個後設碼如同一個支配一切的組織者，用來從事資料的編碼與分析。為創造資料的意義，讓研究方法能捕捉研究者所想要的資訊與研究目的契合，因此參照Strauss 及 Corbin（1998）紮根理論（grounded theory）的編碼程序進行資料的分析。文字原案的逐句分析闡釋了所謂的活動事件，也就是教師與學生從事目標導向、工具中介活動的情節。然後透過開放編碼形成許多的範疇（category），一旦範疇被定義出來後，開始去尋找性質。範疇的性質的描繪讓研究者可以去檢視觸發變化的固有維度。

開放編碼的同時，也進行主軸編碼（axial coding），（Strauss & Corbin, 1998, p. 124），當範疇確認之後，再重新分類到相關的後設碼。碼的確認扮演著人工組織者的作用，用來創造意義而不預先決定人類活動的固定邊界，深入研究在主體及其與主體的範疇內的相互聯繫性內具體化的教學/學習活動，再繼續檢視後設碼之間（如主體---目標）及其內（主體---工具---目標）的關係。藉由這樣來回、反覆的分析過程探究教學/學習活動，也可以確認由目標導向、工具中介活動所引起的矛盾。編碼的結果，研究者重新詮釋活動系統的各個元素及其定義（圖2），以做為進一步分析資料之依據。

肆、文化衝突下的教學/學習活動系統

本文以「整數的加減法運算」為例，說明文化衝突下的數學教學與學習系統。首先呈現教學與學習活動，接下來分別就教學模型、表徵轉換及師生對談等三個面向，分析活動系統的矛盾與張力。

一、教學與學習活動

在以溫度計導引出數線及相反數的概念

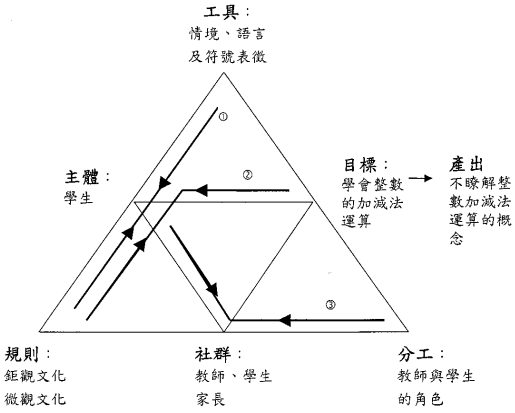


圖 2：文化衝突下的教學/學習活動系統
矛盾①：言說表徵 vs.文字表徵
矛盾②：整體觀及意義賦予 vs.部分觀
矛盾③：開放式對談 vs.封閉式對談

後，老師繼續以溫度計圖形做為整數加減法運算的中介工具。以「-3」表徵「下降3度」，以「3」表徵「上升3度」，據此以溫度計圖形介紹「負整數加正整數」的運算：

18 師：好，現在我們看21頁，21頁是不是有個圖，是不是還有個溫度計？

19 生：對。

20 師：這個溫度計跟剛剛那個不太一樣哦，它剛開始是不是下降？

21 生：對。

22 師：下降幾度呢？

23 生：3度。

24 師：後來它上升幾度？

25 生：1度。

26 師：那結果是上升還下降？

27 生：下降。（少數學生回答上升）

28 師：降的多還升的多？

29 生：降的多。

30 師：嗯，溫度降的多升的少，那最後結果它還是下降，溫度還是下降的對不對？

31 生：對。

32 師：嗯，下降多少？

33 生：2。（少數學生回答4）

34 師：下降2度對不對？

從圖形表徵到語言表徵的轉換，基本上就是一種「看圖說故事」的過程，以數學相關的語言來表達圖形裡所顯示的數學概念，以做為下一階段表徵轉換的基礎。要完整地將圖形表徵轉換為語言表徵，必須結合狀態詞與數量詞，例如「下降2度」及「上升4度」。但是在師生的對話中（32-34），兩者卻是分離的，其結果是學生並沒有學習到整數的運算，只是在重溫過去的正整數運算。以巴杜為例：

研：你看這個圖（溫度計上顯示原來溫度是4度，後來的溫度是零下2度），然後告訴我溫度怎麼改變？

巴杜：6度。（應該是下降6度）

研：你是怎麼算的？

巴杜：4加2啊!

研：那這個圖（溫度計上顯示先調高4度，再調低2度）呢？

巴杜：2度（應該是調高2度或上升2度）

研：你是怎麼算的？

巴杜：4減2啊!

如此不完整的轉換，在進入符號表徵時，就造成了學生的困惑，對學生而言，真正的挑戰才正要開始：

85 師：好，我們再看22頁的圖，它先下降多少？

86 生：3度。

87 師：再上升多少？

88 生：1度。

89 師：那一個，降的多還是升的多？

90 生：降的多。

91 師：對，降的多，最後還是降吧？

92 生：對。

93 師：降幾度？

94 生：2度。

95 師：溫度變化怎麼寫？可以寫成負3加1，等於多少？

96 生：2。

97 師：什麼？下降耶！答案是負2，這樣瞭解嗎？

98 拉瓦：老師，答案不是2嗎？

99 師：前面講過啊，下降代表負，上升代表正啊！

100 拉瓦：還是不懂耶，為什麼是負2？

同樣的語言表徵「先降3度再升1度」，教師轉換為符號表徵「(-3)+1」，學生則是根據量詞與狀態詞分離的語言表徵階段，而轉換為符號表徵「3-1」（94-98）。學生的困難還不僅於此，同樣的語言表徵「溫度變

化」可以轉換為加法（95），也可以轉換減法（194），這對泰雅學生而言，彷彿是一座難以跨越的高牆。

192 師：好，我們再看25頁的圖，同學把題目唸一遍。

193 生：合歡山凌晨溫度是攝氏零下3度，到了中午氣溫變成攝氏8度，請問這段時間的溫度變化是多少？

194 師：溫度的變化就是後來的溫度減掉原來的溫度，後來的溫度是8度，原來的溫度是零下3度，所以就是8減負3，8減負3怎麼算呢？零下3度在這裡，8度在這裡，從這裡到這裡總共有幾度呢？1、2、3、4、5、6、7、8、9、10、11，11度對不對？

195 生：對。

196 師：好，溫度變化就可以寫成8減負3等於11（8-(-3) = 11），同學有沒有注意到8加3也是11，所以8減負3跟8加3一樣，也就是說 8減負3等於8加3（8-(3) = 8+3 = 11），這樣瞭解嗎？

197 生：瞭解。

198 瓦旦：老師，不是用加的嗎？為什麼是減的？

經過上述的教學過程，教師的教學目標是希望學生能經由上述的"溫度變化"模型，理解運算規則：「甲-乙 = 甲+（乙的相反數）」，進而使用此規則從事運算。或者，退而求其次，就算不清楚規則從何而來，也能使用規則。但是，學生的學習產出是否達成了老師的教學目標呢？

二、言說表徵系統 vs.文字表徵系統

表徵是運思的材料，也是從事運算的憑藉，泰雅學生在面對整數運算時，他們會使用何種表徵工具呢？研究者根據上課時的巡堂、個別指導與課後的個別訪談的結果，泰雅學生對於表徵的使用可以分成三類。只有一位泰雅族學生屬於第一類，他能理解並使用運算規則。屬於第二類的學生約有三分之一，他們是利用溫度變化的語言表徵做為解題工具，但卻無法精確地將符號表徵轉換為溫度變化，也無法接受運算規則，以瓦旦為例：

研：你算(-2)-5給我看。

瓦旦：（想了5秒鐘）7。

研：你是怎麼算的？

瓦旦：2加5等於7。

研：為什麼是2加5？

瓦旦：因為從下降2度又下降5度，總共是7度。

無論是加法或減法的問題，屬於第二類的學生幾乎都跟尤幹一樣，以「溫度上升/下降的溫度變化」做為運思的材料。他們也鮮少利用「從幾度變成幾度的溫度變化」的語言表徵，因為，對學生而言，後者要比前者來得難一些：

研：你能不能算算看(-2)-5是多少？

尤幹：3。

研：你怎麼算的？

尤幹：5減2。

研：老師不是講過溫度計嗎？

尤幹：對啊，可是我都會算錯，好難喔！

研：好，你試試看用溫度變化來計算(-2)-5，原來的溫度是幾度？

尤幹：零下2度。

研：為什麼？

尤幹：因為減2啊。

研：那後來的溫度是幾度呢？

尤幹：5度。

研：為什麼？

尤幹：因為這裡是5。

符號表徵「(-2)-5」中，-2在前，5在後，而轉換為簡單的語言表徵，應是「從攝氏5度變成零下2度的溫度變化是多少？」，5在前，-2在後。相反的表徵順序造成學生的困惑與計算上的錯誤。

其餘近三分之二的學生根本不進行表徵的轉換，他們仍利用直覺及正整數的加減法來計算。以布妮為例：

研：你能不能算(-5)+2給我看？

布妮：3。

研：你是怎麼算的？

布妮：就5減2啊!

研：為什麼是5減2。

布妮：有減（指的是負號）還有5跟2，所以是5減2。

研：你把題目唸一遍。

布妮：減5加2。

研：跟你剛剛說的5減2，一樣嗎？

布妮：（想了幾秒鐘）好像不一樣。

研：好像不一樣，那你會不會算負5加2？

布妮：這個我不懂，所以我就算5減2。

研：記不記得老師說過用溫度上升跟下降的方法？

布妮：可是那個我都會算錯，不想用。

研：好，那麼你告訴我，溫度下降5度又上升2度，溫度變化是幾度？

布妮：3度。

教師問「先上升2度，再下降4度，總共是下降幾度？」，學生回答「2度」。從活動理論的觀點來看，對學生而言，這是一個「4-2 = 2」的操作；對教師而言，這是一個「2+(-4) = -2」的操作，而教師所認為的這個操作卻是學生的行動。師生雙方其實是落在不同的活動層次，這也難怪教師不能理解為什麼學生老是學不會，反而認為是因為學生不用心學習，不思考而亂猜、亂答。就整體教學/學習活動來看，教師自認在從事「正、負整數的加減運算」活動，而學生所做的卻是「正整數的加法」及「較大的整數減較小整數」的活動。在同一個教室裡，教師與學生所從事的竟是兩種不同的活動。

圖形表徵到語言表徵的轉換部分，教師的提問都屬於「封閉式」的問題，使得學生的口語表達只有量詞或狀態。沒有讓學生充分地「看圖說故事」，漏失了圖形所代表的部分意涵，表徵的轉換就不完全。語言表徵連結了圖形表徵與符號表徵，處於一個關鍵性的位置。另外，第二類學生計算時因無法正確使用語言表徵，而影響其學習成果；第三類學生也是在語言表徵出現學習困難，不同於第二類學生的是，他們在遭遇學習挫敗後，選擇逃避而回到過去熟悉的舊經驗與舊知識。

在這樣的情況之下，連帶使得學生無法將符號表徵轉換為語言表徵，以協助讓符號表徵的操弄得以逐漸熟練。因此，從表徵的觀點，顯然學生無法在諸多表徵之間進行轉換。為什麼？從泰雅文化的表徵系統來看，台灣的原住民族屬於南島語系，南島語系的特徵之一是沒有文字，因此，文化的傳遞方式是一代一代的口語相傳。反觀漢族，除了識字之前以口語做為媒介之外，識字之後，文字成為文化傳承的重要工具。可以透過古籍一窺古代的文化面貌，可以說是屬於「文字主義」，文字是溝通與文化傳承的主要表徵之一。而我們可以說台灣的原住民族的文化特徵之一是「言說主義」，文化傳承、父母的教養與孩童的學習媒介是言說而不是文字。另一方面，為了確保文化得以代代相傳，言說所使用的詞句都是經過良好的社會化而形成的，且要有最大的概括性及允許擁有許多意義。例如，泰雅族對於女性長者，不論是祖母、外祖母及岳母一律稱之為“yaki”；對於叔叔、姑丈及姨丈等一律稱之為

“mama”，而不像漢語裡，外祖母與外婆這種同義異音（詞）的辭彙。由於缺乏文字表徵與符號表徵，泰雅人較少進行表徵系統的轉換。

因此，泰雅族的「言說表徵系統」與漢族的「文字表徵系統」之間的差異形成泰雅教室教學/學習系統的第一個矛盾（圖2）。這個矛盾所形成的張力導致泰雅學生進行數學表徵轉換的困難，使得教學/學習活動系統的產出未能符合教學目標。要解決這個矛盾所形成的張力，或許可以從問題情境著手。問題情境的佈置，不僅要貼近泰雅學生的生活經驗，更須考慮此情境與學生生活中的自發概念的關係，以及在未來轉換為圖形及語言等表徵時的連續性與適當性。

三、整體觀且賦予意義 vs.部分觀

教師的教學目標是希望藉由情境表徵與符號表徵之間的轉換，學生能理解運算規則：「甲-乙 = 甲+（乙的相反數）」。顯然，從課室觀察與學生訪談，此目標並未達成。從情境表徵到圖形表徵的轉換來看，溫度的情境問題對泰雅學生而言是親近的及可接受的。但是，如前面所分析的，此情境表徵的缺點是在師生對話中，較難同時帶出狀態詞與量詞。而這也是導致學生仍以正整數的思維來進行計算。“溫度變化”的教學模型是屬於一種平衡模型（Hativa & Cohen, 1995），平衡模型在整數的運算上較有一致性是其優點。教師根據此一教學模型將整數加減法的概念切割成「先上升再下降」、「先下降再上升」、「先上升再上升」、「先下降再下降」、「從幾度上升到幾度」及「從幾度下降到幾度」幾個部分，教材或教師的假設是：學生藉由部分的理解，最終能達成整體的理解。顯然學生的表現與這個假設大異其趣，學生的困難顯現在因無法將部分組裝成一個整體，所以在面對符號表徵時，不知該將此表徵轉換為何種語言表徵，無所適從的結果導致學習挫折。研究者認為將整體切割成部分來教，基本上並沒有錯。但是對泰雅學生而言，切割得過於細緻，反而對泰雅學生是不利的。如果從文化的角度，或許可以解釋泰雅學生的這種特殊思考方式。

某天，教美術的吳老師在跟研究者談到泰雅學生在繪畫上的潛能及獲獎的作品時，她翻出幾張課堂上的作業給研究者看。繪畫的主題是「我的家」，比較泰雅學生與漢族學生的畫作後，可以很明顯地區分出它們之間的不同。泰雅學生的作品生動、色彩豐富，感覺不出與主題有直接相關；反觀漢族學生的作品則顯得制式，一看就知道在畫什麼。或許會有人解讀成「原住民比較有藝術天份」，但吳老師與研究者認為不完全是先天的因素。以專業的角度來看，她認為泰雅學生在構圖之初，先從「整體」來做思考，再根據自己的真實生活經驗賦予「我的家」的意義，如此一來，「部分」就自然出現，然後進行繪圖。相反地，漢族學生則是先從「部分」開始，思考「我的家」是由那幾個「部分」所構成的，然後將這些「部分」畫出來，就形成了「整體」--「我的家」。為了驗證吳老師的看法，研究者特地訪談了部分學生，訪談結果印證了吳老師的看法。吉瓦絲（泰雅族）的圖畫裡有夕陽、山、她自己、狗及一顆球，卻沒有房子（附錄一），

研：妳怎麼畫妳的家？

吉瓦絲：我家在山裡面，我們家很快樂。

研：那妳家的房子呢？

吉瓦絲：山就是我們家的房子啊！

研：那這一條藍色的是什麼？

吉瓦絲：我爸爸、媽媽每天走這一條路去山裡面工作。

吉瓦絲對「家」的概念是從整體出發，

再藉由整體與部分的關係，而勾勒出圖畫中的每一部分，強調的是人與自然之間的關係。君平（漢族）則不然，他的圖畫裡呈現家中的擺設，有電視、地毯、櫃子、桌子及椅子等（附錄二）。君平對「家」的概念是從部分出發，再藉由部分與部分的關係，而勾勒出圖畫的整體，並不特別強調的是人與自然之間的關係：

研：你怎麼畫你的家？

君平：我家有兩台電視，電視前面有一塊很大的地毯喔，然後啊，有桌子…我就這樣一個一個畫…

泰雅學生這種從整體到部分及漢族學生從部分到整體的思考方式，分別近似於「場地倚賴（field-dependence）」及「場地獨立（field-independence）」的思考風格（Pewewardy, 2002）；也類似於整體觀（holistic）與分析觀（analytic）的學習風格（Hughes & More, 1997）。前者從整個圖像開始，並只從部分與整體的關係中建立意義；後者則是能輕易地看到整體分解成部分，且這些部分又可以加總成整體。他們不同的思考方式可能是文化差異所造成的，國外學者（Gilliland, 1999; Hughes & More, 1997; Nichols, 1986; Pewewardy, 2002）的研究也都顯示美國印第安及黑人學生的思考方式傾向於整體觀及場地倚賴，不同於美國非原住民及歐洲白人學生的分析觀與場地獨立的思考方式。他們並指出，在主流文化的教室裡，教學訊息經常以一種分析的、編序的方式提出，這是把以整體觀及場地倚賴為思考方式的學習者安置在一個非常不利的學習環境裡。雖然時空不同，但台灣的泰雅族學生與美國原住民在數學教室裡，也有著相同的學習困難。

泰雅學生這種「整體觀及意義賦予」的思考方式會先將事物看成一個整體，再根據自身的生活經驗，賦予這個整體一個意義，最後根據這個意義連結部分與整體的關係以進行相關推理思考。由此可知泰雅學生著重整體情境的掌握，不習慣將事物切割成許多細目來做分析。所以，太精準的時間、太精細的計畫、太精確的學習，對泰雅族學生來說，似乎都構成某種無法承受之重。由此來看，教材或教師將概念分解成許多「部分」再來進行教學，是不符合泰雅學生的思考方式。因為學生會將這個「部分」視為一個「整體」，接下來還有好多個獨立的「整體」。既然都是「整體」，如何進行組裝呢？泰雅學生的這種「整體觀且賦予意義」思考方式，或許可以解釋為什麼學生在表徵或概念連結的表現上，顯得如此困難而無所適從；或許也可以解釋老師的抱怨：為什麼他們學過不久馬上就忘掉？

因此，泰雅學生「整體觀及意義賦予」的思考方式與教材和教學方式所呈現的「部分觀」，形成泰雅教室教學/學習系統的第二個矛盾（圖2）。這個矛盾所形成的張力導致泰雅學生表徵轉換的困難，教學/學習活動系統的產出是「正整數的加減法」而非「整數的加減法」。要解決這個矛盾所形成的張力，可能的策略是從問題情境著手，藉由情境的佈置，呈現一個整體的模式，使泰雅學生在這個整體內的部分游走及轉換時，意識到他們仍然在原來的整體裡；部分是從整體抽取出來的，而不是部分組合成整體，以符應泰雅學生的思考方式。

四、開放式對談 vs.封閉式對談

學生的數學學習，必須運用已知的知識將老師所呈現給他們的賦予意義，而其間的連結，除了各項表徵工具之外，師生之間的對談也是其一。教室內師生的對談模式通常是由教師啟動（initiation），然後學生回答（reply），再由教師進行評估（evaluation），

即 IRE（Meham, 1978）。IRE 模式雖是教室對談中最普遍也是最基本的模式，但是一節課的教學活動裡，這種基本模式並不見得會以完整的形式出現；也就是說 IRE 並非是一節課裡唯一組成成分。另外，Bernstein（1971）提出兩種言說符碼（speech code）來論述其與社會階層、歸屬文化與家庭管理型態之間的關係，分別為限制型符碼（restricted code, R）與精緻型符碼（elaborated code, E）。限制型符碼倚賴說話時的社會脈絡，聽者方能理解言說的意義，語言的表達有限且特定；精緻型符碼則不需倚賴說話時的社會脈絡，本身即為完整文義，語言的表達明確且獨特。本節將結合 IRE 模式及言說符碼類型，探討師生言說符碼互動的過程。表1是對泰雅數學教室裡的師生言說符碼互動模式進行的分析（23節課）的結果，包括主要的6種互動模式及其所佔的比例。

例如教師問：「這個4變成？」，學生回答：「1分之4」後，教師沒有進行評估，此乃屬於 RR 類型；教師問：「這個手續叫做？」，學生回答：「通分」後，教師接著做出評估「對」，此乃屬於 RRR 類型。從（表1）可以知道師生使用的符碼明顯偏向於限制型符碼（RR 及 RRR），在這種教學結構中，反應了師生過於倚賴文本與情境，即限定在師生所熟悉之脈絡進行對談。另一方面，近56%（RR 及 ER）的互動類型偏向於單向式的一問一答模式，此一現象也顯示了教師在提問時太過於重視事實的封閉型的問題，學生所能說的相當有限，使得他們被限制在教師認為是相關或是正確的範圍內。Lemke（1990, p. 168）就指出在這種對談模式中，教師幾乎完全控制了教室的言談和社會的互動，導致學生只能提出簡短的答案。另外，學生的文化背景也與教室對談的模式有關，例如 Zevenbergen（1998）認為學生的文化背景差距非常大，只有那些文化背景與數學教室內的實務文化相互一致的學生才有可能成功。他的研究發現社經背景為中上階級的學生在上數學課時，與使用 IRE 對談模式的教師互動良好。Heath（1982）的研究也指出中產階級的學生較熟悉這種互動的方式，因為這種方式和他們在家中的對談模式非常類似。相反的，勞工階級背景的學生在上數學課時，則對使用這種 IRE 對談模式的教師的權威提出挑戰，並且反抗這樣的互動規則。在泰雅數學教室裡，從學生的常規表現、學習態度與學習成就，也看到了學生「無言的抗議」。這說明了 IRE 的對談模式與泰雅學生並不相容，如果使用這種對談模式可能會逐漸把學生推向學習的邊緣。

表 1：師生對談模式

師生言說符碼互動類型	佔整體互動類型的比率（%）
RR（教師以限制型符碼啟動而學生以限制型符碼回應）	36.2
ER（教師以精緻型符碼啟動而學生以限制型符碼回應）	19.7
RRR（教師以限制型符碼啟動而學生以限制型符碼回應，教師最後以限制型符碼評估結尾）	20.5
ERR（教師以精緻型符碼啟動而學生以限制型符碼回應，教師最後以限制型符碼評估結尾）	6.4
RRE（教師以限制型符碼啟動而學生以限制型符碼回應，教師最後以精緻型符碼評估結尾）	5
ERE（教師以精緻型符碼啟動而學生以限制型符碼回應，教師最後以精緻型符碼評估結尾）	1.7

註：因部分組合及類型的比率太低，本研究不予以討論，故比率之和未達 100%。

研究者進行教室觀察期間，曾對於教師與學生一成不變的對話模式感到好奇，詢問教師的看法，她說：「我以前也試過說丟出一個問題讓同學公開表達他們的想法，可是他們不是亂答一通就是不知道該怎麼回答，常常把整個討論導引到其他方向去，或者是一無所獲。不但沒有效果，我還得花很多力氣把他們的注意力拉回來」。研究者也發現泰雅學生的確很喜歡發表，平常上課已經在座位上交頭接耳、竊竊私語，遇到老師給予公開講話的機會，他們當然不會放棄，都會爭先恐後的表示自己的「想法」，或常常讓人覺得「不知所云」。教師無法事先預測會發生什麼事，有可能會導致與原先預期不同的方向和無法預期的發展，這樣的挫折感導致教師在對談當中無法做一些「犧牲」(Pimm, 1987)。漸漸地，當教學變成一種習慣時，是否我們也該反思，「因噎廢食」的做法是否過於消極，甚至剝奪了泰雅學生學習數學的機會。

根據 Vygotsky（1981），兒童的心理過程的後設認知中介根源於人際間的溝通，兒童在與他人的共同活動中，使用語言符號工具來調節行為。做為自我調節的自我中心言語的使用是朝向內在言語發展的中間步驟，後來變成兒童自我調節的內化工具。Vygotsky 理論的一個重點是，兒童的自我調節的語言符號習得的有威力的促進者是，他們在共同活動中使用這樣的工具在調節他人的行為。在原住民學生的數學教室裡，對話幾乎是單向的，師生之間後設認知中介的對話並沒有把學生未來的能力轉化為現在真實能力。因此，教室裡的師生對談模式與其中師生的角色，和泰雅學生的對談模式的不同，產生數學教室裡的第三個矛盾（圖2）。從教室對談的角度來分析，可發現教學模式的成功的基礎在於教室對談模式的轉變。其重要的意義在於教師以開放式的問題激發學生的思考，並以接納的態度接受學生的任何想法，而不只是正確的答案。因此，要解決這個矛盾所形成的張力，改變師生之間的數學對談模式是必要的，也就是從 IRE 模式轉變成為另一種對談的模式。

Bruner（1996, p. 5）認為：「學習與思考永遠都置身在文化情境裡，並且永遠都需倚賴文化資源的使用」，文化資源猶如 Geertz（1973）所說的，人所攀附的那個自己所建構的意義之網。而文化與人存在著互動，人固然是生活在文化的影響之中，同時也在不斷創造文化，使得意義之網可以繼續擴張。文化衝突下的數學教學與學習活動系統，使泰雅學生在各種張力裡動彈不得。而「文化相容」(cultural compatibility）的觀點，是要使泰雅學生能在既定已存的文化意義之網上，繼續去擴大連結新的網絡。不同的文化有不同的表徵系統與思考方式，我們應該以開放的態度，視文化為一種學習的潛在資源而非學習的障礙。

伍、文化相容下的教學/學習活動系統

從前一節的分析，「文化相容」的觀點，是研究者在本文的基本信念，也依此信念從事後續的教學實踐。文化衝突下的教學/學習活動系統的三個張力與矛盾是啟動系統改變與發展的動力，也是研究者介入教學/學習活動及設計教學活動的重要根據。根據活動理論，研究者希望藉由教學的介入，使得系統元件間產生連續轉換與遷移，以解決教學/學習活動系統的三個張力。研究者相信，讓泰雅文化與教學活動的關係是連續的而不是斷裂的，是文化相容的而不是文化衝突的，是設計教學活動最重要的假設。因此，教學活

動的設計就從鬆解學習張力的鷹架策略著手，設計轉換教學活動。首先從概念的整體（規則）出發，做為設計轉換教學活動的觸媒及鬆解第二個張力的策略；由此引動以置身文化脈絡的遊戲（工具）取代脫離文化脈絡及「部分觀」的「溫度變化」模型，做為設計轉換教學活動的觸媒及鬆解第一個張力的策略；如此將順利啟動師生間的開放性對談，並做為鬆解第三個張力的策略。數學學習張力與鷹架策略之對照如（表2）所示，就活動系統而言，顯示了系統元件間連續且相互轉換的關係。綜合論之，活動教學模型由實物教具的操作來引起學生的數學直觀，經由黑、白壓克力來啟發學生的思考能力進入形式抽象層次，讓學生獲得新經驗並且再形成下一階段新主題學習所需的具體經驗。

本文以整數加減法教學活動為例（表3），教學活動首先以第一個遊戲「剪刀、石頭、布」做為中介，學生三人一組，贏一個人得一分（放一塊黑色壓克力），輸一個人則扣一分（放一塊白色壓克力或拿走一塊黑色壓克力），依此類推。在教師與研究者示範一次之後，每組進行猜拳遊戲，完成10次猜拳後，利用黑、白兩色壓克力計算每個人所得到的分數。研究者在走動觀察的過程中發現，所有的學生均能正確地擺放壓克力。

啟動這個遊戲的目標，是希望學生能操作「某數與其相反數之和等於0」的概念。從師生對話（70）中，學生以「不見了」代表「某數與其相反數之和為0」，而不是使用教師或課本中的術語「抵銷」。研究者與張老師討論的結果，決定尊重學生的用語。因為，他們自己創造且接受的表徵方式，才能真正納入自身編織的意義之網。事實上，

表 2：數學學習張力與鷹架策略對照表

數學學習張力	鬆解張力的鷹架策略
文化表徵系統（工具）	從操作的具體表徵出發（工具）
整體且賦予意義的思考方式（規則）	從概念的整體出發（規則）
師生言說符碼互動模式（分工）	開放性的對談（分工）

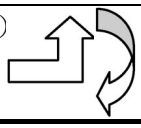


表 3：整數加減法教學活動的結構

活動	（動機）	行動	（目標）	操作
整數加減的遊戲活動	促使原住民學生參與數學活動	啟動遊戲（師）	引起學習動機熟練壓克力的操作	示範（師）
				猜拳（生）
		啟動小組討論（師）	啟發某數與其相反數之和	操作壓克力（生）
		啟動全班討論（師）	等於 0 的概念	開放性提問（師）
			熟悉某數與其相反數之和等於 0 的概念	根據學生的回應進一步提問（師）
			啟發「減某正數相當於加上它的相反數」的概念	表達與分享（生）
		啟動物質工具到符號工具的轉換	將壓克力的操作符號形式化啟發加法結合律	
		啟動符號工具到心理工具的轉換	瞭解減去某數等於加上它的相反數	

後來的教學過程顯示這樣的用語並不影響學習。在學過相反數及經過這個遊戲後，學生都能自然地接受壓克力所代表的數字。例如，一塊白色壓克力代表-1、兩塊白色壓克力代表-2、一塊黑色壓克力代表1及兩塊黑色壓克力代表2等。

58　師：桌上有黑色壓克力，也有白色壓克力的請舉手（19位同學舉手）。瓦希雅，妳用什麼方法記錄妳的分數？

59　瓦希雅：我贏一個人就放一塊黑的，輸一個人就拿走一塊黑的，後來黑的拿完了，我就放白的。

60　師：那妳的分數是怎麼算出來的？

61　瓦希雅：我有7塊黑的，2塊白的，所以我5分。

62　師：為什麼7塊黑的，2塊白的算是得到5分？

63　瓦希雅：黑的是得1分，白的是扣1分，所以7減2等於5。

64　尤命：就是剩下5塊黑的啦！

65　師：為什麼？

66　尤命：一個黑的、一個白的放在一起就不見了。

67　師：尤命說得對嗎？

68　生：對。

69　師：那兩塊黑的跟兩塊白的放在一起？

70　生：也不見了。

第二個遊戲「請你跟我這樣做」是在進行符號計算前，先進行「口語-操作計算」，一是希望能延續學生的學習動機；二是希望能加強具體操作物與數字的連結；三是希望學生能對「減某個正數相當於加上它的相反數」建立初步的印象。第一階段學生根據老師的話語擺出壓克力，例如，老師說：「8塊黑的」、「加上2塊白的」，學生依序「拿出8塊■」、「2塊□」，最後桌上剩下「6塊■」，而能答出「6」，同時請小組成員互相檢查與更正。第二階段老師的提問是諸如「7加負2」的問題，學生根據指令利用壓克力進行運算。老師提問的問題只限「正整數加負整數」及「正整數減正整數」，過程中研究者走動觀察的結果，學生大多能完成老師的指令，有些小組內的成員甚至還比賽誰擺得最快。不過，競爭的氣氛下有些小組就發生了爭執，經研究者前去瞭解，發現產生爭執的原因竟是一樣的，以巴彥那一組為例：

巴彥：黃老師，希藍做弊。

希藍：我那有做弊？

婁幸：有，你做弊。

巴彥：對啊！你沒有照老師說的放（指的是擺放壓克力）。

研：那你們告訴我希藍是怎麼擺的，讓你們認為他做弊。

巴彥：黃老師，你出個題目，我擺給你看。

研：9加負4。

巴彥：（只擺放5塊黑色壓克力）他就是這樣擺的。

研：這樣擺為什麼是做弊呢？

巴彥：他應該要這樣（巴彥按照標準程序擺放）才可以，不可以在心裡偷算。

原來，經過多次練習後，希藍已經不必倚賴壓克力的操作來解題，他已經能在聽到題目後就在心裡計算。事實上，約有半數的學生在遊戲末期已能就這類問題進行心算。

這兩個遊戲進行期間，學生常常問老師及研究者說:「老師,我們在上數學課嗎？」，我說「是啊」，「可是都在玩遊戲耶」他們接著說，我再問「那你們喜歡這種上課方式嗎？」，他們的反應都是正向的。這顯示了教學活動與學習活動的動機是一樣，學生願意參與數學活動。因此，以遊戲做為中介泰雅學生數學學習的工具，使得教室變成他們

所熟悉的非正式的學習環境，成功地轉換了活動系統。縱使班級常規還是不太好，偶爾還會有走動的現象，但是學生已不會做其他與課程無關的事情，而是很積極的參與活動。研究者不僅看到學生積極的參與學習，也看到他們的學習潛能。

結束操作壓克力的教學後，接下來是以符號形式來解釋過程，也就是將第二個遊戲的過程符號形式化，先由老師在黑板上示範如（表4）。符號形式化的過程就是將壓克力的操作過程記錄下來，當中，希望學生能很自然地從「加法交換律」的前置經驗引出「加法結合律」。

這個階段的進行程序是老師先示範三題，再由小組學生練習5題之後，進行小組討論，討論的問題是「從這五題的計算中，你有沒有看出很特別的事情？」。這個行動的目的是希望學生能討論出「減一個數相當於加上那個數的相反數」。本階段活動特別強調要學生藉由前述的操作及符號形式化的過程發現這個事實，理由是一般的教學是利用「補0」的方法，例如4-(-3) = 7的操作，首先必須把「從■■■■拿走□□□」變成「從■■■■□■□■□■拿走□□□」，相對應的符號形式化過程為4-(-3) = (4+0+0+0)-(-3)，這對泰雅學生來說，太過於虛幻及不自然。因為他們的想法是「一個□及■」就不見了，不見了的東西是不可能再出現的。

在小組解題及討論的過程中，觀察學生的實作情形及事後檢視解題紀錄，大部分學生均能正確地藉由操作壓克力來解題；約有73% 的學生依照（表4）的形式將操作過程記錄下來，其餘學生則僅是記錄最後的結果。高達90% 的學生能算出正確的答案，顯示壓克力操作的教學介入確能引導學生學習整數的加、減法運算。另外，從教室觀察及檢視解題紀錄可以發現，大部分小組的討論結果都跟比那絲（249）那一組的結論：「不一樣的算式會得到一樣的答案」類似，較少會更深一層去探究「為什麼不一樣的算式會得到一樣的答案？」，以獲得「更具深度的洞察」。為什麼呢？是原住民學生沒有能力做深度的探究？或者是因為其他的因素所造成的？也就是說，原住民學生是「不能也非不為也」？亦或是「不為也非不能也」呢？從全班討論（248~332）可以發現，以開放性的問題賦予學生發表的機會，提供師生對談的空間，泰雅學生確實有能力激盪出許多超出原來結論的不同想法，同時也能利用黑與白的相反概念，建構出重要的「減某數跟加負某數是一樣的」運算法則。但是，當老師以符號：「甲-乙 = 甲+（乙的相反數）」來下結論：「甲數減乙數等於甲數加上乙的相反數減去某數等於加上它的相反數」時，學生似乎不認為老師的結論與他們的結論是一樣的（359~360）。

248 師：好，那一組願意把你們討論的結果告訴大家？（每一組都舉手）好，比那絲你說。

249 比那絲：不一樣的算式會得到一樣的答案。（部分同學在鬧她）

250 師：你們要尊重別人講話，安靜聽她

表 4：符號形式化的過程

算式	4 + (-3)	4 - 3	(-3) + 4
壓克力表徵	■■■■加上□□□	■■■■拿掉■■■	□□□加上■■■■
符號形式化	4 + (-3) = (1 + 3) + (-3) = 1 + [3 + (-3)] = 1 + 0 = 1	4 - 3 = 1	(-3) + 4 = (-3) + (3 + 1) = [(-3) + 3] + 1 = 0 + 1 = 1

把話說完，比那絲俊慢慢來，再說一遍。

251 比那絲：就是啊！這三種算式不一樣，但是算出來的結果都一樣。

252 師：講得很好，你們同意比那絲說的嗎？

253 生：同意。

254 師：除了這個之外，還有沒有其他想法？

255 諾幹：老師，我知道。

256 師：好，諾幹你說。

257 諾幹：那個啊，前面跟後面都可以（指著黑板）

258 師：我怕有同學不清楚，你能不能講的更清楚一點？

259 諾幹：那個7跟負2可以反過來寫。

260 師：諾幹的意思是說，兩個數相加的時候，可以把它們反過來寫，答案會一樣。很好，…

……

312 師：還有沒有小組討論出不一樣的結果？

313 德木：老師，那個加和減算出來的答案一樣。

314 師：你能不能舉個例子再說一遍。

315 德木：妳看啊！那個7減2是用減的，7加負2是用加的，但是答案一樣。

316 師：這是一個很有趣的發現，德木那一組發現用加的跟用減的，答案居然會一樣，怎麼會這樣呢？誰可以解釋一下呢？

317 嘿目：老師，妳看喔！減2是這樣跟加負2一樣。

318 巴彥：老師，我知道，加負3跟減3一樣。

319 師：很好，那我現在問你們，8減3跟什麼一樣？

320 生：8加負3。

321 師：答對了，那9加負4跟什麼一樣？

322 生：9減4。

323 師：那3減負1呢？

324 生：3加負1。（部分學生回答3加1）

325 師：咦，我聽到兩種答案喔！為什麼是3加負1。

326 伊拜：因為減變成加，然後負1變成…

327 古妮：老師，我知道。

328 師：好，古妮你說。

329 古妮：3加1才對。

330 師：為什麼？

331 古妮：因為負1是白色壓克力，要變成黑色的壓克力的1。

332 師：嗯！你們想想看古妮說的對不對？

333 生：對。

……

358 師：很好，那2跟負2有什麼關係呢？（學生沒有反應）

359 師：是相反數的關係，所以，我們可以下一個結論，那就是，甲數減乙數等於加數加上乙的相反數。

360 生：老師，妳在講那裡？

事實上，學生已經可以經由黑、白兩色壓克力的操作，而理解整數的加、減法運算，並進行「有意義的計算」。但是他們憑藉的是自己的結論，而不是老師的結論，以達利為例：

研：你能不能算-3+5？

達利：2。

研：你是怎麼算的？

達利：3塊白色的加5塊黑色的，剩下2塊黑色的，所以是2。

研：你能不能算5-8？

達利：-3。

研：你是怎麼算的？

達利：5塊黑色的加8塊白色的，剩下3塊白色的，所以是-3。

研：你能不能算3-(-6)。

達利：9。

研：你是怎麼算的？

達利：3塊黑色的加6塊黑色的，變成9塊黑色的，所以是9。

研：你都是用這種方法算嗎？

達利：對。

研：老師不是有說減掉一個數就等於加上它的相反數嗎？

達利：可是這樣算比較快耶!

在數學教室裡，達利的情形並不是特例，他們將物質工具（壓克力）內化為心理工具，並以此心理工具進行運算後，不使用數學裡精煉的符號與語言。從文化的觀點來看，這個現象可以分成兩方面來說明，泰雅學生的學習特性有「安於現狀」的傾向，符合原住民「樂天知命，不與人爭」的天性。在他們有意義地建構一套方法後，會因此獲得滿足而安於現狀，對於數學裡所謂「更有效率或更精煉的符號與語言」並沒有企圖心。例如在課堂中屢見不鮮的現象是：忘記3 × 8是多少，但記得3 × 5 = 15，因此，他們就會利用手指從15數到24。他們寧願以累加的方式處理乘法運算而不願去熟記九九乘法表，這麼麻煩的計算過程，他們卻甘之如飴。因此，數學漸進精煉的程序與原住民學生「安於現狀」的學習特性之間的矛盾，產生活動系統的第一個矛盾（圖3）。若將整數的加減法運算視為解題的工具，那麼這個張力似乎不妨礙泰雅學生對此解題工具的使用。

另一方面，大部分的原住民學生可以接受□表徵-1及■表徵1具有相反的意義，並且像達利一樣，會使用相反數的概念進行整數的加、減法運算。可是，他們卻不願意使用

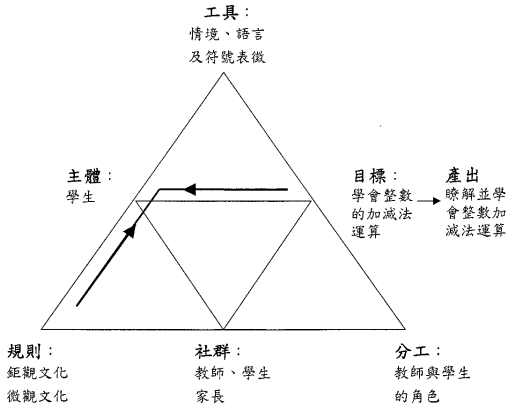


圖 3：文化相容下的教學/學習活動系統

「甲-乙 = 甲+（乙的相反數）」。這顯示了原住民學生能以具體物表徵抽象概念並內化之，這也順應了泰雅文化的表徵方式，他們會利用具體物來表徵無法形容的現象。例如，對於數目多的東西，就會用「像樹葉一樣」、「像河床的石頭一樣」或是「像螞蟻一樣」等來形容。

許多文獻均指出，原住民學生很難將個別的、具體的學習經驗，統整為抽象概念。其實不然，在這個活動裡，學生的學習開始於具體物的操作，這些操作都是學生能力可及的，而且與他們經驗背景相關。然後將具體物轉換為文字符號，最後創造一個可以充分對談的學習環境，引導學生以口述與文字記錄的方式，表達他們的思考內容，這樣的過程可以讓學生意識並掌握「符號系統（語言、文字、符號）」的功能與意義，並進一步內化為個人的心理工具。

文化相容下的教學/學習活動系統解決了文化衝突下的教學/學習活動系統的張力，使得泰雅學生願意學習且能參與學習過程。若將整數的加減法運算視為代數學習的重要工具，雖然介入後的活動系統也產生了一個新的張力，但是從前述分析，顯示泰雅學生能有意義地建構此工具。

陸、結　論

在數學教育研究方面，以活動理論做為研究架構的研究文獻並不多，而且集中於利用 Leont'ev（1981）的活動層次做為分析工具，例如 Gordon（1993）以5個超過30歲的成人大學生為研究對象，以問卷及訪談為研究工具，探究學生學習統計的方式，及學生自我詮釋脈絡如何影響他們的學習；Evan 和 Schwarz（2003）分別以古典認知取向及活動理論為架構比較及分析解題教學活動。研究者認為可能是 Leont'ev（1981）的活動層次缺少社會與文化的面向，而 Engeström（1987）的活動系統缺少數學教育研究所需的面向之故。另一方面，活動理論或活動系統大多用來做為分析的工具，較少能進一步利用活動理論做為教學設計的架構。本研究經由教室觀察及訪談，利用紮根理論進行資料分析與歸類，整合並修正 Engeström 的活動系統與 Leont'ev 的活動層次。例如，活動系統中的分工為例，分工指涉行動間之前的水平分工及地位、權力的垂直分工，較屬於靜態的描述，研究者先將此元件擴大解釋為教師與學生扮演的角色，再根據資料分析，將此元件定義為溝通或對話，這個元件恰巧也是 Davydov 和 Radzikhovskii（1985）認為 Leont'ev 的活動理論所缺乏的。進而形成本研究教室活動的分析架構及教學活動的設計架構。本研究證實這樣的架構確能將泰雅學生的數學學習置於文化脈絡之中，確能以此系統網絡當做分析的透鏡，濾出泰雅學生在其文化背景下，影響數學學習的因素。

研究者利用此架構深層地分析出，泰雅文化的「言說表徵系統」與漢文化的「文字表徵系統」之間的差異所造成的張力，導致泰雅學生進行數學表徵轉換的困難，使得教學/學習活動系統的產出未能符合教學目標。另一個影響泰雅學生數學學習的因素是其思考邏輯具有「整體觀且賦予意義」的特性，使得他們著重整體情境的掌握，不習慣太精確及瑣碎的學習。因此，將「整數的加減法運算」分解成太多子概念及使用過多的表徵，反而不利學生的學習。本研究配合泰雅學生的學習特性，只以黑、白兩色的壓克力做為表徵工具，並視加、減法為一整體的運算，避免學生受困於表徵的轉換。另一方面，老師減少演繹性的語句並鼓勵學生進行歸納性思考，也能促進師生之間的數學對談並進行數學探究。

研究者進一步利用此架構，採用傳統泰雅族的教育方式，從學生的生活經驗出發，將遊戲導入教學活動，及「示範→操作→對話→行動→對話→符號→對話」的教學/學習活動模型。首先引導泰雅學生在具體的操作及實際的生活經驗中，透過同儕之間、師生之間的對話，逐漸形成初始的、內隱的更一般化、更系統化的數學概念，再藉由同儕之間、師生之間的對談，進一步將初始的、內隱的數學概念轉化為文字符號。最後，數學概念會在對談的過程中，內化為學生在學校學習所必須的文化工具。使整體活動落在泰雅學生的意義之網，引發學習動機並引領其從事數學活動，而泰雅學生的數學學習確在此社會文化中介活動的情境中產生。

從多元文化的數學教育來看，能因應文化差異，且能反應教室狀況的教學是非常有效的學習資源，泰雅學生隨時隨地都在建構他們的文化知識，對教育者而言，我們所擁有的選擇權就是教/學歷程的設計與教育情境的安排，若能以原住民的生態環境、社會文化歷程與認知歷程做基礎，與其生活經驗相結合，將有助於原住民學生的學習及其文化的傳承。若教師能更進一步具備多元文化的視野，在教/學歷程中扮演文化中介的角色，

則有助於原住民學生在面對不同的文化時，能拓展其認知歷程，培養成熟的調適與整合能力。

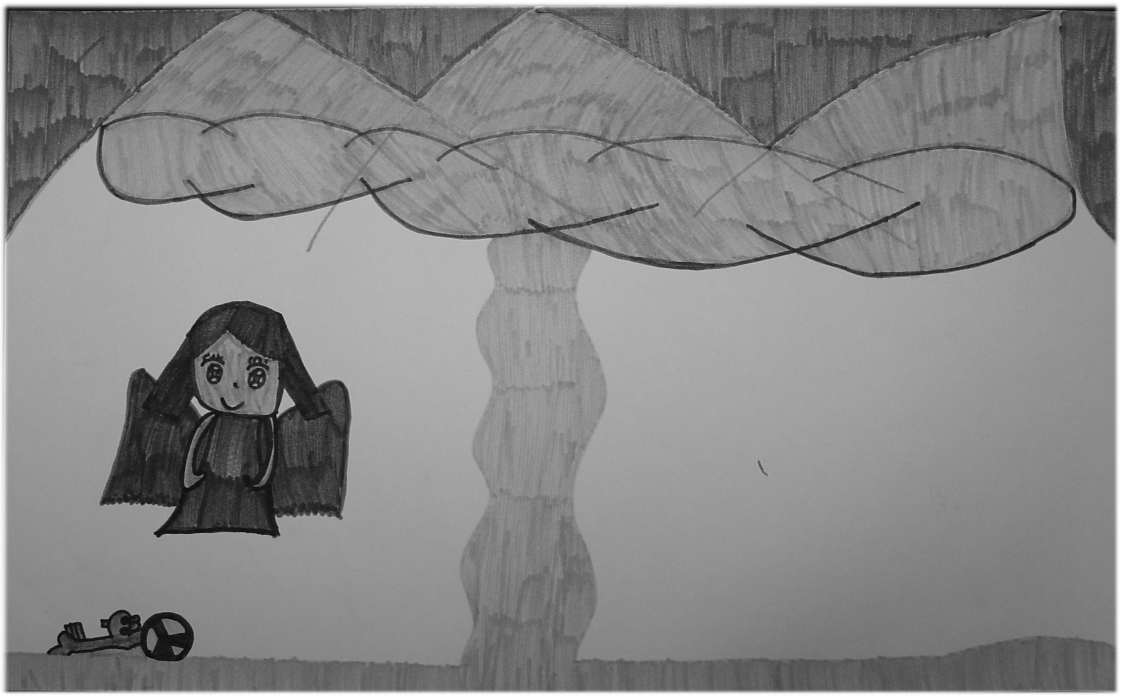
參考文獻

1. Bernstein, B. (1971). Class, codes and control (vol. 1): Theoretical studies sociology of language. London: Routledge.
2. Bruner, J. S. (1996). *The culture of education*. Combridge, MA: Harvard.
3. Burden, P. R. (1990). Teacher Development. In W. R. Houston, M. Haberman, & J. P. Sikula (Eds), Handbook of research on teacher education: a project of the association of *teachers educators* (pp. 311-325). New York: Macmillan Library Reference.
4. Cole, M. (1996). *Cultural psychology: A once and future discipline*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
5. Cole, M., & Engeström, Y. (1993). A cultural-historical approach to distributed cognition. In G. Salomon (Ed.), *Distributed cognitions: Psychological and educational considerations* (pp. 1-46). New York: Cambridge University Press.
6. Davydov, V.V., & Radzikhovskii, L. A. (1985). Vygotsky's theory andthe activity- oriented approach in psychology. In J.V. Wertsch (Ed.), *Culture, communication and cognition: Vygotskianperspectives* (pp. 35-65). Cambridge: Cambridge Universty Press.
7. Engeström, Y. (1987). *Learning by expanding: An activity-theoretical approach to developmental research*. Helsinki, Finland: Orienta-Konsultit Oy.
8. Engeström, Y. (1993). Developmental studies of work as a testbench of activity theory: The case of promary care medical practice. In S. Chaiklin, & J. Lave (Eds.), *Understanding practice: Perspectives on activity and context* (pp. 64-103). New York: Cambridge University Press.
9. Engeström, Y. (1999). Activity theory and individual and social transformation. In Y. Engeström, R. Miettinen, & R. L. Punamaki (Eds.), *Perspectives on activity theory* (pp. 19-38). New York: Cambridge University Press.
10. Engeström, Y. (2001). Expansive learning at work: Toward an activity theoretical reconceptualisation. *Journal of Education and Work*, *14*(1), 133-157.
11. Engeström, Y., & Middleton, D. (1996). Introduction: Studying work as mindful practice. In Y. Engeström, & D. Middleton (Eds.), *Cognition and communication at work* (pp. 1-14). New York: Cambridge University Press.
12. Evan. R., & Schwarz. B. B. (2003). Implications of competing interpretations of practice for research and theory in mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, *54*(2,3), 283-313.
13. Fetterman, D. M. (1989). *Ethnography: Step by step*. Newbury Park, Calif.: Sage Publications.
14. Geertz, C. (1973). *The interpretation of culture*. New York: Basic Books.
15. Gilliand, H. (1999). *Teaching the Native American*. Dubuque, IO: Kendall Hunt.
16. Gordon, S. (1993). Mature students learning statistics: The activity theory perspective. *Mathematics Education Research Journal*, *5*(1), 34-49.
17. Hativa, N., & Cohen, D. (1995). Self learning of negative number concept by lower division elementary students through solving computer-

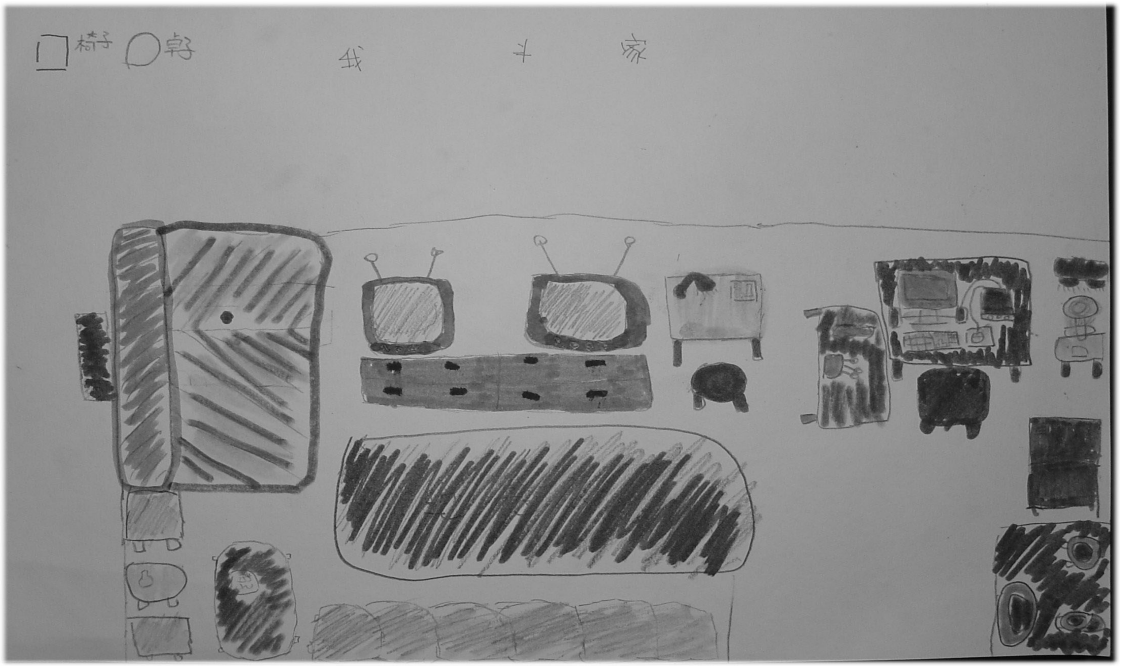
provided numerical problems. *Educational Studies in Mathematics*, *28*, 401-431.

18. Heath, S.B. (1982). Questioning at home and school: A comparative study. In G.D. Spindler(Ed.), *Doing the ethnography of schooling*. New York: Holt, Rinehart & Winston.
19. Hughes, P., & More, A. J. (1997). *Aboriginal ways of learning and learning styles*. Paper presented at the Annual Conference of the Australian Association for Research in Education Brisbane. Retrieved July 21,2006, from http://www.aare.edu.au/97pap/hughp518.html.
20. Kozulin, A. (1996). Vygotsky in context. In A. Kozulin (Ed.), *Thought and language* (pp. xi-lvi). Cambridge, MA: The MIT Press.
21. Lemke, J. L. (1990). *Talking science: language, learning and values*. Norwood: Ablex Publishing Company.
22. Leont'ev, A. N. (1978). *Activity, consciousness, and personality*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.
23. Leont'ev, A. N. (1981). The problem of activity in psychology. In J. V. Wertsch (Ed.), *The Concept of activity in Soviet psychology* (pp. 37-71). Armonk, New York: Sharpe.
24. Mehan, H. (1978). Structuring school structure. *Harvard Educational Review*, *48*, 32-64.
25. Nichols, E. J. (1986). Teaching Mathematics (Vol. I): *Culture, Motivation, History and Classroom Management*. (ERIC Document Reproduction Service No. ED283929)
26. Pewewardy, C. D. (2002). Learning styles of American Indian/Alaska Native students: A review of the literature and implications for practices. *Journal of American Indian Education*, *41*(3), 22-56.
27. Rogoff, B. (1995). Observing sociocultural activity on three planes: Participatory appropriation, guided participation, and appren-ticeship. In J. V. Wertsch, P. Del Rio, & A. Alvarez (Eds.), *Sociocultural studies of mind* (pp. 139-164). New York: Cambridge University Press.
28. Strauss, A., & Corbin, J. (1998). *Basics of qualitative research: Grounded on theory procedures and techniques* (2nd ed.). London: Sage Publication.
29. Vygotsky, L. S. (1962). *Thought and Language*. Cambridge, MA: MIT Press.
30. Vygotsky, L. S. (1978). Mind in society: The development of higher psychological processes. Cambridge, MA: Havard University Press.
31. Vygotsky, L.S. (1981). The genesis of higher mental functions. In J. V. Wertsch (Ed.), *The concept of activity* (pp. 144-188). Armonk, New York: Sharpe.
32. Wertsch, J. V. (1985). *Vygotsky and the social formation of mind*. Cambridge. MA: Harvard University Press.
33. Wertsch, J. V. (1991). *Voices of the mind: A sociocultural approach to mediated action*. Cambridge, Massachusetts: Harvard University Press.
34. Zevenbergen, R. (1998, September). *Classroom interactions and linguistic capital: A Bourieuian analysis of the construction of social difference in mathematics education*. Paper presented at First International Conference on Mathematics, Education and Society (MEAS1), University of Nottingham, Nottingham, UK. Retrieved Octoer 8, 2006, from http://www. nottingham.ac.uk/csme/meas/plenaries/lerman.html

附錄一　吉瓦絲的家



附錄二　君平的家



The Analysis of the Learning of Taiwanese Tayal Junior High School Students and the Design of Teaching Activities Utilizing Activity Theory

Chih-Hsien Huang[1] and Fou-Lai Lin[2]

[1]Center for Native Education, Ming Chi University of Technology

[2]Department of Mathematics, National Taiwan Normal University

Abstract

From a cultural perspective, this research utilized activity theory as the theoretical framework to analyze the influences of cultural factors for Taiwan Tayal junior high school student's study in mathematics. This research also aimed to design teaching activities in light of the findings. The research methodology adopted a grounded theory approach, and the research subjects were 30 Tayal students from aborigines' primary and junior high schools at north. The result revealed that 1) From the cultural point of view, the tension between Tayal culture's "speech-based representation system" and Chinese culture's "character-based representation system" cause Tayal students difficulties to carry out the transformation of representations. 2) Tension formed between Tayal students' "wholeness and conferring of meaning" thinking framework, and "partialness" presented in teaching material and teaching activities, is unfavorable for their understanding of mathematical concepts. 3) Tension is formed between Tayal culture's "open ended discussion" style and "close ended discussion" style in mathematics class, which lowered the opportunity for Tayal students to communicate mathematical knowledge. In the teaching practice perspective, Tayal students can be more actively involved in mathematics learning activities when the tension between teaching/studying systems is considered. As for the theoretical structure, the analysis structure of classroom activity and the design of teaching activities developed from a social-cultural orientation and activity theory, can indeed improve Tayal students' mathematical learning into the cultural stream. Analysis through this systematic network, can reveal the factors influencing Tayal students' learning of mathematics under their cultural background.

Key words: Cultural Representation, Activity Theory, Grounded Theory, Mathematics Teaching Designing, Tension of Mathematics Learning