科學教育學刊
2008, 第十六卷第三期, 255-280

Chinese Journal of Science Education
2008, 16(3), 255-280

學佈脈絡數學問題：探討一位國中數學教師課室佈題實務的改變

黃毓芬[1] **張靜譽**[1] **曾志華**[2]
[1]國立彰化師範大學 科學教育研究所
[2]嘉義市立興安國小

（投稿日期：民國 95 年 9 月 20 日，修訂日期：97 年 3 月 13 日，接受日期：97 年 5 月 6 日）

摘要：本文描述一位國中數學教師（江老師）使用脈絡數學教科書教學時，他學佈脈絡數學問題的經過與發展情形。本研究採詮釋性研究，透過教室觀察、錄（音）影、訪談和蒐集個案教師作教學觀摩的活動記錄，及其參與國科會模組編寫計畫和坊間九年一貫教科書編寫等多項資料，經由反覆解讀和交互檢證分析。結果發現：江的佈題隨著時間推移呈現不同的特徵：初期是無情境無脈絡；中期是無情境有脈絡；後期是有情境有脈絡。

關鍵詞：在職數學教師、教師學習、脈絡數學、學佈題

壹、緒　論

台灣數學教育的改革，受九年一貫課程強調培養學生「帶著走」的基本能力及世界數學教育的改革潮流的影響，也提出培養學生數學能力甚於傳授數學知識的主張（教育部, 2000）。數學能力的培養牽涉到學生形成問題的能力、一般化的能力、邏輯推理與思考的能力，乃至於解題、推理、溝通、連結、表徵，甚至抽象或計算等方面的能力（教育部, 2000; Krutetskii, 1976; 美國數學教師協會[National Council of Teachers of Mathematics, 簡稱 NCTM], 1989, 2000）。能力很難直接教授，因此有學者認為教學的重點在於把實際現象重新還原給學生，讓一些現象能被學生主動「探究」、「建構」、「對談」而理解及計算，並使用數學來詮釋。因此當代的數學教育理念，逐漸捨棄昔日對學生知識的灌輸，改予學生富有情境脈絡的任務，在教師的引導下學生經由個人或小組合作完成任務以培養學生的數學能力(Gravemeijer, 1997; NCTM, 1989)。

長久以來我們的教師受考試文化影響下，習慣以老師或課本為中心，教學的重點聚焦在形式的問題與考題的求解。教師如此加強解題教學目的在訓練學生形成熟練、準確的運算技巧，掌握大量的解題模式和規

律，以利在考試中勝出，提高升學率。但是如此做法有其負面的影響，例如學校追求升學率，常造成考什麼教什麼的偏失，不利學生全面性的發展，也造成學生不喜歡數學，甚至覺得數學難學且無用。

教師若不能適時提出各種問題或佈新的題目挑戰學生的思考，則學生數學概念的發展將會受到影響（Abu-Elwan, 1999）。伴隨著此一教改潮流，許多強調學生探究真實世界的數學情境，和進行以問題為中心的討論改革導向的數學教材已不罕見。例如：在美國的數、資料和空間的探究（Investigations of Number, Data and Space）、連結數學專題（Connected Mathematics Project）、核心數學專題（Core Plus Mathematics Project）、互動數學方案（Interactive Mathematics Program）、脈絡中的數學（Mathematics in Context）…等（Lloyd, 2002）。又如荷蘭的現實教育理論（Realistic Mathematics Education, 簡稱 RME）也提出脈絡數學問題，主張學生當下對任務的經驗生成直覺、非形式的策略，以學生既有的策略為基礎，安排任務提供學生實際現象，給予學生有組織和結構的機會（Gravemeijer, 1997）。

國內也不例外，2001年隨著九年一貫課程的推行，在教科書開放和一綱多本的政策下，市面上出現六、七種不同版本的教科書，其中有一版名為「台灣數學（Mathematics In Taiwan, 簡稱 MIT）」的教科書，書中就充滿了許多具有情境脈絡的數學問題。本研究對象江老師任教學校所選擇的教科書就是MIT。我們原以為教師拿到 MIT 就會教因為有情境脈絡的問題都是現成的，教師只要照著 MIT 書中的問題來佈題就行了。但是很快就聽聞許多教師不知如何教 MIT。當然江老師也不例外，因此我們就走進江老師的數學教室進行長期且深入的觀察江老師是如何使用 MIT 在教學的。

江老師一開始對 MIT 中的數學問題或任務覺得不知如何是好？不知道從何教起？因為書中甚少傳統教科書常見的形式數學符號和式子，而情境脈絡又不是數學。但經過一年的調整和學習，我們發現江對有情境脈絡的數學問題或任務，已能從不會用到頗能成功融入課室教學。因此，到底教室中教師是如何學會的，引起我們對教師在教室佈題經過與發展情形的關注。

台灣近四十年來有多次課程改革，教材不斷修改，但也一再被發現學校教師的教學往往依舊。過去多歸因於受學校考試領導教學的影響，然而根據我們近距離觀察教師教室教學實務發現，並非教師拿到教科書就會教，換言之，教師並非拿到新教材就能落實新教材的精神。對教師而言改變是一緩慢且複雜的過程。迄今我們對此一過程了解非常有限。然而，對此一過程的了解對未來課程發展和師資培育及教師訓練或教師專業發展有其重要的意義和價值。

基於以上這些考量，歸結本研究要探討的問題為：在使用 MIT 教科書教學的情形下，數學教師在課室是如何學會佈有情境、脈絡的數學問題，特別聚焦在前、中、後期教師所佈問題之特徵及其改變？

貳、文獻探討

一、脈絡數學問題及其作用

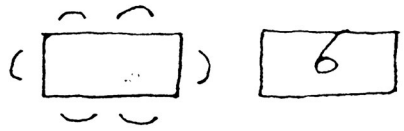
當代荷蘭的現實數學教育將取自現實生活的問題、發展出具脈絡的數學問題，進而展開一系列的教學設計（Frendenthal, 1971, 1991; Gravemeijer, 1994, 1997; Treffers, 1987, 1991）。Gravemeijer（1994）以「長除法」為例說明學生在教師的引導下重新發明數學（長除法）的過程。它是從具體的情境脈絡

數學問題開始，逐步去情境去脈絡的過程。以下是這個長除法的例子。

當8、9歲未學過等分除法概念的學童，面對如下的脈絡問題：

問題一：今天晚上，有81位家長到我們學校參觀，每6位家長坐在一起圍成一桌，我們需要幾張桌子？

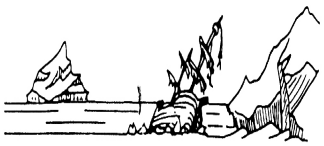
教師並畫一、二張桌子作為提示：



安排座位（引自 Gravemeijer, 1994, p. 84）

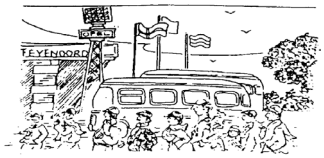
學生先自行解讀，也就是「描述」問題當中的關係、條件，哪些是重要的、次要的等等，並尋找解決的策略。有些學生使用連加；6+6+6+…，或一步一步乘，1×6，2×6，3×6…，有些只寫下數列的結果，6，12，18，…。有些以10×6開始以便後續再乘或加。有一個學生心裏知道6×6，兩倍以後會得到12×6 = 72，加了一個6之後，還要加。教師鼓勵學生比較這些出現的解答，大部分學生發現一開始寫10×6是很不錯的捷徑。接著教師可以引入解決比較大的數的問題，如問題二，一艘擱淺在 Nova Zembla 小島的船，船上荷蘭水手的故事：

問題二：有一艘擱淺的船，船長得知船上有4000片口糧，有64位水手在船上，每個人一天可以分到3片口糧，也就是水手們一天需要192片口糧，這種情況可以維持幾天？（可以處理比較大數字）（引自 Gravemeijer, 1994, p. 86）



口糧的消耗每天有一定的比例，學生解答的過程有很大的不同。有些人一次減192，有些人以192作2倍、10倍的增加。接下來選用合適的脈絡問題可以讓學生進入10進位系統：

問題三：有1296位足球迷，組團搭車要到體育場，團長知道一輛遊覽車可以坐38人，每十輛車會有折扣，需要多少輛遊覽車？（折扣暗示連減的次數是十的倍數）（引自 Gravemeijer, 1994, p. 87）



類似問題二、三可以處理比較大的數字，而折扣暗示連減的次數是十的倍數，這些脈絡問題，問題依舊只是數字變了，初始的解題策略解仍然有效，但當學生的策略提升到一次取走的最大、最靠近的數是什麼，長除法的算式浮現了。換句話說學生先探究問題的脈絡，浮現一些非形式想法，漸漸的發現解題過程中的一些東西一再出現，這些解答過程，逐漸被結構出來，且越來越精簡，進而形成一般化的過程。當問題的解答成了例行性，過程也被壓縮和形式化，最後產生了形式的、標準的語言和符號。

關於脈絡數學問題的教學，Gravemeijer（1994）提出三個對教學發展的啟示，分別是經由漸進數學化引導重新發明、教導現象學的分析、浮現模型。所謂經由漸進數學化引導重新發明，在前面長除法的學習過程，對脈絡問題的使用，顯示出數學可以視為實際問題解題的演化，而形式數學就是這個朝向一般化演化的過程。教學時，教師可以想像有一條學習的路徑，沿著這條路徑，學生可以建構出想要的結果，這便是經由漸進數學化引導重新發明。但是通向形式數學的路徑不

只一條，教導現象學的分析就是在教導現象中找出一條由「特定」通向「一般化」的「問題情境」的路徑，這些問題情境，可以引發解答策略，也可以提供反思作為進一步數學化的基礎。至於模型的浮現，脈絡問題中常常附有圖、表、工具、符號…等，提供給學生在描述自己的意見時當作模型操作與解釋。起先學生使用模型來支持自己直覺的知識與非形式解題策略，然後隨著問題策略越來越具數學觀點，模型的解釋和使用可以跨越情境，而有一般性的特色，這些圖、表、工具、符號角色開始轉變，有自己的屬性，成為數學推理的基礎，再進一步抽象成為形式數學。

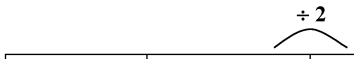
任務的設計融入學生對數學作探究的改革想法，Gravemeijer（1997）特別提出這是脈絡數學問題與傳統對問題不同的地方，有了可以對探究進行反思並且進一步形成問題的任務做基礎，當教師進行教學時就方便許多。

二、教師如何佈脈絡數學問題

脈絡問題的使用為學生學習的起點，教學前須對學生的學習預想，在教與學的過程分析，以便於下次教學時問題的準備，這是一個週而復始的循環，但對習於講述的教師對於使用脈絡數學問題是陌生的，因此有必要針對如何佈脈絡數學問題加以說明。茲舉本研究個案教師使用的 MIT 國中數學課本第一冊分數相乘單元為例子，說明教師如何預視學生的學習。MIT 編輯群考量台灣學生最能適應的脈絡數學問題當以台灣社會文化為背景，便以客家「擂茶」作為任務情境、脈絡的描寫：

> 佳明是客家人，從小喜歡吃擂茶，吃過炒什錦米粉之後，他想讓大家分享一下客家擂茶的美味，於是他拿出食譜，並為同學做示範做法。
>
> 擂茶（8人份）
>
> 材料：
>
> 綠茶$2\frac{1}{2}$大匙 花生$\frac{3}{4}$杯 黑芝麻1大匙 南瓜子4大匙 熟糕粉$\frac{1}{4}$杯 白芝麻1大匙 爆米花8大匙 紅砂糖$\frac{1}{2}$杯 杏仁片$1\frac{1}{3}$大匙
>
> 作法：
>
> 1、將茶葉、花生、芝麻、杏仁片、南瓜子放入擂缽中，用擂棍慢慢擂成末，而後加入熟糕粉和紅砂糖，用擂棍擂勻，中間過程不斷加開水，使材料變成漿狀。
>
> 2、沖入沸開水，即可與爆米花共同食用。
>
> 同學看到佳明擂茶覺得新奇有趣，而且又香又好吃。各組同學紛紛想擂茶 DIY。各組人數2到10人不等，而佳明的食譜為8人份，試求擂茶4人份所需的綠茶份量。（南一, pp. 12-13）

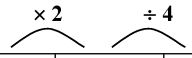
豐富的脈絡數學問題通常取自於日常生活中現實可知的情境，可與其他學科分享共同的背景，也可以用各種不同的形式出現，像短文、故事、剪報…等。現實問題自然開放，學生解豐富的脈絡數學問題，可允許不同的途徑，並由此逐步走向數學化（Goffree & Dolk, 1995）。學生可以貢獻出許多解題的策略，教師提示將「擂茶」連結到比率表運算：



擂茶（人份）	8	4
綠茶（大匙）	$2\frac{1}{2}$	

由於2的一半是1，$\frac{1}{2}$的一半是$\frac{1}{4}$，所以$2\frac{1}{2}$的一半是$1\frac{1}{4}$；或是$2\frac{1}{2}\div 2=\frac{5}{2}\div 2=\frac{5}{4}$

或



擂茶（人份）	8	16	4
綠茶（大匙）	$2\frac{1}{2}$	5	$\frac{5}{4}$

藉由表格的欄位（MIT 稱為比率表），在準備不同人份的食譜時，得以了解分數間的關係，解決有關分數的問題，這種以學生既有知識經驗為出發點的非形式解法，較容易由學生自己發明，作用在比率表上的運算其實相當於以下的算式：

$$2\frac{1}{2} \div 2 = (2\frac{1}{2} \times 2) \div (2 \times 2) = 5 \div 4 = \frac{5}{4}$$

起於擂茶的情境脈絡是為了方便學生思考，目的是提供可供學生「去除」的情境和脈絡。學生是從日常生活中容易了解的擂茶活動開始，當聚焦到要解決的問題時，比率表出現了，而擂茶的情境和脈絡逐漸退去，最後剩下數學比例式的運算，這就是一個「去脈絡」或數學化的過程。如果學生不能數學化做出分數乘、除的形式運算，表示他對之前的情境脈絡仍有依賴，學生可以隨時退回先前以「比率表」學習分數放大、縮小的學習經驗，等他累積足夠的能量，能掌握活動背後的形式時，就不再需要依賴擂茶的情境脈絡。

再舉小學六年級的學生學習有關「量測」的問題，作為數學化的例子（Treffers, 1991），當老師提出：

1.某某人說他在百科全書上讀到荷蘭（如下圖）的面積是36,482平方公尺，你想這是真的嗎？



荷蘭

學生開始分組討論，教師作組間巡視提供幫助使討論繼續，像教師如果聽到學生說「這個數字太大了，根本畫不出來所以不能判斷真或假？」教師可以提供小線索像「如果說是花園的面積呢？」就可以讓討論繼續。經過學生討論後，紛紛提出否定的看法，以及每一組判斷的方法，例如：答案是不可能。因為一個200公尺乘以180公尺的長方形，像兩個足球場那麼大，就差不多36842平方公尺了，所以荷蘭的面積不可能是36842平方公尺。而且討論到最後所有的小組都同意是平方公里不是平方公尺，教師再回到之前的問題加上學生發明的問題：

2.如何才能得到 36,482 平方公里這麼精確的答案嗎？

3.河流、湖泊、山丘算到面積內嗎？

4.在荷蘭退潮時的面積比漲潮時大，相差多少呢？這部分的面積應不應該列入考慮呢？

5.如果我們有一個做好的荷蘭的模型，有可能計算出這樣精確的數字嗎？

6.針對原來的題 1 寫一段話給提出這個陳述的人，說明這個數據是不可能的，解釋你認為的正確答案是多少，並說明怎麼得到的，例如：對漲潮而退潮的海岸線，怎麼處理？（量測，六年級）

教師先前已經預測這個問題適合大部分學生，所以佈建問題的焦點是學生已經知道的是什麼，然後提供機會讓他們以自己的策略解題，再給予新的情境繼續佈建，為策略的演化提供意義。

三、與佈題相關的專業成長計畫

與佈題相關的專業成長計畫可分職前與在職教師方面，職前教師受限於過往的求學經驗的學校數學，因此師資培育者大多結合大學課程給予各類問題情境，讓職前教師學習擬題（Abu-Elwan, 1999; Crespo, 2003; El Sayed, 2002; Leung, 1994）。Abu-Elwan（1999）在數學科教材教法課，讓職前教師先學習 Stoyanova 提出的開放的問題情境（free situation）、半結構化的問題情境（semi-structured situations）、結構化的問題情境，然後要求職前教師(1)從已知的課本問題佈題，包括「從數學課本中選擇問題」、「確定已知/未知條

件」、「加上或刪除一些條件」形成新問題；(2)從半結構化的情境佈數學問題，包括「把半結構化的日常生活情境呈現給所有學生」（如：有一個人花了350埃幣買了一輛腳踏車，一年後想賣給鄰居）、「要求學生以自己的想法完成這個半結構的情境」，（如：用自己的想法完成一個數學的情境）、「每位學生完成這個情境並提出一些數學問題」，Abu-Elwan 以無任何處理的控制組與使用(1)(2)策略的兩實驗組做比較。結果顯示，兩實驗組佈題能力前、後測 t 檢定有顯著差異，表示兩種策略都有效。不過兩種不同的策略，對兩實驗組佈題能力提升後測的 t 檢定並無顯著差異，顯示兩種策略效果相當。控制組分別與兩實驗組的後測作 t 值檢定有顯著差異則顯示實驗組佈題能力均提升。也有學者強調職前教師從實務中反思學習，Crespo（2003）提供一些非傳統任務供職前教師選擇，也要求職前教師自己擬題，參與該計畫（penpal project）的職前教師（20位），必須把自己的選擇/設計的數學問題寫信（letters）給小學五、六年級的學生，將學生實際解題的情形寫在日記（journal）裡，並彼此分享討論。在這些職前教師的日記裡，可以看到他們對問問題的掙扎、對學生反應的驚訝與挫折，日記裡充滿了反省也促使他們想出更好的辦法回應。有多位職前數學教師的佈題策略，初期的類型是：讓問題容易解（4位）、佈熟悉的問題（5位）、盲目選擇問題（4位）。經過11週的上課與討論（兩週一次）之後，這些職前教師的佈題才變得更加大膽。有些問題型式像猜謎一樣，且具有開放性，也會鼓勵學生探索、延伸主題、需要計算以外的能力等。在問題結構上也不再那麼呆板，題目未知的部分不再只是計算的結果而已。職前教師們的主要佈題策略轉變為：嘗試不熟悉的問題（6位）、佈題以便挑戰學生的思考（4位）、佈題以了解學生的思考（3位）。除了上述這些佈題實務上的改變，Crespo 也發現這些職前教師對於值得學習的數學問題，和學生的數學錯誤的看法有顯著的改變。例如，視數學問題為挑戰和探究學生數學思考的方法，不再只是將它看成引起動機的裝置而已；學生數學做錯，以前則是刻意避免，後來則改變成不去阻止犯錯的可能性，並促進學生思考。

在職教師的成長計畫通常考慮與實務結合，在佈題方面，劉祥通和周立勳（2001）的研究，主要目的是改變教師角色成為佈題者，幫助教師教師在每個單元研究的前半階段（數學寫作之前）擔任「假設的製造者」，參與研擬「佈題策略」、「寫作題目」與「行動方案」；在研究的後半階段擔任「假設的檢驗者」，共同檢驗與分析學生的學習情況，從而提出改進行動方案之道。藉由協同行動研究法探討發展國小教師數學佈題能力的可能性，並試圖進一步發現影響佈題能力發展的因素。參與研究的三位教師中，甲教師的佈題能力沒有獲得明顯改善，推測是教師的理論（數學結構知識）與信念（數學教學信念）影響了她在教室裡的教學行為。

又如 CGI 一系列的研究(Carpenter, 1997; Carpenter & Fennema, 1988; Carpenter, Fennema, Peterson, Chiang & Loef, 1989; Fennema, Carpenter, & Peterson; 1989）發現，教師學習了解學生數學思考的發展可以導至信念與實務的改變，而這種改變又會反映在學生的學習上。但是 CGI 所用的是簡單的文字題，Carpenter（1997）延伸 CGI 的研究計畫使用脈絡問題，研究者與教師的互動聚焦在教師先預測學生可以對問題建模，教師學習重視學生以直覺策略在問題情境中解題時數學思考的發展，同時教師必須應用在教學實務上，作教學計畫的根據，來支持學生這項發

展，參與計畫的教師信念因而逐漸改變。

隨著教改的腳步，教師不只需學習各種問題情境，甚至是融入改革理念的脈絡數學問題。Abu-Elwan（1999）的研究顯示促進學科教學知識的了解之後，教師甚至可以恰當改編課本的問題，而利用學生回饋促進教師反思更是提升佈題的主要力量（Crespo, 2003）。數學課室的實務複雜得多，劉祥通和周立勳（2001）的研究顯示教學過程中教師的信念扮演重要的角色，而 Carpenter（1997）的研究顯示，使用脈絡數學問題讓教師於教與學的過程學習有助於信念改變。綜合上述研究，我們有必要研究對當代教學理論有所了解的教師，在數學課室教與學的過程所顯示的佈題特徵及其變化。

參、研究方法

一、研究方法

本研究採取詮釋性研究法，理由是在數學教室的教學活動中有許多特定的互動，也有很多歧異性很大的師生交互作用(Gallagher, 1993; 楊榮祥譯, 1993)，用他們的觀點，利用他們的行動與互動，來了解這群人在做什麼（Tobin, 1999），詮釋性研究可以讓研究者描述發生的過程，探測所觀察到的事務道理何在，並且為教師在課堂上的所作所為形成理論（Tobin, 1993; 楊榮祥譯, 1993）。本研究針對個案老師的教學進行長期的觀察，藉由個案教師的描述、解釋以及寫下的看法，來敘述所發生的事情，以便深入描述個案教師在學佈改革取向的脈絡數學問題之經過，及其佈題特徵之改變。

二、研究脈絡

為了配合九年一貫教改，國科會大力支持有關的教師專業成長和教材發展研究計畫，在這樣氛圍下，於2000年至2003年間，在中部有一群教學碩士班在職數學教師（約30位）在被邀或主動參與了一項國科會資助有關教學模組發展與數學教師專業成長的研究計畫（張靜譽, 2000）。本研究個案江老師是當中的成員之一。期間，計畫主持人也受邀參與坊間出版社九年一貫國中數學課本的編輯，在這樣的情況下，主持人除了把部分計畫研究經驗應用到教科書的編寫外，並邀請在計畫中表現較優的教師納入教科書的編輯群。江較晚參與計畫，也較晚被邀參與教科書編寫。江受邀參與三、四冊的編寫時 MIT 第一、二冊早已完成，基本上，江對 MIT 第一、二冊是陌生的，且對 MIT 的編寫還在摸索學習的階段。研究計畫和教科書編輯會議基本上都是隔週舉行一次。在兩個會議中，教師們除了有機會試行教學模組（或數學任務）的設計之外，對於學生數學的學習均有詳細的探討，並且也把自己的想法帶回教室進行測試或試教。隨著九年一貫教改進到國中且江的學校同仁也選取了教改取向的新教材 MIT。因此，本研究的場域有三：(1)個案教師的數學課室（一年某班）；(2)個案教師參與的計畫會議；(3)個案教師參與的教科書編輯會議。

三、研究對象

本研究旨在探討教師學習以問題為中心教學，在課室佈脈絡數學問題的實務。考量資料的豐富度及研究的可行性，遂採立意取樣（purposeful sampling），選取一名較具代表性的國中在職數學教師為樣本。江老師畢業於某師範大學數學系，有十年講述教學經驗，對數學和數學教學頗為自負和自信，對講述教學很有心得且很自信。他曾表示使用舊教材時，一個數學性質出來，他可以開始教很多的題目，他很自信是一個很會講解題

目的人，「一個題目，我可以講得你很容易懂。」然而，多年的教學經驗，江也深刻體認到並非所有的學生都可以如此學好數學，事實上仍有許多學生無法適應，不少學生經過國中三年的傳統教學學習，結果不進反退，甚至放棄學習數學。因此，江老師逐漸產生應將抽象的數學觀念，具體化或活動化以利學生的學習的念頭，可惜他並未訴諸行動，仍然一直用傳統講述教學。即使後來他進入中部某師大數理教學碩士班進修，對新接觸的數學教育理論，如：行動-過程-物件-基模（Action-Process-Object-Schema, 簡稱APOS, Dubinsky, 1991），能侃侃而談，頗有心得，但仍未見他把這些理論應用在他的教學上。恰逢九年一貫課程進到國中，江任教的學校選用 MIT，我們很好奇這樣一位頗為典型的傳統數學教師，面對教改的衝擊他的教學會如何因應，特別是學校又選用了教改取向的教科書 MIT，在這樣的情況之下，教師就無法再以因缺乏教改取向的教科書，作為他們的教學難以改變的理由。基於這些考量，江就被我們選做研究的對象。

四、研究設計

本研究的進行時間為期一年。是在一項三年的教學模組發展研究計劃當中的第二年。江與研究者（第一作者）於第一年加入計畫，第二年（2002）年八月開始加入教科書教學模組發展並於十月底完成模組的原型，九月研究者進入教室進行密集五週到十月25日的課室觀察，十月之後改以一個月二次進入課室觀察，其中2003年一月份到上學期結束，因江的親人過世請假學校派請代課教師授課，因此暫停研究者對江的佈題觀察，但在同一學期末曾對江進行晤談，上學期江佈課本任務以閱讀課本之後口頭或書寫佈題，研究者於上課時寫下觀察日誌，下課後針對上課情形與江晤談。我們對模組設計後的佈題特徵感興趣，因教學觀摩最能激發教師佈題的能力，因此下學期以教師教學觀摩的方式，呈現教師教學佈題特徵是否改變，如此經過一年，之後江任教學校使用的課本變更為他版，同時江老師也在自己的班上進行自己的模組試教，以進行教學碩士論文資料收集時，我們再度請江作教學觀摩，並請江觀看先前自己教學影帶的方式進行訪談，以對換教材是否影響佈題能力之追踪研究。

五、研究者角色

本研究第一作者長期在高工任教數學，且在進到彰師大博士班之後曾嘗試改變教學，從傳統教學改變到以問題中心教學有四年的經驗，因此對傳統教學和教改取向的教學有相當的了解和經驗，且與研究對象江一起經歷計畫成員、課本編輯、與進駐教室作課室觀察，因為本身為高職教師，與江老師在教學、學生年齡層、環境不同，讓江老師感覺威脅較小，研究者進入研究機構較久，已有分組合作學習的佈題經驗，可以看出江所遭遇的問題，與江分享自己在自己任教班上佈題改變的經驗。第二作者乃數學教育教授，從事教改取向或基於建構主義的教學，和教導教師從事教改取向的教學有十多年的研究與實務經驗，於本研究他作為指導與咨詢的角色。第三作者乃第一作者之學長，其博士論文題目是有關數學教師專業成長之研究，對教師改變教學有相當的理論與實務經驗，於本研究作為研究同儕的角色。三位研究者經常在一起觀看教學影帶和討論有關資料，並在資料分析和解讀上提供達成共識的平台，以提高本研究的信效度。

六、資料收集與分析

資料收集來源主要有三：(1)教室觀察和

晤談。江老師教學現場資料，包括：課室觀察錄影轉錄資料，即研究者於個案教師九十一學年度上學期開學後，連續五週密集錄影觀察共30次。之後，改為一個月觀察一次，共4次。並於12月25日舉行教學觀摩預演，及於12月28日江代表學校至他校舉行教學觀摩一次，下學期 MIT 主編至江任教學校作教學觀摩一次，江在校內作教學觀摩一次，一年後江再作教學觀摩一次。研究者之觀察日誌與課後非正式晤談與追蹤晤談資料從2002~2003年共20次。此外還有書面文件如：個案教師設計之學習單、記錄在數學課本的筆記、學生的評量資料及段考、小考試卷等；(2)專案計畫會議記錄：江參與研究計畫的會議記錄：從2001~2003共51次，以及模組設計資料，還有他在任教學校讀書會會議記錄（上、下學期）16次，研究者曾出席其中9次；(3)教科書編輯資料：江參加坊間教科書編輯所收集的資料包含:「團圓」、「停車場」、「歡迎來挑戰」、「蛋糕真的一樣大嗎」、「後面座位的視角一定比較小嗎」「局佈推理」等主題。

資料收集後研究者先閱讀蒐集的資料並將佈題及其事件文本作記號，反思研究者與原稿之間的互動，包含教室裡教師佈題的用意？什麼屬佈題？到哪裡算是佈題段落？經過分析之後又回到文獻，參考了 Borasi（1986）藉由分析問題不同的形式和屬性，來回比照所看到的實例與文獻是否有相同處，再慢慢形成類型定義，且不斷修正，達到一種相對穩定的狀態，然後對江所佈的任務發展編碼類別如：(1)任務的資料：太多/恰當/匱乏，(2)任務延伸的問題：有文本/有文本強調數學性質/無文本/沒出現，(3)解答的方法：操作解釋/計算/脈絡探究，(4)答案：開放多元/建構多種答案/很多方法一種答案/一種答案，以及(1)提問的來源：教師/課本/學生，(2)提問的問題：封閉-事實/開放-解釋/判斷，(3)提問的時機與次數；例如：在「超速車輛百分比」的單元，教師除了提到學校附近哪裡有超速偵測器，以及超速時將被拍照收到罰單，還提及反偵測器買的時候合法，用的時候不合法，在高速公路上被警察攔檢發現，將會被取締，與原來脈絡不相干是屬於「資料太多」；利用課文中的表格「6:30~7:00 測得超速與未超速車輛如下表」，並口頭念出問題，屬於「有文本強調數學性質」；以學生搶答的方式解答的方法屬於「計算」及「一種答案」；教師根據報告學生的解題提問，提問來源屬於為「教師」。

有關在職數學教師的佈題，我們以不同方式搜尋不同來源的資料，將在職教師模組設計的成果、課室佈題與教學觀摩互相比較，再利用非正式晤談、會議中與研究人員的互動與書面紀錄、與課室互動對立比較，由研究者、博士班同學與指導教授作三角檢證。

肆、研究結果與發現

為方便對照並幫助了解江老師佈題特徵的改變，我們根據資料所浮現的類型將他學佈題的改變歷程分為初期、中期、後期。先標明各期的佈題特徵，再分別描述對應到不同特徵的問題類型。

一、無情境無脈絡

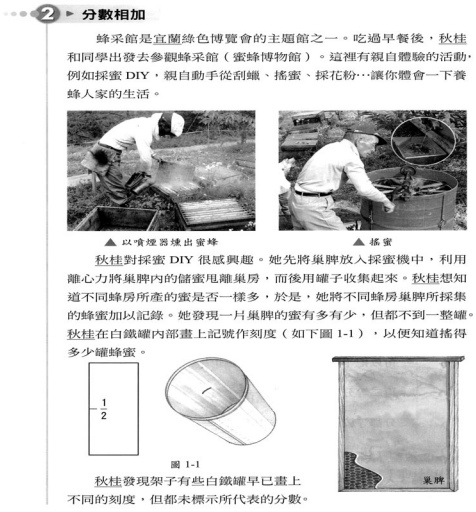
學期一開始，江老師在課堂上以「為什麼 $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$ 為什麼不等於 $\frac{2}{5}$ 」為例，向學生解釋為什麼以及如何進行分組與討論，表示選用此版教科書的目的是希望學生對此數學概念能作出合理的解釋。（2002/9/2觀察日誌）同時他覺得課本所描述的故事和情境和一些看

來很日常的問題，這些都不是數學，但是作為教師的職責，就是要把教科書中的東西講清楚說明白教給學生，可是，過去充斥教科書等待教師講解的題目，在 MIT 中突然消失不見了，舉目所見都是一些看起來不像數學的東西，一時之間他有不如何教的感慨。江仍然以過去傳統教學的方式使用 MIT 內的任務，很快他就覺得不順手，而且教室產生許多令江甚感意外的場面。

(一)簡單文本的數學問題

原本打算用過去解說題目的方式介紹 MIT 中的內容的江，但很快的就面臨不知如何為繼的困擾。一般來說，江老師是以自己的感受為主，先為學生說明課本情境的內容與圖片，並加入一些個人的想法和經驗，之後再用口頭或書寫方式佈題。以主題一「分數相加」單元為例，課本以介紹學生到宜蘭進行戶外教學時的情境開始如下圖1，2（南一, pp. 6-7）：

江先問「圖片中左邊的老爺爺在做什麼？」「右邊那部機器是做什麼？」，再連接到如何採蜜，並講述自己的採蜜經驗，甚至


2 ▸ 分數相加

蜂采館是宜蘭綠色博覽會的主題館之一。吃過早餐後，秋桂和同學出發去參觀蜂采館（蜜蜂博物館）。這裡有親自體驗的活動，例如採蜜 DIY，親自動手從刮蠟、搖蜜、採花粉…讓你體會一下養蜂人家的生活。

秋桂對採蜜 DIY 很感興趣。她先將巢脾放入採蜜機中，利用離心力將巢脾內的儲蜜甩離巢房，而後用罐子收集起來。秋桂想知道不同蜂房所產的蜜是否一樣多，於是，她將不同蜂房巢脾所採集的蜂蜜加以記錄。她發現一片巢脾的蜜有多有少，但都不到一整罐。秋桂在白鐵罐內部畫上記號作刻度（如下圖 1-1），以便知道搖得多少罐蜂蜜。

圖 1-1

秋桂發現架子有些白鐵罐早已畫上不同的刻度，但都未標示所代表的分數。

圖 1：分數相加的情境

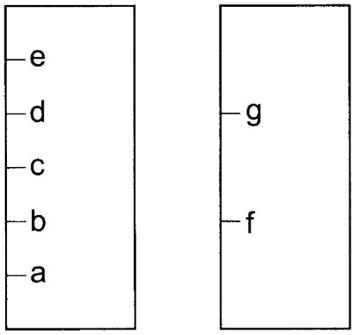


圖 2：例題一之盛裝蜂蜜的罐子

告訴學生如何辨別蜂蜜的真假，學生聽的十分投入。接著例題一江覺得很簡單，直接以師生口頭問答帶過。

江：這個地方的主題是把蜂蜜採下來之後，當然不可能一整桶拿來賣，所以要分裝。分裝的情形，我們來看一下例題一，假設這是分裝的桶子，各位同學知不知道，這是幾等份的桶子？

學生（一、二人）：1/2。

江：先看左手邊有標示 a、b、c、d、e 的桶子，在第七頁最上面有兩個長條的圖形，一個標示 a、b、c、d、e，一個標示 f、g，標示 a、b、c、d、e 是可以分成幾等份的桶子？

全班：6等份。

江：如果蜂蜜裝好，在 a 的地方呢？

全班：$\frac{1}{6}$。

江：b 呢？

全班：$\frac{2}{6}$。

江：c 呢？

全班：$\frac{3}{6}$。

江：d 呢？

全班：$\frac{4}{6}$。

江：e 呢？

全班：$\frac{5}{6}$。

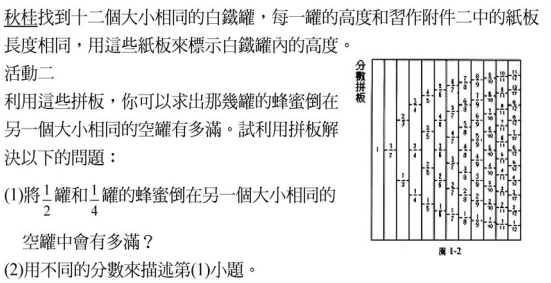
江：f 呢？

全班：$\frac{1}{3}$。

江：g 呢？

全班：$\frac{2}{3}$。（2002/9/5課室觀察影帶）

在江口頭佈題的例題一問答之中，他省略 MIT 原本安排「秋桂先觀察養蜂人家的生活，想知道不同蜂巢所產的蜂蜜是不是一樣多」和「收集蜂蜜的白鐵罐」，以及「秋桂在某白鐵罐半罐處，畫上記號表示$\frac{1}{2}$罐的蜂蜜」，這些問題情境的鋪陳原本是作為銜接學生生活經驗的起點，和思考問題的鷹架，也沒有打算連接到由一罐一罐蜂蜜的感覺來引出所代表的分數的量，隨後也省略掉如下非常關鍵的「主角秋桂找到十二個大小相同的白鐵罐，每一罐的高度和習作附件二中的紙板長度相同，用這些紙板來標示白鐵罐內的高度」。


秋桂找到十二個大小相同的白鐵罐，每一罐的高度和習作附件二中的紙板長度相同，用這些紙板來標示白鐵罐內的高度。

活動二

利用這些拼板，你可以求出那幾罐的蜂蜜倒在另一個大小相同的空罐有多滿。試利用拼板解決以下的問題：

(1)將$\frac{1}{2}$罐和$\frac{1}{4}$罐的蜂蜜倒在另一個大小相同的空罐中會有多滿？

(2)用不同的分數來描述第(1)小題。

圖 3：白鐵罐內蜂蜜的高度

江對課本中的諸多情境脈絡單字未提，好像它們根本就不存在似的，待要進入活動二，江對教材內容的介紹是：

剛才不是將蜂蜜店講得好好的嗎？為什麼要設計這個東西出來？他假設我是蜂蜜店的老闆，客人要買一罐的二分之一，我們知道二分之一是量筒的一半（將兩等分的分數條拿到旁邊），客人說二分之一太少了，再買四分之一好了，老闆又拿了一個量筒倒了四分之一，那我到底賣給他有沒有超過一罐？到底賣給他多少？如果我不用國小的加法，我們說過了嘛，國小的分數加法，知道怎麼算不知道怎麼用，那能不能用教具拼出你的答案？國小你們都要直接通分嘛，現在給你的是說用分數條表示給我看，請討論。（2002/9/5課室觀察影帶）

從江的佈題可以看出他用過去所熟知的教學模式在摘取 MIT 文本中熟悉的部分，若遇到不熟悉的部分，不是跳過就是改變成他熟悉的傳統模式。活動二之後的例題二與隨堂練習如下：

例題二

秋桂把$\frac{1}{2}$罐和$\frac{1}{3}$罐的蜂蜜到在另一個大小相同的空罐。

利用你的分數拼板說明倒在一罐的蜂蜜有多滿？

隨堂練習

如前頁例題二的算式寫出不同的算式，至少 5 個，並說明你的算式為何是對的。

圖 4：鐵罐中蜂蜜的量

江老師口頭改編為：

(1)利用分數條可以做出的分數的加法，各想兩三個。(2)如果沒有分數條該怎麼做？

原本活動二、例題二與隨堂練習用意在學生為了「倒蜂蜜」，當兩罐蜂蜜倒在一起形成另一個不同量的分數的意義即「$\frac{1}{2}$罐加$\frac{1}{3}$罐等於$\frac{5}{6}$罐」的意思，當類似的情境、問題可以幫助學生對自己的策略做反思。但江

老師「利用分數條可以做出的分數的加法，各想兩三個」的數學問題，所以學生舉出一些分子為1的分數加法的例子，江還補充了 $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$ ，最後成了 $\frac{1}{3}+\frac{1}{4}$ 、 $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$ 、 $\frac{5}{10}+\frac{6}{12}$ 、 $\frac{1}{2}+\frac{1}{12}$ 四題。課本的情境脈絡和活動是逐步要讓學生自然的使用分數拼板來描述與解釋，換句話說這些分數拼板是安排作為學生未來解決分數加法的認知工具，卻因為被教師簡化與誤用，所以當教師要求學生上台找出等值分數，以分數條的操作出結果，只有少數數學表現較好的學生像晨萱、憶萱、言曲、佳佳…等可以上台操作分數條，後續到「分數乘以整數」時，當江老師強調「整數要乘在分子，是由分數連續相加而來」，言曲就質疑「分子加，為什麼分母不加？」。M.I.T.特地為學生設計的情境脈絡，反而被教師自動去除，直接給學生脫離情境和脈絡的問題，並要求學生熟練操作一些很形式的數學問題，又回到傳統的無情境或脈絡的問題，如此一來學生又回到以往傳統無情境脈絡數學的學習，學生不能解釋分數加法的真正意義，也就不足為奇了。反而是當時江老師十分驚訝言曲為何又提到這個問題，此時江老師不了解學生為何不能解釋分數加法的意義，也不知道如何有效的來解決此一問題，他就以「分數條操作過了」來回應學生，應付了事。

(二)思考量小的問題

這段時間江也會避開思考量多的任務或活動，只給學生思考量小的任務。我們以該班使用的課本中「比、分數、小數與百分比」的單元為例，在總共十八個問題當中，被跳過的就有五個。例如「部分與部分、部分與全體」的情境和問題如下：

快樂國中校址位於省道與快速道路旁，學校面臨上、下學時車流量大的問題，為了學生安全學校想要申請設置天橋，於是學生在早上 6:30~7:00 間，利用儀器測得超速與未超速車輛如下表：

表 2-2

時間	超速車輛數	未超速車輛數
6:30~6:40	3	1
6:40~6:50	6	9
6:50~7:00	9	14

例題五

由上表 2-2 可得 6:30 至 6:40 之間超速和未超速的車輛數為 3 輛和 1 輛，比為 3:1。

(1)6:30~7:00 超速和未超速的車輛比為多少？

(2)6:30~7:00 未超速車輛佔全部的多少？百分比為多少？

圖 5：部分與部分、部分與全體

江老師在佈題的時候就特別注重學生對於表格（2-2）中資料的了解。所以，一上課就先在黑板畫下表2-2超速車輛與未超速車輛的表格，然後加入江個人對超速偵測器的看法，再就表格數字以師問生答的方式強調表格的數據如「在那一個時段超車的比例最高」「超速車輛有幾台」…等，脈絡問題則以學生搶答的方式，提出6:30~7:00三個時段超速和未超速的車輛比，以及佔全部的比或百分比為多少，過程中，學生其實不能如江的預期立即算出答案來，只有成就高的學生較有表現，而例題五隨後的隨堂練習與動動腦如圖6所示。

江省略這些情境和脈絡問題的理由有二：(1)認為「學生連題目都看不懂怎麼討論」，江認為每個學生對題目的意思都要清楚明白才能進行討論，與一般因為不清楚才值得討論弄明白的想法迥異；(2)避免學生犯

隨堂練習

如果資料顯示，在 9:00~10:00 時，未超速的車輛占 92% 則超速車子占全部的多少？

由 1.知若當時有 258 輛車通過則超速的車子有多少輛？

動動腦

若 7:00 以前超速和未超速的車輛數比是 3:4 你可以說超過半數的車子超速嗎？說出你的理由。

動動腦

如果目前告示牌上顯示 94% 未超速，而下一輛通過的車子是超速的告示牌的百分比將會如何顯示？舉一些車輛總數，例如 50 輛、100 輛檢驗你的結果。

圖 6：部分與部分、部分與全體

錯，江認為若是題目的敘述沒有明確的已知未知可以對應到解題過程，學生解題時容易發生錯誤。（2004/1/8晤談）江這個時期的佈題，大部分是以自己對問題難易的主觀感受為出發點，以此判斷該給學生什麼樣的任務，因此有自行篩選並簡化問題再給學生解題的現象。

我們發現，江老師初期佈題方式，跟他自身內在的教學信念有關。因為他在接受訪談時就曾經提到這和他原有的一些教學觀點有關，江對於課本編入情境與脈絡問題，感到矛盾和困惑，他說：「我當時在備課教材，一個最大的困難就是我不曉得從什麼地方開始。如果我講題目，傳統教師有一個很大的重點，以前在學教材的時候，我講一個定義，馬上用什麼題目支持定義、性質，把這個性質強化。就是這個沒有，它一個情境出來，沒有定義、性質，什麼都沒有，我要教什麼？」「總不能丟掉從例題開始」、「又不能一句一句唸，像唸國文」，「你看它這個情境出來了（指課本），難道我真的把這個情境唸出來？」（2004/1/8晤談）江老師覺得情境部分的文字太多，不屬於數學，情境的部份的處理給老師壓力，因此「把情境大力的簡化掉」，而脈絡問題有發展順序只是限制了江老師，正如同他所描繪的，以前講一個定義，馬上知道可以用什麼題目來支持這個定義，完全不必講情境和脈絡，因此在這一時期江的佈題實務，情境和脈絡未受應有的重視，時有時無是可以理解的。

二、無情境有脈絡

江老師是同時從事使用 MIT 教學，參加發展教學模組，和坊間教科書的編寫，這三項工作。一開始他對三者幾乎是了無概念和經驗。然而，經過三個月之後，他漸有概念且有所進步。在設計模組上，江逐漸學會自行設計數學任務。以下舉他針對能力指標 S-4-1：能根據三角形的全等、相似性質、四邊形的性質、圓的性質等作局部推理。其中有關圓的性質部份，所設計的數學任務來說明他的進步和對脈絡數學的認知與了解。

他設計的模組包含「團圓」、「停車場」、「歡迎來挑戰」、「蛋糕真的一樣大嗎」、「後面座位的視角一定比較小嗎」等主題。在設計的過程中，他必須時常發表他的構想和想法、並接受研究小組成員以學生角度給予質疑、建議和修正。就以「歡迎來挑戰」這個小主題為例來看，江在這裡所訂的教學目標是要學生能計算「扇形的周長、扇形的面積」，從目標看不出江的教學理念有何改變，還是傳統的會算扇形的周長和面積而江老師認為任務必須強化這些數學概念。

棉棉想要建一個圓心角為 120°、半徑為 3 公尺的扇形花園。那整個花園的周長和面積是多少呢？



圖 7：扇形周長與面積

當時江以為題目中附上「可愛的圖片」就是真實情境的任務，而且要學生計算扇形周長和面積這樣的任務就能加強學生對「扇形概念」的連結。當他的模組在教科書編寫小組會議中提出來時，被大家質疑這種問題是否需要教師講解，否則學生還是不知如何做。（會議資料2002/10/5）經過大家討論和建議修定後，江下一回編寫出的任務如下：

在校慶園遊會的攤位上，二年七班的學生推出下面的趣味活動，活動規則如下：

甲、挑戰一次 20 點。

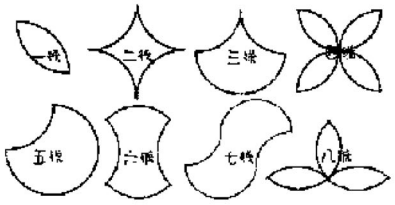
乙、挑戰成功者可任選一隻布娃娃。

丙、桌上的 6 個圓弧是由兩個半徑為 10cm 的圓切割而成，其中一個圓分成兩個半圓弧，另一個圓則分成 4 個 1/4 圓弧。

丁、底下的圖形都是以這 6 段弧為基礎所組合而成的圖形，先抽籤來決定挑戰的題目。

戊、挑戰分成兩部分：首先要拼出你所抽中題目的圖形，然後再算出圖形的周長以及所圍出的面積。兩部分都過關者，就算挑戰成功。

己、圓周率用 π 來表示。



二年三班的小智來挑戰這個遊戲，小智他抽中的挑戰題目是第一題；如果小智想贏取布娃娃，那麼他算出的答案應該是什麼？

隨堂練習

如果我們都一起來參加這個趣味遊戲，你覺得自己抽中哪幾個號碼的時候，一定可以順利挑戰成功而贏得布娃娃呢？讓我們一起來試試看吧！同時請把你的計算方式，以圖形解說的方式呈現出來。

圖 8：歡迎來挑戰

從計算扇型面積與周長改變成為園遊會「歡迎來挑戰」的情境，並且延伸出以扇型面積、周長是圓的一部分來操作的脈絡問題。文字的部分以學生可以自己閱讀為主，且閱讀之後會感覺有趣或產生疑問。隨堂練習「你覺得自己抽中那幾個號碼時，一定可以順利挑戰成功，而贏得布娃娃」，給學生多元的選擇，多元的解題策略，挑戰學生的思考。在與教材編寫小組成員討論時，江老師曾模擬或想像學生可能的操作步驟，他覺得這些圖形的組合有很多種可能，有難的也有易，這樣一來這個問題的設計應適合全班所有的學生來做，學生都可以找到他們會的來做，因此也就有機會來解釋他們的做法和想法。經由數學教學模組的設計討論和修訂之後，我們發現江的佈題觀點有了改變。

(一)調整課本問題順序並加入問題

MIT 課本中有一張台灣一些著名景點的月平均溫度表，要學生利用它畫出合歡山的溫度折線圖。

今天，江老師的佈題和以前有所不同，他先讓學生提出覺得舒服與不舒服的溫度是幾度，並以全班大多數人所同意的26 ℃ 作為最舒適的溫度。他開始顧慮到學生的感受和想法以及如何才能引起學生的興趣，而非如以往沒把學生視為學習的主體。接著，江指著黑板上各景點月平均溫度表的掛圖，如圖9所示：

江：陽明山，這是一月，請告訴我陽明山一月的平均溫度是幾度？

學生（全班）：13度。

江：大家會看這個表了嗎？

學生（全班）：可以。

江：不會的舉手，都會哦，等一下要討論的，有幾個問題。（江在黑板寫以下1.~4.四個問題）

根據各地的月平均溫度表，你覺得：

1.（1、3、7、10）月，你想去哪裡玩，最

表 4-6　月平均溫度表(℃)

溫度＼月分 / 景點	一月	二月	三月	四月	五月	六月	七月	八月	九月	十月	十一月	十二月
陽明山	13.0	12.6	16.2	18.5	19.9	23.8	24.7	24.4	23.2	20.6	16.4	12.5
梨山	10.5	10.2	15.8	15.7	15.5	17.4	17.4	17.3	17.4	15.6	12.4	8.9
日月潭	15.5	14.8	18.6	19.9	20.1	22.3	22.1	22.0	22.1	21.1	18.2	14.3
溪頭	12.9	10.7	18.8	20.4	20.5	23.7	23.1	24.4	25.4	23.8	21.1	16.7
阿里山	7.6	6.2	10.9	11.8	12.2	14.6	14.4	14.0	14.0	12.6	10.1	8.0
墾丁	21.4	20.9	24.3	24.6	25.4	27.6	28.1	27.5	27.0	26.1	23.8	21.2
太平山	7.2	6.0	11.9	12.7	13.8	17.2	17.3	17.0	15.9	13.7	9.7	5.9
金山	16.7	16.1	18.8	21.4	23.1	27.2	28.7	28.2	27.1	24.5	20.7	16.9
天祥	14.8	13.9	18.0	19.0	19.8	23.2	24.5	23.4	23.0	20.7	17.4	14.2
合歡山	1.1	0.5	4.5	6.1	6.3	9.2	9.4	8.9	9.1	7.3	4.7	1.4
玉山	0.5	0.3	3.0	4.8	4.7	7.4	7.5	6.9	7.2	5.9	4.5	0.8
澎湖	17.9	19.3	20.9	23.6	24.9	27.8	28.1	28.0	28.1	25.8	22.8	18.0
蘭嶼	19.1	19.2	22.1	22.1	23.1	25.6	26.1	25.7	25.1	23.9	21.6	18.7
綠島	19.4	19.2	22.4	22.6	23.8	26.9	27.5	26.9	25.9	24.7	22.1	19.3

例題二

利用表 1 畫出合歡山的溫度折線圖

隨堂練習

1.利用上述月平均溫度表畫出墾丁的溫度折線圖。

2.比較合歡山的溫度折線圖和墾丁的溫度折線圖，說說看它們相同的是什麼？不同的是什麼？

動動腦

1.參考表 4-6 的溫度再寒假二月份時你會選擇到哪一個地點去旅遊為什麼？

圖 9：各旅遊地點的氣溫變化

舒服？

2.（1、3、7、10）月，你想去哪裡玩，最不舒服？

3.哪一個地方，每一個時候去都適合？

4.哪一個地方，只適合冬（夏）天去？

江：不要說話，先不要說話，我先聲明一下，舒服與不舒服是以剛才我們討論的溫度來講哦。你們覺得舒服的溫度是幾度？

學生：26 ℃。

江：越接近越好，你們覺得不舒服的溫度是 0 ℃ 以下，30 ℃ 以上，越接近越好，好！開始討論。(2002/11/11課室觀察影帶)

江此期的佈題是調整課本的問題呈現的順序。將課本安排在後面的問題「在寒假二月份的時，你會選擇到哪一個地點去旅遊？為什麼」往前移並加入新的問題，而所加入的這些問題是為了讓學生先會解讀統計資料表中所隱含的資訊，並鼓勵學生發表意見經驗分享，學生對這些問題很感興趣，也討論的很熱烈，例如：有位學生說冬天想去合歡山旅遊，並且利用例題二的溫度折線圖，說明二月月平均溫度只有攝氏0.5 ℃，可以感受到低溫的滋味，夏天要到墾丁，這樣就能感受極冷和極熱的氣溫，這樣雖然並不符合江佈題的暗示「越接近舒服的溫度越好」但學生報告時，江頻頻點頭表示嘉許。這部份的佈題效果讓江覺得滿意。學生表達意見後，江表示除了解讀資料外，我們要說的是月平均溫度表，這樣的數據資料，有沒有辦法用更簡明的方式來呈現？以此連結到畫出合歡山溫度變化折線圖，而這正是課本第一

個問題。

(二)簡化課本問題的文本再細分問題

中部舉辦「九年一貫課程博覽會」江教師帶著他班上的學生代表他任教的學校出席作教學觀摩演示，為此江認真準備了演示用的學習單，他對這次的演示雖然很緊張，但頗有信心。示範教學的內容他選取 MIT 主題六圖形變換中第 A 單元的複印。他為了慎重起見，事前作了預演，並把課本複印單元的任務修訂成學習單。以下是 MIT 課本複印一節中的任務（南一，133頁）：

複　印



例題一

阿哲在玩具店買一套飛鼠戳章，送給妹妹阿麗。阿麗就拿這套戳章來設計圖案（如上圖）。

(1)阿麗至少需要用到幾個不同的戳章才能完成上面的圖案？

(2)在玩具店也賣鏤空模板。假如阿麗去買飛鼠鏤空模板來代替戳章，那麼阿麗需要用到多少個不同的鏤空模板才能完成上面的圖案？

(3)如果使用鏤空模板，如何繪製上面圖案中的每一隻飛鼠？

圖 10：複印

在設計學習單時，江先想到學生要完成這些任務需要先分辨戳章和模板在操作上有什麼不一樣的地方？什麼地方的操作是相同？他認為相同點是兩者都可以移動（平移）、轉動（旋轉），不同點是模板可以〝啪〞的一聲翻轉過來（鏡射），戳章則否（江課本筆記）。考慮過這些問題之後，江設計出來的學習單如下：

複印圖案（學習單）



(1)圖案上面有幾隻飛鼠？

(2)使用戳章在圖案上操作並描繪這些飛鼠的圖案，你覺得至少需要用到幾個不同的戳章才能完成全部的飛鼠圖案？

(3)如果改用鏤空模版在圖案上操作並描繪這些飛鼠的圖案，你覺得至少需要用到幾個不同的模版才能完成圖案？

(4)請在黑板上示範，掛圖中的哪一隻飛鼠無法用戳章描繪出來？

(5)請在黑板上示範，如何使用鏤空模板來描繪掛圖中的每一隻飛鼠？

(6)綜合以上的活動，如果使用一個「戳章」和一個「模版」來描繪飛鼠的圖案時，你為哪一種可以畫出較多的圖案？為什麼？



(7)上面的圖片是由一個基本的圖案組成，找出這個基本的圖案並把這個圖案畫出來。

(8)如果讓你用這個基本的圖案來完成這個圖案，你想用戳章來做呢？還是想用鏤空模版來做呢？為什麼？

圖 11：江老師的學習單

與 MIT 課本中的任務作對照，江把課本原有的3個問題衍生成8個問題，成為他的學習單。其中主要是把原有的問題再細分，如(1)到(6)，和加入新的應用問題如(7)和(8)。顯然，江保留原有的問是脈絡並把它再小階梯

化，讓學生更容易回答。不過，原有問題的情境完全消失不見了，即 MIT 為呼應九年一貫融入「關懷」,「創造」和「主動探究」的精神，而設計阿哲買飛鼠戳章送妹妹阿麗，和阿麗使用飛鼠戳章去設計圖案，這些反映九年一貫課程精神的情境和脈絡，在江的學習單上全部消失不見了，留下的飛鼠和問題脈絡及問題。而飛鼠又以與問題情境無關的方式引入。學習單變成教師要學生去回答或完成的一連串的指令。由此可見，九年一貫所要強調融入重要議題，人性的關懷，在江的教學中期，即國一上學期，仍未萌芽。不過，可喜的是，江已開始顧及學生學習可能遭遇的問題或困難，也開始注意問題展開的脈絡感，把任務小階梯化或細步化，讓學生從最容易的「圖案上面有幾隻飛鼠？」地方開始。顯示江已從老師為主體的教學，移向以學生為主體的教學，這在江的教學初期是很難看到的。

江的同事一起看過江的校內預演，其中有位尤老師事後表示「江老師的學生上台報告時，會先唸題目再說明答案，所以報告的品質不錯。每一組的學生都報告，題目雖然都是一樣，但每一小組所呈現出來的答案仍有所不同，不同的學生看到和解讀的面向其實都不一樣，所以讓每一小組上台報告，也是會有不同的呈現。」尤老師頗為肯定江的演示。但是我們也發現江的預演有些生硬，比如他為了讓學生上台演示，在問題中嵌入「請在黑板上示範…」是他要求學生如此，而不是學生出於自己的意願主動要求的。這與讓學生產生主動自發性的行為仍有一段距離。江求好心切，為了增加上課的趣味性以引起學生學習的興趣，在「九年一貫課程博覽會」當天正式演示，他加了大量有關飛鼠的資訊如下：

> 飛鼠的真正名子是鼯鼠，屬松鼠科，雖然名字叫做飛鼠，但是他們並不會飛，他們只會滑翔，飛鼠的前肢有翼手骨，而且前後之間有翼膜，翼膜為皮膚的衍生物被翼手骨撐開時，又如一片降落傘，飛鼠懂的流體力學…台灣的飛鼠有小鼯鼠、大翅鼯鼠及白面鼯鼠等三種，都是夜行性動物，我們最熟悉的就是白面鼯鼠，牠分布於海拔一千公尺至三千公尺的森林通常…而他的食物，包含針葉樹的毬果、闊葉樹，例如殼斗科的果實、嫩芽、嫩葉等等，你可以瀏覽以下的網頁來得到有關於非屬的資訊…

江沒想到演示時因講了很久飛鼠的習性、種類，以致無法連到學習單上的脈絡問題。江的佈題捨棄 MIT 原有的情境脈絡，只是把飛鼠當成調味料，失去原有的脈絡，以致無法連接到學習單上的問題。演示後，也有與會教師向他反應，單元主題又不是講飛鼠，這樣是主從不分了。關於這點，江也頗有同感，在接受研究者訪談時，他有如下的表示：

> 江：最糟糕的一點是這個地方進不來，我太在意這個主題，花太多時間在講飛鼠了。
>
> 江：其實我想讓學生進行活動，讓學生在黑板那邊玩。可是你有沒有發現我下不來，浪費太多時間在這個地方，下不來，其實這個地方可以帶過就好，結果我竟然浪費那麼多時間在飛鼠上面，它根本不是重點。我應該要讓學生做的是讓學生拿板子（指江自製的教具），原本的 idea 是讓學生在那邊拼，發現不行，翻，那樣子，結果沒有做到那個地方。
>
> 江：當時很奇怪，覺得這個東西很重要，一定要花時間在這個地方，了解這個情境，這東西一定要進來，看情境能夠做什麼，再來進行。我當時的想法是飛鼠講一下；講污染，PSI 要知道一下；講 PSI，知道 PSI 是什麼東西。我認為有

情境之後，不單只是後面的數學，這部份也要跟著懂，然後才有辦法從這個地方進行下面的活動。(2004/1/8晤談)

江所說「我認為有情境之後，不單只是後面的數學，這部份也要跟著懂，然後才有辦法從這個地方進行下面的活動。」顯示江感受脈絡問題是情境的延伸。所以，在正式演示時，他就直接加入飛鼠習性的介紹，「結果我竟然浪費那麼多時間在飛鼠上面，它根本不是重點」。原本是他很有信心的演示，卻招致失敗。這給江一次面對自己有所不足的機會，君不見，江在心中生起「到底情境部分，要如何連接到問題才好呢？」的疑問。中期和初期的佈題比較起來，江仍然對 MIT 任務背後的情境脈絡沒有覺知，但能夠體會與保留課本的脈絡問題，並以學生能反應或思考的角度加以考量，並依此作適當調整修訂和補充。顯然，江在佈題上以學生為主體的思考已有有明顯的進步。

三、有情境有脈絡

江老師及其學校的其他數學教師因一直對 MIT 該如何教沒有共識，且也急於知道自己的教學是不是可以了，因為不同的人有不同的詮釋，他們也很想知道到底他們的教法像不像。一直都只有聽到 MIT 的主編教授說如何教，但畢竟未見過，因此他們詢問主編 MIT 的教授可否示範 MIT 的教學。雖然教授一直相信觀摩不是最好的方式，因為他舉辦過多次教學觀摩，很少教師會因看了教學觀摩而改變教學的。不過，這些使用 MIT 的教師很想看主編 MIT 的教授會如何教 MIT，為了滿足大家的期望，他於是應允親自下海。於是基於江老師任教學校數學領域讀書會成員的要求，邀請 MIT 主編於2003年2月18日，在該校舉行了一場如何教 MIT 的現場教學演示，以江老師的學生為對象，演示的內容是 MIT 第2冊第一章主題「正負數的運算」第 C 節輪盤數字—數字和，如圖12。

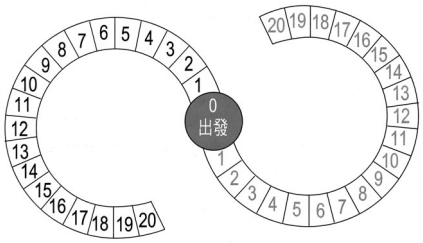


圖 12：輪盤數字---數字和

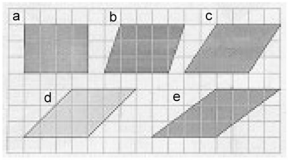
在這次單元 C 教學演示中，大家看到學生一方面研讀遊戲規則，一方面由計分遊戲慢慢抽象化，最後由學生上台報告。學生是從相反方向的數字的活動中有所發現，並逐步將他們的發現符號化，並由此建構正負數的意義。不過，仍然有許多該校教師提出質疑，覺得這樣的教法在他們自己的班上不可行，表示自己的學生不可能乖乖的進行活動。但可不可行，必須試了才知道。江老師則對這場教學觀摩印象深刻。他表示：「看了教授演示之後，才發現教授根本沒講（或教），就是讓學生自己去發現或建構遊戲的規則，自己去操作，讓學生從做中學。如果學生有了問題，教師再去引導或解答。」經過這次觀摩教授的教學之後，江的佈題觀點產生了改變。他認為自己設計任務時，不該再對問題嚴加控制（因為他擔心學生會發生錯誤），而應當能夠讓學生討論，以學生能思考理解為教學重點，老師應該後退一步從學生的學習感受開始。

(一)激發學生想法的開放問題

江後期的佈題變得較有情境和脈絡。例如在 MIT「面積的型」單元，課本中的任務情境部分如圖13所示。

和以往不同的，江現在不在急於要教學生什麼，而是會先問學生「國小有沒有學過平行四邊形？什麼是平行四邊形？」藉此引導學生在小組裡，把他們的舊經驗呈現出來：

有四個邊的圖形稱為四邊形，下面每一個四邊形都是特殊的四邊形，稱為平行四邊形。每一個四邊形都有四個邊，且相對的兩邊互相平行。下面每一個平行四邊形面積都相等。



例題一

如何將上圖 c 的平行四邊形轉成上圖 a？

如何找出圖b~圖e中，任一個平行四邊形的面積？

圖 13：面積的型

江：先問一下同學，國小有沒有學過平行四邊形？

江：那我要先問一下，什麼是平行四邊形？嗯！好！黑人這個給你，你畫一個平行四邊形好不好？（綽號黑人的學生上台畫一個平行四邊形）

江：你可不可以跟同學解釋一下，為什麼你覺得你畫的是平行四邊形？

黑人：……

江：要不要求救？你們那組有沒有人要救他？

言曲：畫下來這是不是一條直線？這是不是90°？（一雙對邊同側內角均為90°）這是平行。這是不是平行（另一雙對邊亦如此檢驗），也不會交叉？有沒有問題？

江：我再問一下，什麼是平行四邊形？（看一看）我找同學問一下，為什麼叫做平行四邊形？

啟明：這個邊和這個邊的對邊是平行，永遠不會交錯，然後這個邊和這個邊的對邊，也永遠不會交錯，就是平行四邊形。

江：能不能用一句話來說明平行四邊形？

啟明：對邊不會交錯就是平行四邊形。

江：所謂平行四邊形，如果一個四邊形這兩個邊會平行，這兩個邊也會平行，我們稱這個四邊形為平行四邊形。那我們今天的主題不是在判斷平行四邊形，而是在求它的面積，國小有沒有介紹過平行四邊形的面積？

生：有。（2003/4/15課室觀察影帶）

之後江並且透過觀察高、中、低等三位不同成就學生在台上解釋掛圖上五個不同形狀的平行四邊形面積，以及學生舉手回答的情形，判斷學生的了解程度。再利用第二個掛圖佈下一個挑戰學生思考的問題例如：

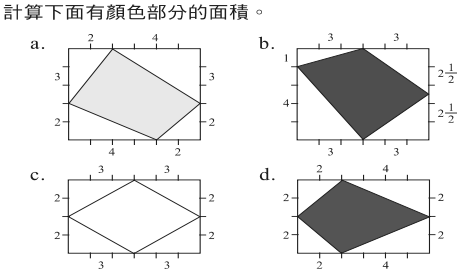


圖 14：一些不規則的四邊形

因為這一題延伸到不規則的四邊形，所以各組學生產生不同的解題策略，例如有的小組以外接矩形減去四個角落的三角形，有的小組連接平行一雙對邊的對角線，再計算兩個三角形的面積，其中有一小組的學生發現：這些不規則四邊形的面積為外接矩形面積的一半，方法如下（如圖15），而得到江老師大大的稱讚。

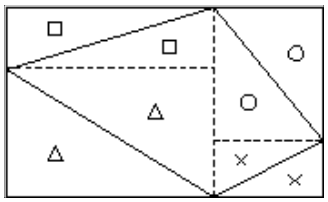


圖 15：學生的解題方法

之後，課本的任務是：「此一規律可能只適用於某些例子，試說明該規則在什麼情況下，才可以適用。」

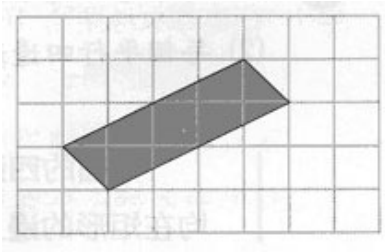


圖 16：課本不規則四邊形

江老師則將它修改為：「請你將發現的規律應用在下面的圖形上（如圖17）。

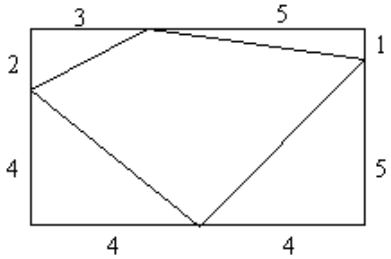


圖 17：江老師的佈題

與黑人同組的言曲同學將該組發現的規律應用在江老師的佈題上，果然如教師備課時所料，出現行不通的情況，他們無法應用所發現的規律來求出圖17之四邊形的面積。圖18是在小組報告時，言曲用來說明行不通的圖形：

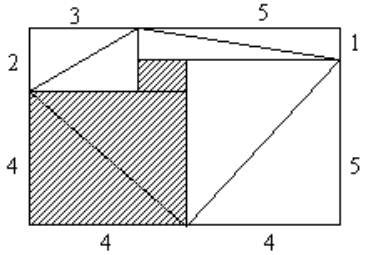


圖 18：學生用來說明解題策略行不通的圖形

這個時期的佈題，江不再為避免學生犯錯而佈題。在訪談中，江表示「如果找中下程度的學生上來做的話，會出現一些比較不被預期的答題，老師可以透過這些不被預期的答題狀況，進行更深入的引導或分析，或是把一些概念做一些澄清。可能學生會講錯，那我們可以討論一下他講錯的部分。」如上述在「面積的型」，江的佈題是先問學生「國小有沒有學過平行四邊形？什麼是平行四邊形？」問題趨向開放，不再追求「固定對的答案」，對授課的主題先引起學生學習的動機，接著觀察高、中、低三種不同學生在台上解釋掛圖的反應，先來掌握學生的起點，再拉回到課本的任務。這些活動類型和初、中二期比較起來，顯示江老師的佈題已經較為在乎學生的學習經驗和感受，創造學生求「平行四邊形面積」的需求，並讓學生在情境中應用他們已有的知識，使現存知識因而得以延伸。

此時江的佈題似乎甚有意要讓學生來呈現他們原始的想法，並延伸他們既有的想法或觀點，而不再對問題嚴加控制（因為擔心學生發生錯誤），限制學生的想法或忽視學生的觀點。從江的佈題可以看出他趨向以學生的經驗為主，讓學生能夠思考理解和討論為上，老師應該退居學生之後從學生的學習感受開始，「從學生的舊經驗出發，再設計讓學生需要思考與解釋的任務。」

(二)挑戰學生數學想法的問題

另一個用來說明江後期佈題改變的例子是「命數系統」。他選這個不容易教學的主題來做校內的教學觀摩。從他準備的教案和現場的教學演示，可以看出江後期的佈題特徵。江的教案中的佈題主要有兩部分：第一部分，先以學生既有能力為學習起點，「首先，我們先複習一下國小對於數字的唸法，12345請問一下，把它唸成國字數字的話，該怎麼唸？」

江：好！現在每個人都應該有一張學習單了。首先，我們先複習一下國小對於數字的唸法（江一面說一面在黑板寫下數字12345），12345請問一下，把它唸成

國字數字的話，該怎麼唸？若賦予它價值的話，比如有一個人拿到那麼多的錢，請問是多少錢？

全班：一萬二千三百四十五。

江：請問你是怎麼知道的？

生：從國小就知道了。

江：如果我把這個數字加大一點呢，變這樣子。（黑板寫下2562180397294）那請同學告訴我，現在呢，拿到這麼多的錢，請問是多少錢？把它唸出來。

江：知道的，請舉手。（江請一位學生）

明生：兩兆五千六百二十一憶八千零三十九萬七千兩百九十四。

江：請你到黑板這邊來告訴大家一下。

明生：就從後面數過來，個、十、佰、仟、萬…兆，再從兆開始念。有沒有問題？（全班拍手，跟著江在數字上標出個、十、佰、千、萬…）（2004/4/1課室觀察影帶）

當學生能唸出數字時，自然會命數，然後再唸非常大的數，因為唸非常大的數，要連結到中文的命數系統。然後，以中英文不同語言系統有不同的習慣用法，形成「不同標記方式對把數字讀出來有什麼好處？」引起學生好奇，再銜接到學習單尋找造成差異的原因，學習單標記中文的記數法個、十、百、千、萬…，以及英文的記數法個、十、百、千、十千…。學生得以發現，原來中文和英文記數法背後的命數系統不同與語言習慣不同有很大的關係。江口頭的提示如下：

江：實際記帳時，這麼大一個數字。生活上有兩種不同的記數方法，在中文，習慣上是四位一撇，像這樣：

2,5621,8039,7294

學習單上的第一問題，以中國傳統的記數方法，四位一撇，對把數字讀出來有什麼好處，像上面請同學讀出的例子，把位數寫好，然後再把數字寫上去，讀出來就好了，為什麼反而把寫在數字上面的位數省略，反而這樣比較常看到，接下來請同學比較，相同的一個數字，日常生活中常看到的是，使用三位一撇，

2,562,180,397,294

比如學會計呀！或在電腦上面所看到的，通常是三位一撇。這裡的三位一撇和前面的四位一撇，差別在那裡？這是學習單的第二個部份。這個三位一撇是國際上通用的方式，我們知道國際上其實是英美他們的制度，我們看數字系統，來看一下他們的數字系統，我們來看一下學習單的第二題，談到千，英文單字就是 thousand，萬就是 ten thousand，十萬就是 hundred thousand。這是歐美的命數系統，他們數字的記法是這樣在記的，這對他們三位一撇有什麼好處？再看中國四位一撇，唸出來有什麼好處？外國人唸出來有麼好處？了解之後，來看今年的教育經費是這樣的，

九十一年的教育經費409307000

平均每個國民18572

上面用中國的命數系統唸出來四位一撇，下面用英文的命數系統唸出來，試試看這兩個任務，給各位同學十分鐘好不好？（2004/4/1課室觀察影帶）

學習單上的問題如下：

1.為什麼每隔四位加上一撇「，」的記法，可便於中國命數系統的報讀？

2.底下是一些基本數字的英文念法，你能找出它和國際慣用每隔三位加上一撇「，」的數字記法之間的關係嗎？

Thousand（千）；Ten thousand（萬）；One hundred thousand（十萬）；million（百萬）；Ten million（千萬）；One hundred million（億）；billion（十億）

圖 19：江老師記數系統學習單---中英文記數系統

接著連接到第二部分，介紹羅馬數字的記數系統，數字如何命數：

江：剛才我們談到中國的記數系統和國際通用的記數系統，事實上並不是每一個記數系統都一樣，同樣一個國家也不是從古時候到現在都一樣，我們在時鐘上面，假設這是時鐘（江畫一個圓），鐘面上 I, II, 據說這是羅馬的記數系統。這個記數系統，在12世紀的歐洲，據說相當盛行。我們來看一下，這一個記數系統，請看學習單的第三題：

IV = 5-1 = 4　V 代表5

VI = 5+1 = 6　X 代表10

L 代表50　C 代表100

感覺他們的命數系統好像是5進位，請大家研究看看。假設你是一個考古學家，你到了羅馬，發現他們的柱子上刻了下面兩個題目的數字，結果後面的答案不見了，怎樣把它還原，它應該刻了什麼數字？（2004/4/1課室觀察影帶）

學習單上的問題如下：

3.底下是羅馬數字的命數系統：
I 代表 1，V 代表 5，X 代表 10，L 代表 50，C 代表 100，D 代表 500。
當一個表示較低量級的的字母位於較高量級字母之前，則其值相減。例如：
IV = 5 – 1 = 4，VI = 5 + 1 = 6，IX = 10 – 1 = 9，
XI = 10 + 1 = 11，CD = 500 – 100 = 400，
DC = 500 + 100 = 600。
以下是從一到二十的符號：
I, II, III, IV, V, VI, VII, VIII, IX, X, XI, XII, XIII,
XIV, XV, XVI, XVII, XVIII, XIX, XX
而 32, 64, 128, 256, 512, 1024 的羅馬數字依序是
XXXII, LXIV, CXXVIII, CCLVI, DXII, MXXIV。
請利用這樣的命數系統，計算下面算式的答案，並以羅馬數字的記數系統表示：
①CCXXXVII + CXCVI = ?
②CXXIII + CCCLIX = ?

圖 20：江老師記數系統學習單---羅馬記數系統

江在他的口頭佈題中，以鐘面的常見數字引起學生對羅馬數字熟悉的感覺，再請學生想像如果自己是一位考古學家，來到羅馬研究羅馬的命數系統，並挑戰運算的部分。在這裡江加上了適當的情境和脈絡，學習單上的問題對學生而言更有意義。對照初期江直接指示學生用分數拼板操作分數加法，或中期的佈題，顯示江老師已經覺知且在乎學生的學習經驗和感受，「命數系統」單元更可以看出江鼓勵學生利用圖表和進位符號，讓學生自行建立解題模型和發現規則。再者，他在接受訪談時，表示「（現在）對學生的學習，也會事先想像實際施行的情況是如何，因此會比較重視學生的學習感受，想要知道學生是真的懂？還是不懂？或是困難的地方在哪裡？」（2004/1/8晤談）可見，於後期江藉由富含情境脈絡的問題，讓學生作有意義理解，且使學生願意主動，從已知知識開始，延伸，至發展數學課程中欲發展的數學概念和能力。

伍、結　論

從對江老師的佈題特徵及其變化的研究，可以得到如下的結論：

一、逐步加脈絡。江老師的課室佈題特徵的變化，是從初期的無情境無脈絡，經中期的無情境有脈絡，至後期的有情境有脈絡。可見教師學佈脈絡數學問題是一頗為緩慢的過程且是以傳統無情境脈絡為起點，慢慢演化到有情境有脈絡。

二、在實務中了解理論。江雖然修課而對建構主義教學理論有所了解，同時江因參加研究計畫而認識教學模組，但江並未能應用它們於初期的 MIT 教學。比如江的初期佈的問題類型是簡單文本的數學問題和思考量小的數學問題，顯示初期課室佈題實務仍是以教師原

有的知識信念為主，且認為學生可以藉由教師或少數會的學生解釋說明而聽懂數學。後期，江先透過脈絡數學問題對學生學習的部分事先的想像，實施時根據學生的數學策略繼續往上建立數學知識。所以江是透過脈絡數學問題的佈題實務了解建構主義教學理論。

三、學生的反應和回饋是教師佈題演化的動力。江原始對問題的看法在模組編寫時受到小組成員以學生的角度給予江質疑使得江較有能力改善自己問題設計的部分。也影響課室裏對課本的（教學）佈題，中期，江改編課本問題讓學生從最容易的地方開始，以學生的能反應或思考的角度加以考量，此期課本任務對江較有如支持效果（參照 Abu-Elwan, 1999），此外，江所佈的問題可由學生的學習反應得到比預期更好的回饋。例如在「氣溫的變化」單元，學生的報告頗有創意超過江的本意使得「江頻頻點頭表示嘉許」，這裏顯然學生與教師對學習的信念均因教與學的過程而改變，江也認知到學生願意為自己的學習負責，但由江繼續加入小階梯的問題顯示教師還是不太放心。一直到教師有能力預測學生的學習，理解除了直接講述，教師仍有機會掌握學生的數學知識，才能以開放的問題提問，再從學生的錯誤中探究，這個時候佈題特徵才呈現穩定。

四、從防止到善用學生的犯錯。對江而言，前期是刻意避免學生可能的錯誤，後期則改變成不去阻止犯錯的可能性，反將它視為可以促進學生思考的機會。江視數學問題為挑戰和探究學生數學思考的方法，問題類型為激發學生想法的開放問題，與挑戰學生數學想法的問題，與 Crespo（2003）的研究裏，職前教師學習佈題，後期策略的轉變在佈題以挑戰學生的思考和佈題以了解學生的思考這一部分相符。

經歷初期、中期、後期三個不同的階段，江的佈題特徵、目的與策略，都有明顯的變化，綜合如下表1：

表 1：江老師佈題前中後期之特徵、目的和策略

	特徵	目的	策略
初期	無情境 無脈絡	接受知識 聽懂數學	簡化策略：去情境和脈絡、強化數學問題、性質，刪去思考量多的問題
中期	無情境 有脈絡	參與做數學	小階梯策略：在原來的問題中加入新的小問題或把階梯大的問題再細分成二、三個思考階梯較小的問題，移向以學生為主體的教學、增加表達個人意見的問題
後期	有情境 有脈絡	做數學探究	回歸以學生為學習主體和挑戰學生思考的策略：以班級學生的經驗作為佈題的起點，讓學生思考量多，不怕學生犯錯，利用圖、表、符號引導學生

從本研究得知教師並非拿到教改新教材就能落實新教材的精神，一定會遭遇許多與信念相左的情況，如果不深入實務中歷經解決問題的活動，教學往往依舊，我們對特徵變化的了解有助於使它加速，至於如何加速是師資培育者的研究方向。

陸、致　謝

本文的完成與發表應感謝以下單位與人士的協助：國科會專題計畫研究 NSC-90-2511-S-018-021的補助，江老師和其學校同仁協助研究者進行為期一年的教室觀察，審稿委員詳細的指導建議，謹此一併致謝。

柒、參考文獻

1. 教育部（2000）：國民中小學九年一貫課程

暫行綱要。台北市：教育部編印。

2. 張靜譽（2000）：**從國教九年一貫課程教學模組之發展協助國中數學教師專業成長之研究(I-III)**。行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告（計畫編號：NSC-89-2511-S-018-021）。
3. 劉祥通和周立勳（2001）：發展國小教師數學教學之佈題能力–以分數乘除法教學為例。**科學教育學刊**, **9**(1), 15-34。
4. 楊榮祥（1993）：**科學教育的詮釋性研究**。主辦 1993 年國際詮釋性研究研討會講義。台北市：國立台灣師範大學理學院。
5. Abu-Elwan, R. (1999). The development of mathematical problem posing skills for prospective middle school teachers. In A. Rogerson (Ed.), *Proceedings of the International Conference on Mathematical Education into the 21st Century: Social challenges, Issues and approaches* (Vol. II, pp. 1-8), Cairo, Egypt: Third World Forum.
6. Borasi, R. (1986). On the nature of problems. *Educational Studies in Mathematics*, *17*, 125-141.
7. Carpenter, T. P., & Fennema, E. (1988). Research and cognitively guided instruction. In E. Fennema, T. P. Carpenter, & S. J. Lamon (Eds.), *Integrating research on teaching and learning mathematics* (pp. 2-19). Madison, WI: University of Wisconsin, Wisconsin Center for Education Research.
8. Carpenter, T. P., Fennema, E., Peterson, P. L., Chiang, C., & Loef, M. (1989). Using knowledge of children's mathematics thinking in classroom teaching: an experimental study. *American Educational Research Journal*, *26*(4), 499-531.
9. Carpenter T. P. (1997). Models for reform of mathematics teaching. In M. Beishuizen, K. P. E. Gravemeijer, & E. C. D. M. van Lieshout (Eds.), *The role of contexts and models in the development of mathematical strategies and procedures* (pp. 35-54). Utrecht: CD-β Press.
10. Crespo, S. (2003). Learning to pose mathematical problems:exploring changes in preservice teachers' practices. *Educational Studies in Mathematics*, *52*, 243-270.
11. Dubinsky, E. D. (1991). Using a theory of learning in college mathematics courses. Retrived Dec. 28, 2002, from http://trident.mcs.kent.edu/~edd/
12. El Sayed, R. A. E. (2002). Effectiveness of problem Posing Strategies on Prospective Mathematics Teachers' Problem Solving Performance. *Journal of Science and Mathematics Education in Southeast Asia*, *1*(25), 56-69.
13. Fennema, E., Carpenter, T. P., & Peterson, P. L. (1989). Learning mathematics with understanding: Cognitively guided instruction. In J. Brophy (Ed.), *Advances in research on teaching* (pp. 195-221). Greenwich, CT: JAI Press.
14. Freudenthal, H. (1971). Geometry Between the Devil and the Deep Sea. *Educational Studies in Mathematics*, *3*, 413-435.
15. Freudenthal, H. (1991). Revisiting mathematics education: China lectures. Dordrecht: Kluwer.
16. Gallagher, J. J. (1993). Uses of interpretive research in science education. In J. J. Gallagher (Eds.), *Interpretive research in science education* (pp. 7-18). Taipei: National Taiwan Normal University print.
17. Goffree, F, & Dolk, M. (1995). *Standars for primary mathematics teacher education*. Prepared by the NVORWO Commission on Standards for Mathematics Education.

18. Gravemeijer, K. P. E. (1994). Developing realistic mathematics education. Utrecht: CD-β Press.
19. Gravemeijer, K. P. E. (1997). Instructional design for reform in mathematics education. In M. Beishuizen, K. P. E. Gravemeijer, & E. C. D. M.van Lieshout (Eds.), *The role of contexts and models in the development of mathematical strategies and procedures* (pp. 13-34). Utrecht: CD-β Press.
20. Krutetskii, V. A. (1976). *The Psychology of Mathematical Abilities in School Children*. Chicago: The University of Chicago Press.
21. Leung, S. (1994). On analyzing problem-posing processes: A study of prospective elementary teacher differing in mathematics knowledge. In J. P. Ponte, & J. F. Matos (Eds.), *Proceeding of the 18th PME International Conference* (Vol. 3, pp. 168-175). Lisboa: Universidade de Lisboa.
22. Lloyd, G. (2002). Mathematics teacher's beliefs and experiences with innovative curriculum material. In G. C. Leder, E. Pehkonen, & G. Torner (Eds.), *Belief: Ahidden variable in mathematics education?* (pp. 149-159). Dordrecht: Kluwer.
23. National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.
24. National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.
25. Tobin, K. (1993). Learning from interpretive research in science classroom. In J. J. Gallagher (Ed.), *Interpretive research in science education* (pp. 181-198). Taipei: National Taiwan Normal University.
26. Tobin, K. (1999). Interpretive Research in Science Education. In A. E, Kelly. & R.A. Lesh (Eds), *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp. 458-487). Mahwah: Lawrence Erlbaum Associate.
27. Treffers, A. (1987). Three Dimensions: A model of goal and theory description in mathematics education: The Wiskobas Project. Dordrecht: Reidel.
28. Treffers, A. (1991). Didactical background of a mathematics program for primary education. In L. Streefland (Ed.), *Realistic mathematics education in primary school* (pp. 21-56). Utrecht: CD-β press.

Learning to Pose Contextual Mathematics Problems: Exploring Changes in an In-service Teacher's Practices in the Classroom

Yuh-Fen Huang[1], Ching-Kuch Chang[1] and Jyh-Hwa Tzeng[2]

[1]Graduate Institute of Science Education, National Changhua University of Education

[2]Xing'an Elementary School

Abstract

The purpose of this study was to describe the practices in problem- posing illustrated by one mathematics teacher---Jiang who used contextual mathematics material in teaching. An interpretative research design was used. The data were collected through observation, videotapes, interviews, and additional text written by the teacher and derived from the textbook. After reading the data triangularly and persistently, we found that the teacher's characteristics of problem posing had developed in three phases. Firstly, he simplified the contexts and situations of the problems. Secondly, he deleted situations but kept contexts. Lastly, he posed both situated and contextual problems.

Key words: In-service mathematics teacher, Teacher learning, Contextual mathematics problem, Problem-posing.