科學教育學刊
2008, 第十六卷第四期, 439-458

Chinese Journal of Science Education
2008, 16(4), 439-458

數學寫作融入國三數學課室實踐歷程與影響之研究

楊德清[1]　**姜淑珍**[2]

[1]國立嘉義大學　數學教育研究所

[2]嘉義市玉山國中

（投稿日期：民國 96 年 12 月 24 日，修訂日期：97 年 7 月 15 日，接受日期：97 年 7 月 28 日）

摘要：本研究的主要目的為探討一位國三數學教師如何運用行動研究，將數學寫作融入國三數學課室之教學所遭遇之困境與解決方法，以及對學生數學學習表現之影響。研究對象為南部地區某公立國中三年級學生。研究進行時間為一學期之每週國三數學複習課時間。資料收集之方式包含數學寫作學習單、學習日誌、研究者教學省思札記、以及研究觀察日誌等。研究結果顯示：數學寫作融入國三數學課室之初期所遭遇之困難為數學寫作會造成學生與老師的壓力、減少學生練習題目的時間，造成學生的質疑，稀釋了老師教學的時間，造成家長的質疑以及部分數學成績好的學生，在學習上亦會產生困擾。但是透過本研究所發展之「五步驟」解決方案之實施，對學生之數學學習表現具正面影響。這些正面影響包括：透過數學寫作學生能掌握數學寫作的要點、寫作可以幫助學生重新組織、統整及連結各種不同概念性知識與發展解題能力以及在數學學習成就上亦有正面之影響，例如參與數學寫作融入課室之學生在高中基測上之表現比未參與學生在統計上有顯著之差異，此亦對數學寫作融入課室有正面的鼓勵作用。

關鍵詞：行動研究、國中三年級、數學寫作、學習成效

壹、緒　論

許多研究指出學生雖然能夠快速、準確地求出正確的答案，卻未必能夠真正地理解問題背後所潛藏之意義與數學概念（Brenner, Herman, Ho, & Zimmer, 1999; Cai, 2001; National Research Council, [NRC], 2001; Pesek & Kirshner, 2002）。同時，美國研究委員會（NRC, 2001）認為「理解」是“有意義學習”的基本條件，學生必須充分理解他們所學的基本數學觀念才能將其意義化。因此，學生的學習如果缺少了理解，即使模仿成功，其所獲得的知識也只是複製的知識與記憶性的知識，這些充其量也只是零碎片段的知識，而非真正的理解。

美國數學教師學會（National Council of Teachers of Mathematics, [NCTM], 2000）主張數學寫作在學生數學學習上扮演著重要的角色，因為寫作活動可以培養孩子發展更深一層的思考，同時學生可以藉由寫作以發現自己在想什麼？學到了什麼？什麼是重要的？甚至透過寫作可以讓學生在學習的過程中，促進他們在程序性與概念性知識的瞭解，更可以幫助學生組織與統整數學概念。誠如許多研究報告指出（Baxter, Woodward, Olson, & Robyns, 2002; Liedtke & Sales, 2001; NCTM, 2000），數學寫作不只是一種幫助學習的催化劑，也可以使學生有機會去描述他們的感覺、想法與觀念，甚至可以成為學生與他人溝通的工具，進而進行有意義的學習與理解。雖然數學寫作已越來越受到許多數學教育家重視，且實證研究（Borasi & Rose, 1989; Nahrgang & Petersen, 1986）也顯示寫作對於學生的學習有正面的幫助。然而，檢視國內外數學寫作相關之研究發現，鮮少研究將寫作實際應用在國三數學科教學中，亦未有透過行動研究的策略以探討數學寫作融入國三數學課室之教學實踐歷程，與可能遭遇之困境的相關研究。更重要的是，相關研究（Baxter, et al, 2002; Liedtke & Sales, 2001）指出：透過數學寫作可以幫助學生組織、複習相關數學概念。基於上述理由，本研究欲將寫作之教學活動融入國三數學課室中，藉以探討寫作活動對國三學生學習情形之影響，並針對實施歷程所遭遇的困境提出建議，以作為未來教學之參考。因此，本研究之目的如下：

一、探討數學寫作融入國三數學課室之教學實踐歷程與可能遭遇之困境。

二、探討數學寫作融入國三數學課室對學生數學學習表現之影響。

貳、文獻探討

一、數學寫作的意義與重要性

NCTM（1989）所出版之「學校數學課程與評量標準」中即清楚地定義數學寫作：「數學寫作即是個人描述一個問題如何被解決，在這過程中可以幫助學生澄清她（他）們的想法與發展更深一層的理解」（p. 26）；Baxter 等人（2002）以及 NCTM（2000）等更進一步指出所謂數學寫作就是促使學習者能夠進行解釋、省思、回顧、組織、數學概念連結以及解題過程之書寫與記錄的活動過程，透過數學寫作有助於學生連結各種不同數學概念的表徵以及促進溝通之技巧。同時藉由數學寫作可以提供孩子更多表達其數學想法與過程之機會與舞台，而經由寫作的過程，孩子更能重新檢視其本身的數學想法（Shield & Galbraith, 1998）。Baxter 等人（2002）以及 NCTM（2000）亦指出教師可透過學生之數學寫作，以瞭解學生的數學想法，進而作為修正未來教學之參考。因此，本研究認為「數學寫作」即是將寫作的活動融入數學課室中，以促使學生藉由寫作能夠對自己的數學想法做詮釋、反思、回顧、組織、連結，以進行統整的活動（Baxter, et al., 2002; NCTM, 2000）。

透過數學寫作，可以幫助孩子進行數學之學習，而許多學者的研究報告（Anderson & Little, 2004; Baxter, et al., 2002; Goldsby & Cozza, 2002; Pugalee, 2001; Shield & Galbraith, 1998）亦指出寫作活動可以幫助學習者聯絡各種不同數學概念表徵，這些數學概念表徵包括物體的表徵、圖像的表徵、符號的表徵、文字的表徵以及心理的表徵等，進而可以幫助學生發展解題能力。NCTM（2000）進一步指出：數學寫作不僅可以幫助學生發展數學概念，亦可以幫助學生重

整、組織及連結他們的知識，更可以幫助教師瞭解學生的學習狀況。Nahrgang 和 Petersen（1986）也認為數學寫作至少具有兩種功能：(1)透過寫作可以讓學習者用自己經驗去蒐集他所不瞭解的數學概念；(2)寫作是一種老師與學生溝通的管道之一，老師藉由寫作得以很快地知道學生對數學的迷思概念以及困惑之處。由此可知，數學寫作不僅可以幫助學生學習數學、幫助老師明瞭學生的問題所在，甚至可以透過數學寫作之溝通方式，瞭解教師個人待改進之處，藉以修正自己的教學模式，進而讓學生學得更好（Miller, 1991）。

再者，數學寫作活動的類型相當多元化，例如札記、數學日誌、數學寫作等皆是（陳億源, 2007）。透過數學寫作活動學生可以把上數學課的心得、解題想法與過程、解題策略、或課堂上無法理解的困惑之處全部紀錄下來，也可以把自己不會的題目，紀錄已嘗試過的解題策略，以作為將來重新思考的根據（Burks, 1993; NCTM, 1989, 2000）。因此，本研究之數學寫作活動包括數學複習課所使用之數學寫作學習單，以及課後使用之數學日誌。數學寫作學習單將以開放式問題來進行設計，此主要原因在於開放式問題是可以被延伸，且答案並不一定唯一，解題的路徑也不一定唯一（Sullivan & Clarke, 1991）；數學日誌則作為學生記錄數學學習感想、反思、解題時的心路歷程或是呈現多樣化解題策略之用。

二、數學寫作的相關研究

數學寫作在學生的學習過程中具有正面的影響嗎？Connolly 和 Vilardi（1989）認為數學寫作對學生的推理、溝通與連結之發展具有正面的幫助。因而，國內外有關數學寫作之實證研究透過國中、國小階段的實驗研究也紛紛出爐，在國外的研究中，Bell 和 Bell（1985）以及 Wade（1994）分別對國中三年級學生、國小五年級學生進行數學寫作教學實驗，研究結果皆發現透過數學寫作可以提升學生解題的表現；Burks（1993）則是以八年級學生為研究對象，研究結果亦顯示數學寫作可以改善學生數學解題能力，進而促進學生之數學學習成效；而 Goldsby 和 Cozza（2002）針對七年級的學生進行實驗教學，亦發現數學寫作除了可以增強學生的解題能力，還能增進學生的溝通能力；更進一步地，Mullis, Martin, Gonzalez 和 Chrostowski（2004）的研究發現透過數學寫作，學生的溝通能力甚至可以延伸到其他科目領域中。此外，Pugalee（2001）以國三學生為研究對象，研究結果發現數學寫作還可以提升學生後設認知的能力。在國內的研究中，陳億源（2007）以國中學生為研究對象，研究結果顯示數學寫作可以提升國中學生之數學成就。此外，陳億源（2007）的研究也指出學生對數學寫作之感覺亦會有負面的傾向，例如：寫作的份量太多以至於讀書的時間變少、寫作增加困擾、寫作對數學學習沒有幫助等。

綜合上述相關研究的探討，數學寫作對學生解題能力以及溝通能力等皆具有積極、正面的影響。但是，在國內的數學課程中，數學寫作並沒有被視為是教與學的一部分，且多數的教師認為，學生要將其想法轉譯成文字對他們而言又是一大考驗，以致於實際將數學寫作應用在教學上更是少之又少。而且，企圖將數學寫作融入數學課室並不是一件容易的工作；主要原因是因為學生必須改變原來的學習習慣，用文字表達的方式呈現數學想法將會花費較多的時間，因而影響學生的意願。然而，誠如美國數學教師協會（NCTM, 2000）所出版的學校數學之原則與

標準清楚地指出：「當學生能夠呈現她（他）們解決問題的方法，當學生能夠向同儕或教師澄清她（他）們的推理，或者是當學生能夠對某些讓同儕感到迷惑的事件形成問題，那麼學生就能夠增進她（他）們思考的洞察力」（p. 60-61），而 Ntenza（2006）亦指出數學寫作融入數學課室對學生之數學學習具正面的影響。由此可知，將數學寫作融入數學課室有其價值性與重要性。況且在研究者的教學經歷中發現，教師運用更多元化的教學方式，更可以引發學生的學習意願，而學生的能力與表現亦常常超乎教師們的想像範圍。因此，將數學寫作融入國三數學課室，不但不會妨礙學生正常之授課進度，同時透過寫作的方式可以協助學生統整、組織與反思數學概念，進而增強其數學概念之理解。

三、教育行動研究對數學寫作融入數學教學之啟示

近年來，隨著大眾要求提升教育品質與呼應現代教育思潮的訴求下，研究學者與教育當局乃極力倡導在職教師進行教育行動研究（Action Research），以改進自我教學品質與提升學生之學習成效。基於此理念，站在教育工作最前線的教師若能夠藉由「教師即研究者」的理念，進行教育行動研究，以建構教學新知識與策略，進而促進專業成長。誠如國內、外學者（蔡清田, 2001; Elliott, 1991; McNiff, 1988）之主張，透過教育行動研究之實踐，學校教師不但可以將抽象之教育理論與教學實務進行結合與統整，而且可以使得教學與研究相結合，進而提升教師之教學效能。因此，從學校教學的觀點而言，教育行動研究的主要目的乃是希望教師透過行動研究的過程與實踐，以瞭解教師個人之教學過程及問題，發現缺失並修正之，進而達到改進教學方法以及提昇教學成效（王文科, 1995; 黃政傑, 1999; 陳惠邦, 1998; Kemmis & Mc-taggart, 1988; Nixon, 1989; Zuber-Skerrit, 1996）。基於上述論點，站在教育工作崗位第一線的教學者，若能夠結合數學寫作融入教學之研究，並且就學校課室中實際實踐之過程中探討實際教學之可行之方案與可能遭遇之困境，以及解決之策略，並進一步尋求理論基礎之支持、進行協調與修正，從不斷的反省檢討、修正計畫、行動與改革中，以改進教學的方式與解決教學實務問題，應是一項創新的嘗試。

參、研究方法

一、研究法與研究設計

本研究採行動研究法，以一個班級為研究對象。由於本研究之焦點在運用數學寫作融入教學並探究學生學習情形，在研究實施過程中，利用文件蒐集、訪談、課室參與觀察等方法來深入了解數學寫作運用在國三數學課室所遭遇之困境與解決之方法，與學生的學習情況。

傳統複習課之上課方式是老師講述學生聽，因此，將數學寫作融入於國三數學複習課室，對老師及學生而言均是一件新的嘗試，也是一大挑戰。本研究不僅希望透過數學寫作融入數學課室中，以探討此行動對國三數學課室之教學實踐歷程與可能遭遇之困境，同時探討數學寫作融入國三數學課室對學生數學學習表現之影響。當然本研究之主要目標乃期望藉由此次之數學寫作融入數學課室之行動過程，能夠協助學生透過寫作之策略複習數學單元，進而融會貫通國一至國三所習得之數學概念，以有效提升學生的學習品質及數學概念的思考層次，同時可以幫助教學者本身改進教學品質及

促進專業成長。

二、研究對象

本研究採便利取樣法選取研究者所任教的國三學生，學生家長的教育程度以國中、高中、高職為主，大都從事勞動工作，其社經背景大致以工、商為主。樣本學生共39位，男生15人，女生24人，全班數學成績呈常態分布，表達與溝通能力皆良好，上課非常活潑，班上討論風氣盛行，學生樂於表現且易於溝通，與老師的互動也相當好。

三、研究工具

(一)研究者

在本研究中，參與者包括研究者以及協同研究者。研究者即本研究將數學寫作融入國三數學課室之實踐者，目前為國中教師，扮演數學寫作活動引導者、資料蒐集者與訪談者的角色。研究者在執行本研究前已修習過質的教育研究法、行動研究法等相關課程，並實際練習如何進行行動研究之方法;因此，研究者具備執行本計畫之能力。協同研究者為數學教育學者，協助本研究設計與過程之推動，包括理論基礎之諮詢者，資料分析之參與者；更重要的是協助原案分析之適當性及共同進行三角校正使資料之詮釋能夠更加客觀，以盡量避免資料分析過於主觀。研究者可藉由學生在課室中的學習情形、學習單、學習日誌及訪談過程，深入了解個案的學習狀況以及整個研究的實施情形。

(二)數學寫作工具

數學寫作的方式會因教學目的、需要、時機與實施的對象不同而改變，在實際的設計與應用上可以呈現相當多元與多樣化，因此，研究者參考相關文獻（Burns, 1995; Countryman, 1992; Rose, 1989）及過去教學的經驗，設計出本研究所使用的數學寫作工具。為了將數學寫作融入教學活動中，研究者設計了與數學課程直接相關的學習單與學習日誌，藉此幫助學生建立主動學習，進而培養學生數學能力。本數學寫作工具主要有兩部分，陳述如下：

1.學習日誌

本研究所使用的學習日誌，使用的時機是在每單元教學後。使用的目的是讓學生藉此學習日誌做概念的成長與學習有效的溝通，讓學生對老師所提的問題，或是老師所說的話，甚至教學的情況，簡短寫下自己的感覺，而學生也可以透過數學日誌，對自己正在學習的數學內容進行更深一層的思考，並透過數學日誌表達當時學習的感覺及遭遇的問題。例如：描述你上數學課的感覺與經驗、或者請寫下在上課的過程中哪些觀念、問題對你而言還是模糊不清。

2.數學寫作學習單

本研究之學習單元共為十七週，每一週進行一個單元，每次大約有二至四題的問題，主要內容是以國中課程一至六冊的概念為主（如表1），所以每一位參與之學生一共寫了17份的學習單。以往的複習課之上課方式是老師講述學生聽，本研究採用之方式是利用每週之複習課時間先請學生完成一份研究者所設計之「數學寫作學習單」（共17份）。「數學寫作學習單」之使用目的是希望學生透過寫作的方式複習該單元的主要數學概念，期望透過此方式以幫助學生重新組織、統整與連結相關的數學概念，並期望學生能夠根據自己對該單元的理解，用自己的話寫出來，並且加以說明解釋。當學生在預定的時間完成學習單後，教師會透過同儕合作、討論、發表以及教師補充說明之方式進行。透過此過程可以進一步協助學生修正其錯誤之概念或不完整之部分。數學寫作學習單範例如下：

表 1：教學內容

類別	內容
數與量（第一~二週）	正負數、數線、絕對值、近似值、科學記號 ⟶因數、倍數、分數的四則運算
代數（第三~八週）	乘法公式、多項式、一元一次方程式、不等式 ⟶二元一次方程式⟶方根、比 ⟶因式分解 ⟶ 一元二次方程式 ⟶ 函數
圖形與空間（第九~十六週）	體積、容積、容量 ⟶ 垂直、平分、平行、尺規作圖 ⟶對稱 ⟶ 簡單的幾何平面圖形 ⟶ 相似 ⟶三角形 ⟶ 圓形
統計與機率（第十七週）	統計、百分位數、機率

第九週學習單其中之一問題：「想想看，並寫下一元二次方程式與二次函數的圖形之相關性。」（如附錄一）

四、資料之蒐集與分析

資料之蒐集包括每一位學生皆完成17份數學寫作學習單（每週每一位學生完成一份學習單）、同時每一位學生亦完成17份之學習日誌（每週數學寫作活動後回家書寫一份）、研究者教學省思札記、以及研究觀察日誌等。

資料蒐集後，研究者先進行編碼，編碼方式如下表2。然後研究者詳細閱讀與分析所蒐集到之相關資料，並進行初步資料分類的工作，將相關的原案作分析與歸納，然後逐漸形成主題與類型，並隨時與研究參與者進行討論，最後運用三角校正法來提升本研究之可信賴度，以力求研究資料的合理性。

同時，為增強本研究之可信度，研究者盡可能引用受訪者的原始語句來描述事件，並採用不同資料來源的三角檢定，以進行比較和交叉檢驗；本研究資料來源有研究觀察日誌、學習日誌、學習單等。在資料分析與檢驗的過程中，研究參與者亦扮演批判者與提供修正意見者，以協助研究者進行資料之再修正或分析之參考。

表 2：資料編碼方式

編碼	代表意義
940105 省	代表九十四年一月五日研究者的教學省思札記資料。
940105 觀	代表九十四年一月五日觀察上課現場的紀錄和錄影轉譯資料。
940105 S14 誌 S14 單	代表九十四年一月五日 14 號學生的數學日誌、學習單。
940114 S21 訪	代表九十四年一月十四日的訪問 21 號學生的錄音轉譯資料。

肆、研究結果與討論

複習對國三學生而言可說是相當重要的，因為藉由複習的工作，學生可將其兩年多的國中學習生涯中的數學知識與解題技能，再作一次檢視的動作。而在接觸與了解「數學寫作」之後，研究者決定放棄過往的複習方式，期望藉由數學寫作使學生體驗「數學」的美好，而不再只是在一成不變的考試中度過「複習」。以下將分別呈現數學寫作的實踐情形以及影響：

一、數學寫作融入國三數學所遭遇之困境與解決方法

Etkina（2000）認為真正的教學是要在

教師知道學生的想法下進行的；而教師如果要學生充分的理解概念，那麼就需要知道每次在上課前學生已具有哪些先備知識以及上課後學生腦袋瓜子裡發生了什麼樣的變化。基於此理念，研究者改變了以往傳統考試的複習方式，將數學寫作融入國三數學課室中，藉由數學寫作，讓學生嘗試使用文字、圖形、符號等不同表徵方式說明自己的想法、統整所學過的相關概念，以期使學生能夠透過寫作發現自己的迷思概念進而釐清。因此，以下將數學寫作融入課室之實踐歷程與困境一一作陳述：

(一)數學寫作融入國三數學課室之實踐歷程以及所遭遇的困境

數學寫作融入國三數學課室的實踐歷程之開始階段所發現之問題以及所遭遇的困境：

學生在一開始接觸到數學寫作的時候，由於陌生與不習慣，不知道要如何下筆，因而心生排斥；甚至，會因為質疑而以敷衍的態度來面對等問題。因此，許多學生一開始呈現出來的內容多是空白、抄襲上課內容、模仿講義等，或是以簡短幾句無關緊要的句子：「我不知道要如何寫」來交差了事，或者是如圖1，將簡化的計算過程或課內重點寫下：

圖1中，學生只寫出基本的多項式定義與基本的多項式運算，學習單上草草的幾句話呈現出來，且不知所云，從學習單上所呈現的內容可看出學生還無法掌握寫作技巧與學習單的要點。此外，從學習日誌中發現學生對數學寫作感到困難：

一直覺得數學就是一堆數字、算式，叫我把思考的過程寫下來，好難喔！真不知如何下筆。（930925 S03 誌）

數學不是只要會算就好了，寫學習單花我好多時間，我已經沒有時間唸書了。(930925 S18誌)

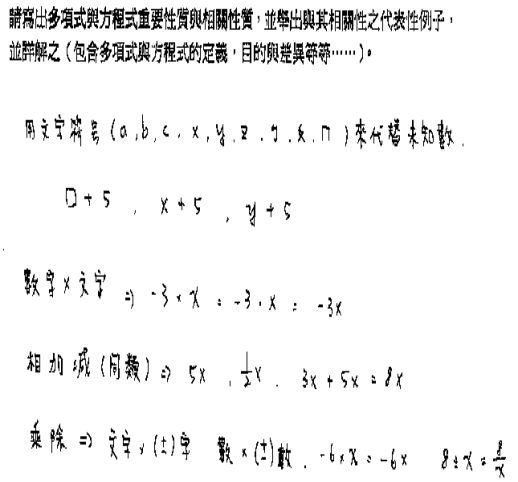

圖 1：代數之複習學習單（S16 單）

數學寫作好新鮮的名詞，但是平常數學對我而言已經很難了，還要叫我把數學用寫的方式寫出來，對我更是難上加難。(930925 S01 誌)

由原案中可知，部分學生剛開始接觸數學寫作時，將「寫作」視為是一項沉重的負擔，一開始的陌生讓學生產生質疑與挫折感，使得學生對寫作活動不感興趣，動機也非常薄弱。

在剛開始實施的過程中，研究者遭遇到一些困難。以下即為本研究在將數學寫作融入國三複習課程中所遭遇到的困難：

1.數學寫作內容無法配合學校所安排的複習進度表，造成學生、老師的壓力

老師安排的複習進度與學校的不太一樣，在有限時間下，我無法充分地準備學校所安排的複習考範圍，所以，每次學校複習考的時間越接近我就越慌亂越緊張。(940123 S39 誌)

考試的時候，內容雖然老師以前都教過，但是有的老師還沒復習到，所以，考試的時候在寫題目上有些生疏，常常寫不完。(940123 S13 誌)

最近常常聽到學生反應複習考到了，但是某些單元還沒複習到，學生自己也沒有時間再去加強沒有複習到的單元。因此，發現學生似乎把這

當作成績表現不理想的理由。(940127 省)

由上得知，考試領導教學也領導著學生學習的方向。然而，本研究的數學寫作以概念的重新組織、統整、連結為主，所以必須打破單元與單元間的界限。因此，在時間上無法與學校所安排的複習進度配合，以致於造成學生的無所適從與壓力，間接地也讓研究者在實施數學寫作的過程中備感壓力。

2.數學寫作減少了學生在校練習題目的時間，造成學生的不習慣與質疑

以前我可以藉由考試多做一些題目，現在複習時老師不再以考試為主，相對地我練習的次數也變少了，心理總覺得虛虛的。(931017 S31 誌)

數學不是只要會做題目會算就好了嗎？為什麼我要寫那數學寫作，這樣真的會提升我的數學能力嗎？(931017 S21 誌)

眼看著學生升上國三時，補習的時間似乎佔據了學生整個生活，學生幾乎無法好好地將數學概念作個有系統的統整，更不用說學生能夠將所學的知識作更深入的思考，而學生也習慣以「做題目」來複習數學，因此，剛開始學生對數學寫作產生的不習慣與質疑，常常在學生的對談中出現。(931026 省)

一開始學生還是以「多做題目」做為複習數學的主要方法，他們認為只要題目做很多，熟悉題型，自然而然就能熟能生巧，在考試時應該會拿到不錯的成績。因此，學生不習慣以數學寫作作為複習的工具，也覺得數學寫作減少了他們在校練習題目的時間，進而質疑數學寫作是否真的能提升他們的數學成績。

3.數學寫作稀釋了老師教學的時間，造成家長的質疑

本研究是利用數學寫作作為國三學生複習數學的主要工具，在課堂上也讓學生透過數學寫作作為同儕間以及學生與老師溝通的工具。因此，在課堂上是以學生為主，老師為輔，在此老師只是扮演引導者的角色，然而，在實施的過程中，卻陸陸續續地出現一些家長的聲音，「老師在課堂上講解題目的時間那麼少，這樣行嗎？」、「我的孩子即將參加基本學測，考試次數這麼少，題目的練習也相對減少，在課堂上老師上課的時間又不多，這樣我的孩子有辦法拿到好成績嗎？」、「複習不是應該老師幫學生整理重點，然後在課堂上不厭其煩的提醒學生，但老師的複習方式好像不是這樣，這種複習方式對學生真的有幫助嗎？」。因此，在實施數學寫作的過程中，由於家長認知與對數學寫作的不了解，造成了家長的些許質疑。

4.數學寫作對部分數學成績好的學生，在學習上亦會產生困擾

S8與 S14在班上的數學成績相當不錯，但他們的日誌卻認為數學寫作會產生學習上的困擾，日誌原案呈現如下：

當我在寫題目時，我每一題都會算，考試成績也都不錯，數學寫作反而讓我覺得有點浪費時間。(930928 S08 誌)

有些概念我懂，有些題目我也知道如何做，也知道為什麼，但我不知道該如何表達，更不要說還要將它寫下來。(931006 S14 誌)

最近從回收回來的學習單與日誌中發現，有些同學詞不達意，有些同學也以幾句話草草交差了事，但其中竟發現平常數學表現不錯且語文程度也不差的學生，也以敷衍的態度來面對數學寫作，這發現讓我很訝異，後來與學生經過一番深度訪談後得知，他們認為自己的數學成績一直都很好，每天也從不間斷地在做題目，數學寫作佔據了他們蠻多的時間，讓他們不喜歡數學寫作，也一直很困擾。原來，班上還是有些許的學生對數學寫作不認同而感到困擾。(931026 省)

由上述原案可以發現，數學寫作未必會讓所有成績好的學生所接受。部分成績好的學生認為能夠快速解出數學問題就可以了，為何要花這麼多的時間寫過程？因此，即使

學生並非是數學學習不佳，但只要他們在寫作方面毫無興趣或者不認同，那麼實施數學寫作可能只會產生負面的效果。

(二)解決問題之因應策略

但研究者深信：「有志者，事竟成」，我的學生一定有能力可以做的更好，只要他們能夠掌握住方法與技巧，一定會有很大的成長。基於此，研究者認為必須加強引導方式與技巧以加強「數學寫作」的進行，進而讓數學寫作的作用能強而有效的產生在學生的身上，因此開啟了研究者所發展之解套策略。

為了幫助學生掌握寫作的重點，研究者規劃了五個步驟，以進一步巧妙地引導學生接受並知道如何進行「數學寫作」:

1.從「說」到「寫」

一開始讓學生先找資料，接著藉由「說」的方式讓學生表達其思考過程，其次再用寫作的方式讓學生回顧，將其想法寫在學習單上，重新整理自己的想法。以下為老師在引導學生有關多項式與方程式相關概念之初步寫作時的對話：

T：請 S16說一下有關多項式與方程式的相關概念，把你知道的都說出來。

S16：多項式是有框框的式子。

T:可不可以講清楚一點呢？或者舉例說明？

S16：嗯，多項式是用文字符號來代表未知數的值，也就是說，多項式是數字與文字符號利用加、乘運算所成的式子。

T：很好，再來呢？加油！

S16：運算同類項可合併，嗯，我再想想。

T：沒關係，現在把你剛剛所講的，整理一下寫在學習單上,也可以一邊寫一邊想，在寫的過程中，把它想像是要解釋給同學聽，只是這時候不是用說的，而是用寫的方式。

由對話中可看出，老師引導學生將其思考的內容轉換成文字，且當學生在寫的過程中，引導學生把寫作當成是溝通的一個媒介，希望學生能藉由寫作方式充分地解釋自己的想法，但是學生似乎有點言不及義，也尚未確切地掌握到數學寫作的要點，因此，開始了第二引導階段，也就是提供「可觀摩的學習單」作為範本。

2.提供可觀摩的學習單作為範本

在這個階段，研究者主要是讓學生發表寫作的過程，再帶領學生一起討論範本的內容，使學生從中得知其他同學是如何將思考過程藉由寫作呈現，使學生更能夠掌握學習單與寫作的要點。範本請見圖2：

進行方程式總複習時，S23在其學習單中統整了一元一次方程式、二元一次方程式、二元一次聯立方程式、一元二次方程式的解與圖形，並歸納出方程式的解題方法，可做為大家學習的範本。以下為學生在參考完範本以及課堂上的討論後的感想：

原來我一開始寫的學習單根本是語意不通、抓不到重點、我的數學概念根本是零零碎碎的，其他同學看到了也不知道我在寫什麼，連我自己也看不懂。看了其他同學的學習單以及參與範本討論後，原來數學寫作是要將概念重新組織、整理轉成自己的東西，然後再藉由文字或圖形呈現出來，最重要的是內容要有系統、符合題意，讓

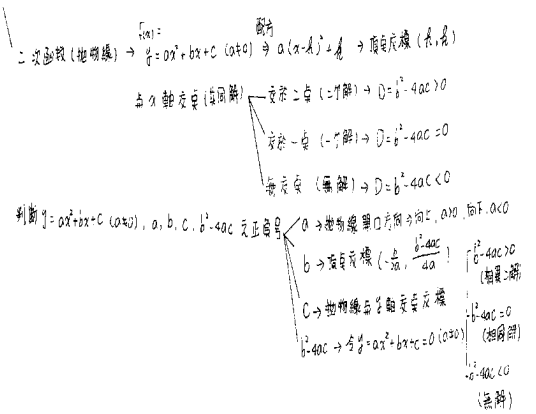

圖 2：代數複習之學習單（S23 單）

同學以及自己能夠透過數學寫作清清楚楚的知道自己思考的過程。(931105 S16 誌)

學生有了參考的模式、寫作的方向，不再感到無所適從，因而比較能夠切中題意，也慢慢地掌握數學寫作的要點，這時候的學習單已經具有初步的雛形了。然而，雖然提供了一些「範本」，但這也只能讓學生比較能夠掌握住寫作的方向，但此時的學生數學寫作內容只侷限在自己的思考空間，無法擴展他們的知識與概念，所以，開始了第三步驟，也就是「合作學習」。

3.合作學習

上課方式採合作學習，兩人一組，希望藉由討論，讓學生分享彼此寫作的內容。以下為 S11、S15在課堂上的對話：

S11：我覺得我對多項式與方程式已有大概的了解了。

S15：我也覺得差不多了，但有些老師補充過的，你好像給他忘記了喔！

S11：有嗎？是什麼？

S15：嗯，就是方程式我們都習慣把根解出來，但反過來呢？如果知道「根」那如何求出方程式呢？

S11：啊！對喔！快！快！告訴我！

S15：就是。

S11：我也想起來了，還有根與係數的關係，換我告訴你。(931003 觀)

由 S11、S15的對話中發現，學生可藉由數學寫作，並透過合作學習來進行溝通，在這溝通的過程中，學生不僅可以「再次」澄清概念，還可以更進一步地加深、加廣他們的知識與概念。一方面可以知道自己寫的對不對，有沒有完整，一方面也可以知道其他同學的寫法與想法，重新修正自己學習單上的內容。如：S11透過「合作學習」與同學相互討論後，補上了「方程式的求法」及「根與係數的關係」(如下圖3)。

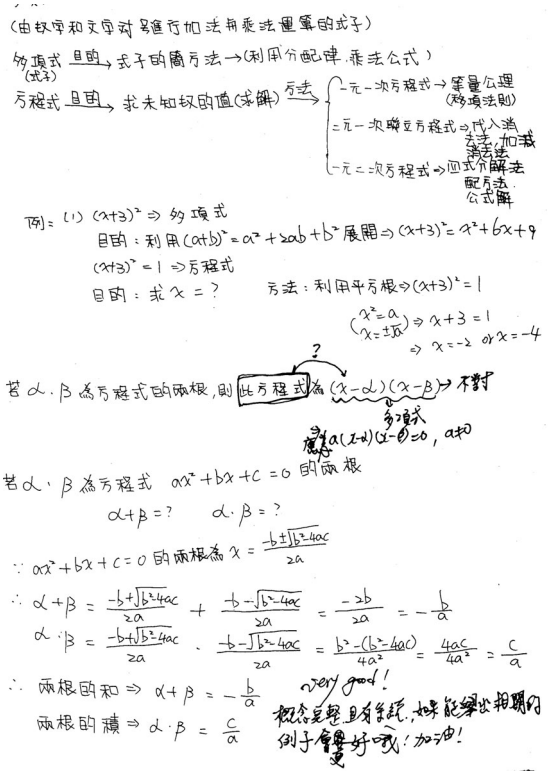

圖 3：S11、S15 同學相互討論後經過修正的學習單

因此，此階段的學習單經過修正、調整後已能呈現相當的完整性。此時，學生的寫作也即將完成，然而，在學習過程中，老師若能夠從旁引導與鼓勵，對學生的學習也具有加分功效，於是開始了第四引導階段，也就是「老師的檢視」。

4.進行檢視

當學生完成每個單元的複習學習單後，老師幫學生做檢視的動作。以下為 T、S11進行個別指導時的對話：

T：S11進步很多喔！很不錯！從你的學習單看來，透過數學寫作你對數學越來越有概念囉。

S11：還好啦。

T：可是有些小地方還是有些許的錯誤喔。

S11：我知道，以前我在做相關的題目時也時常犯類似的錯誤，結果再寫的時候

還是一樣。

T：沒關係。這次的經驗應該可以加深你的印象吧。

S11：嗯！（931005 省）

由上圖3中看出老師可透過學習單發現S11的錯誤「方程式為（x-α）（x-β）」且及時給予糾正「方程式為（x-α）（x-β） = 0」，並視個別情況隨時給予個別指導。在此階段，老師透過了數學寫作了解學生的學習狀況，隨時掌握學生的學習情形，並在適當的時候給予學生個別的引導與鼓勵，無形之間增強了學生的學習動機、自信心以及學習經驗。此時，數學寫作已進入了最後階段，而「學習日誌」的引入也即將為此畫下完美的句點。

5.在學生完成每個單元的複習後，善用學習日誌

在每次單元的複習之後，學生會進行學習日誌的撰寫。然而，學生經由學習日誌得以表達自己在學習過程中的感受與想法，並能夠在學習日誌中提出自己不會的問題與迷思概念。而老師也可透過學習日誌發現學生的疑問與迷思，以適時地給予學生引導與幫助。在此過程中，師生們之間的互動更加地頻繁，而良好的師生互動更是學習的催化劑，促使學生的數學概念進一步地澄清、發展。

經過引導階段之後，可以發現參與本研究之學生對於數學寫作這件事已有較深入之瞭解及認知。因此，多數學生到本階段已經能夠將數學寫作視為複習工作的重要工具，而且在內容的呈現上較豐富多元。

二、數學寫作融入國三數學課室對學生學習表現之影響

以下將分兩部份分別說明數學寫作融入國三數學課室對學生學習表現之影響：

(一)研究者根據學生的學習單、學習日誌、以及教學省思札記，將數學寫作對學生的學習之影響歸納出下列幾點：

1.學生已能掌握數學寫作的要點

數學寫作融入國三數學課室之初期，幾乎所有的學生皆不知如何下手；因此，空白、抄襲定義或是文不對題似乎是一開始學生數學寫作的寫照。但是經過一學期的練習，已有超過85% 以上的同學，能夠依照數學寫作的規範，認真的進行數學寫作。以下以一個案例說明學生學習之改變。如圖4，S10在寫作融入前之工作單，內容只是將相似與全等之定義照抄一遍；然而經過一連串的引導模式後，S10已能掌握數學寫作要點，漸漸能夠清楚且完整地呈現數學寫作之內容（參見圖4、圖5）。

2.數學寫作可以幫助學生重新組織、統整及連結各種不同概念性知識與發展解題能力

數學概念的複習是一件浩大且繁雜的工作，如何將過往到現在的數學知識作一有系統的歸納、統整，實不容易。在數學寫作初期，多數的學生皆不瞭解數學寫作之功能，當然學生就不知如何進行概念之重新組織、統整及連結。但是經過一學期之練習，已有80% 以上之同學的學習單內容已具備上述功能。透過「數學寫作」進行複習工作，可以發現寫作不僅能幫助學生重新組織、統整及連結各種不同概念性知識，亦可促進其解題能力的發展。以下以個案舉例說明如下：

例子一：研究者在複習相似與全等概念時，要求學生寫下其相關概念，如對應邊成比例、對應角相等，由圖6看到 S10同學的學習單中，可將相似與全等定義做比較並能進一步找出兩者的包含關係，並整理出三角形的相似性質與全等性質，且可從例子

請說明相似圖形與全等圖形差異之處，且舉出與其相關性之代表性例子，並詳解之。

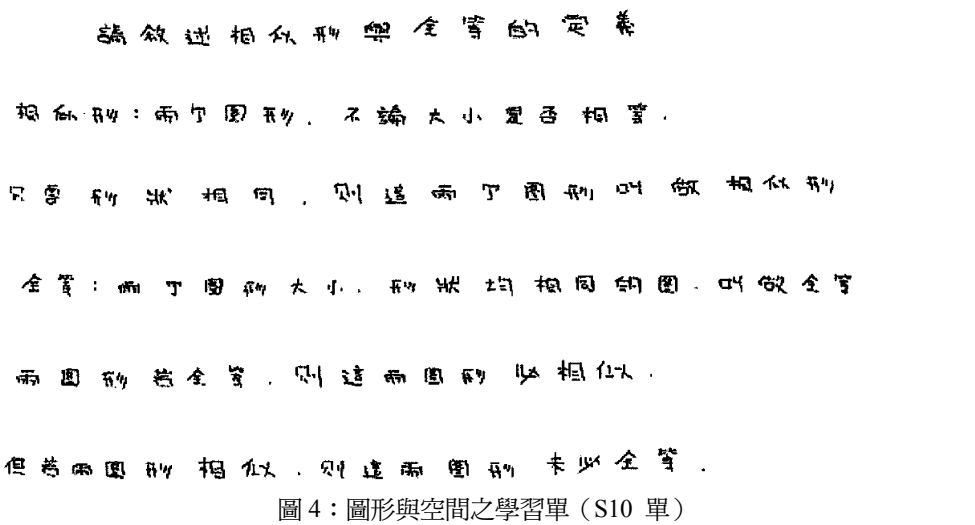

圖 4：圖形與空間之學習單（S10 單）

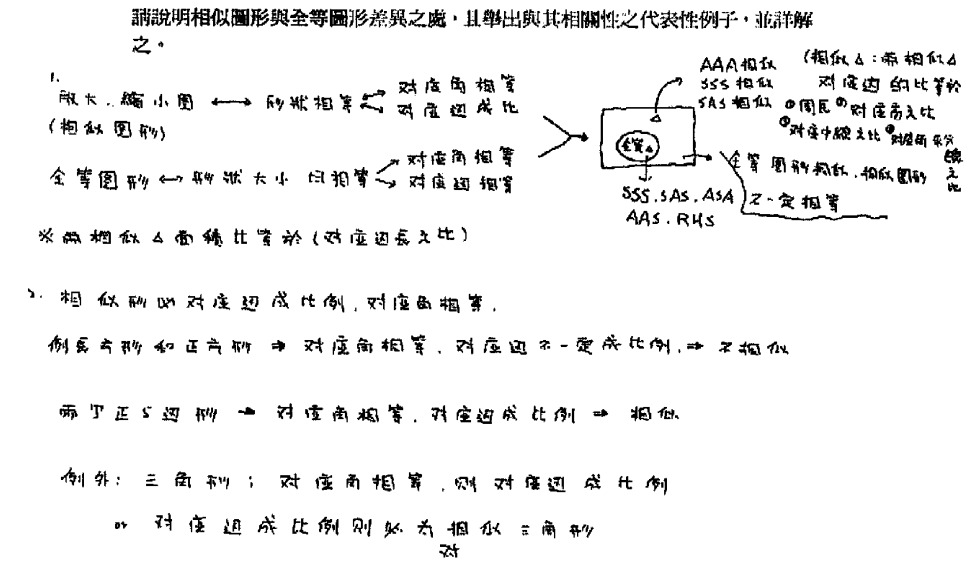

圖 5：圖形與空間之學習單（S10 單）

若 $\overline{DE}$ 平行 $\overline{FG}$ 平行 $\overline{BC}$ 則ΔADE≈ΔAFG≈ΔABC，$\overline{AD}$ ：$\overline{DF}$ ：$\overline{FB}$=$\overline{AE}$ ：$\overline{EG}$ ：$\overline{GC}$ 延伸至若 l_1 平行 l_2 平行 l_3 則 $\overline{AB}$ ：$\overline{BC}$ ：$\overline{CD}$= $\overline{EF}$ ：$\overline{FG}$ ：$\overline{GH}$ 。從中可發現學生能夠藉由「數學寫作」將所學有關相似與全等的概念做一重新整理、分析、統整與連結，並能夠更進一步地將相關概念作延伸。

例子二：由圖7學生的學習日誌，S22同學能夠在學習新單元「圓內接四邊形」中，將新概念「圓內接四邊形的任一外角度數＝其相鄰內對角的度數」與舊概念「相似三角形對應邊成比例」做結合，並重新作組織、

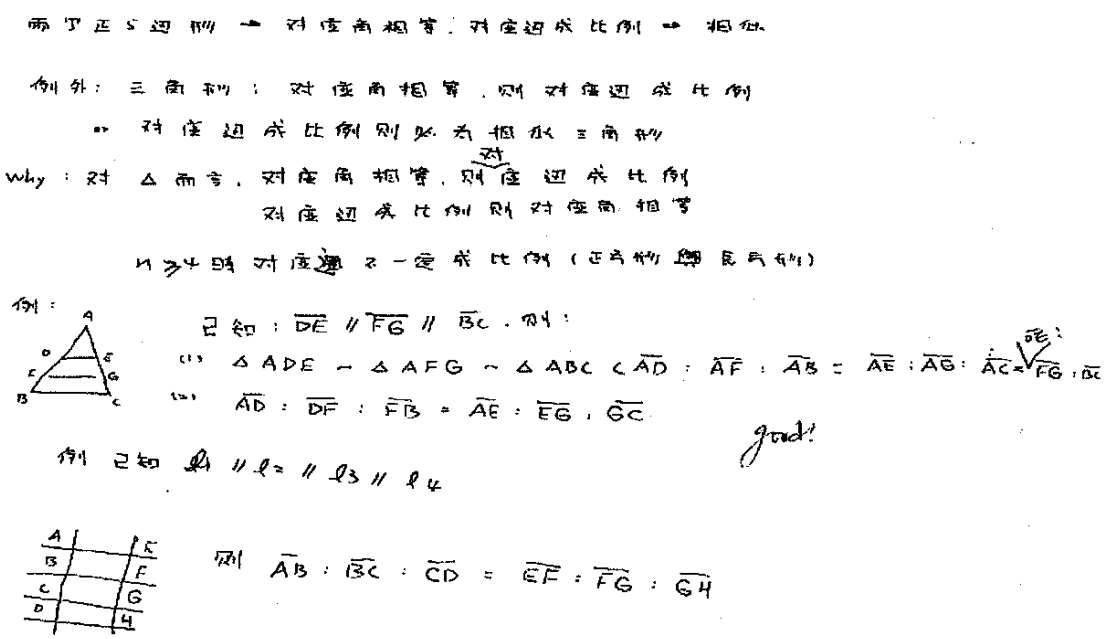

圖 6：圖形與空間之學習單（S10 單）

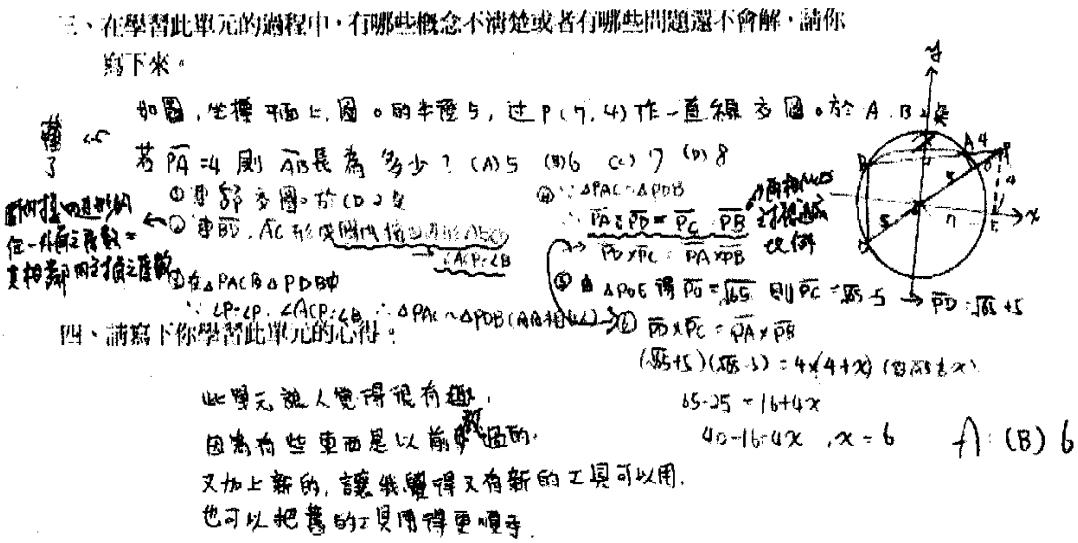

圖 7：學生的學習日誌（S22 誌）

統整與連結，進而協助解題的成功。

綜合上述分析，發現學生能夠藉由數學寫作發現自己在想什麼，並且藉由寫作的過程，澄清、連結每個觀念與步驟，進而發展更深一層的思考。因此，數學寫作能夠幫助學生將所學過的片段知識及概念重新作組織、統整、連結以及延伸，並發展程序性技能的精熟。此正呼應先前相關研究之結果：將數學寫作融入課程中，對學生概念的推理、連結與統整之發展具有正面的幫助（Flower, 1989; Miller & England, 1989; Ntenza, 2006）。

3.數學寫作讓我的學生交了一張漂亮的數學成績單

「複習」對國三學生的另一個目的是參加基本學力測驗，而這也攸關學生往後升學的選擇，無一不卯足勁。然而，研究者創新性的使用「數學寫作」進行國三數學複習工作，剛好亦可藉學力測驗來探討運用數學寫作在國三複習課室對學生在數學成就測驗上的影響。研究者將本校程度相近的兩個三年級班級（一為研究者之班級，而另一班則使用傳統的複習方式），並以該兩班之國二學年總成績為依據，進行變異數分析，結果如表3。

變異數考驗結果顯示兩組學生之國二學年總成績的平均數之差異的 F 值為0.452（$p = 0.503 > \alpha = 0.05$），未達0.05的顯著水準，顯示這兩個班級學生的數學程度是雷同的。此外，為了降低所選取樣本誤差對內在效度的威脅，本研究乃使用國二之數學學年總成績為共變數（covariate），以參加94學年度高中基本學測數學成績為依變數，以共變數分析（ANCOVA）來檢驗數學寫作融入國三數學課室之成效。同時，在進行 ANCOVA 考驗前，先進行同質性檢定，結果顯示同質性檢定未達顯著，表示兩群體之間變異不大，可直接進行檢驗。ANCOVA 分析之結果如表4。

表4的 ANCOVA 檢定結果可以發現：參與數學寫作複習之學生與沒有參與數學寫作複習之學生的數學成績有達到顯著的差異（$F = 12.313$，$p = .001$），顯示參與數學寫作之複習活動是會對學生的數學學習產生影響的，歷經數學寫作複習活動的學生們，在基本學測上已交出一張亮麗的成績單。此外，研究者之班級有6位學生之學測成績獲得滿分，但另外一個班級只有一位學生獲得滿分；這亦是本研究之另一收穫。

伍、結論與建議

本研究之主要焦點在探討研究者如何透過行動研究之策略將數學寫作融入國三數學課室，進而探討行動過程中所可能遭遇之困境，解決問題之方法、以及對學生數學學習表現之影響。雖然，本研究只針對一個班級進行一學期之研究，然而本研究結果顯示，數學寫作融入課室仍有其參考價值與意義，結論說明如下：

數學寫作融入國三數學課室之初期，的確如先前相關研究（陳億源, 2007; Baxter, et al., 2002）指出：學生不知道如何進行數學寫作？數學寫作會增加學習困擾，寫作對數學學習沒有幫助等。的確，在研究之初期，研究者即遭遇到一些困難問題，如數學寫作內容無法配合學校所安排的複習進度表，造成學生與老師的壓力、數學寫作減少了學生在校練習題目的時間，造成學生的不習慣與質疑、數學寫作稀釋了老師教學的時間，造成家長的質疑以及數學寫作對部分數學成績好的學生，在學習上亦會產生困擾等。這些困難對研究者而言，多少都會產生無形與有形的壓力。但是在參與研究者理論的支持與精神的鼓勵下，使得本研究得以繼續進行。整體而言，研究者發現，透過本研究所發展之解決

表 3：學生數學學年總成績之 ANOVA 分析結果

	個數	平均數	標準差	F 檢定	顯著性
參與數學寫作複習的班級	39	80.7	6.30	.452	.503
沒有參與數學寫作複習的班級	39	79.6	7.77		

表 4：參與和未參與數學寫作學生基測成績之 ANCOVA 分析結果（數學學年總成績 = covariate）

	個數	平均數	標準差	調整後平均數	F 檢定	顯著性
參與數學寫作複習的班級	39	49.85	6.055	49.428(1)	12.313	.001
沒有參與數學寫作複習的班級	39	46.62	6.447	47.034		

註：1.使用下列的值評估模型中的共變量：數學學年總成績 = 80.18

2.在水準 .05 的平均數差異顯著。

方案：從「說」到「寫」、提供可觀摩的學習單作為範本、合作學習、進行檢視以及在學生完成每個單元的複習後，善用學習日誌等五個步驟之實施，能夠有系統的協助學生瞭解進行數學寫作的方式，而且透過此種方式的確可以提昇學生的數學學習成效。

研究者進一步檢視數學寫作融入數學課室之歷程，可以發現學生會嘗試使用文字、符號、圖形等不同表徵方式說明自己的想法，透過解題過程，寫作可被用來有效的獲得知識，此結果正呼應了先前相關研究與報告(Anderson & Little, 2004; Baxter, et al., 2002; Goldsby & Cozza, 2002; Pugalee, 2001）之發現與論點。在要求學生寫作時，學生必須對要探討的問題有清楚的了解，概念才會更清楚。或許對於沒有數學寫作經驗的學生而言，剛開始的執行是困難的，但經由教師不斷的引導回饋下，多數學生漸能藉著日誌寫作檢視個人的思考歷程，反思及修正自己的想法，且當學生記下並反思他們的想法時，更增進其解題的能力，讓解題過程更有效率；教師也能從中得知學生的想法或迷思概念，提供教師省思個人教學內容，以評估是否進行補救教學或是個別的協助。故透過數學寫作將有助於改善解題技巧，增進數學認知，並再次評估個人所學得的數學知識，促使學生主動學習，乃是教師檢驗教學、學生自我學習監控的好方法。不可否認，數學寫作融入國中數學課室亦會有負面的效果，例如：部分學生認為數學寫作會減少讀書的時間，並且會增加困擾，此結果與陳億源（2007）之研究結果相似。

此外，研究結果亦發現數學寫作融入國三數學課室，對學生數學學習之表現具有正面之影響。主要之影響包括：透過數學寫作學生能掌握數學寫作的要點，此研究結果呼應 Baxter 等人（2002）之研究發現，藉由數學寫作，學生不但可以瞭解與精進數學寫作之方式，並逐漸發展數學概念。其次，數學寫作也可以幫助學生重新組織、統整及連結各種不同概念性知識與發展解題能力，此結果正呼應了 NCTM（2000）之主張「由於數學寫作要求學生去反思她（他）們在數學概念的工作與澄清個體的思考，因此，數學寫作也能夠幫助學生統整她（他）們的想法」（p. 61）;以及一些相關研究之發現(Anderson & Little, 2004; Baxter, et al., 2002; Goldsby & Cozza, 2002; Pugalee, 2001）數學寫作教學實驗可以提升學生組織、統整、多元表徵、以及解題能力的表現。最後，數學寫作融入數學課室對學生之數學表現具正向意義。本研究個案班級之學生在高中基本學力測驗上有亮眼的表現，亦對數學寫作融入國中數學課室有正面的鼓勵。此結果亦呼應陳億源（2007）之研究發現，該研究以國中學生為研究對象，結果顯示數學寫作可以提升國中學生之數學成就。

本研究對數學教育之主要貢獻有兩點：第一點是，目前並未有相關之研究針對國三之學生透過行動研究之實務研究過程，以探

討數學寫作融入國三數學課室，進而探討行動過程中所可能遭遇之困境與解決問題之方法。特別是問題解決之策略--「五步驟」策略，發揮了引導的功效，其執行過程更可以當作未來國中教師參考之依據。第二點是國內之國三學生長期以來在升學壓力下，願意接受改變學習型態是不容易的。特別的是，本研究呈現一位國三數學教師勇於改變現狀，發展不同於傳統教學之國三數學複習課教學方式，透過實務之數學寫作教學活動，不但可以成功地幫學生達到複習的功效，而學生之基測成績的亮麗表現，亦顯示數學寫作融入國中數學課室有其存在之價值與意義。

最後，實施數學寫作融入國中課室之建議方面，雖然數學寫作能幫助教師教學及學生學習，但研究者發現要將寫作融入課程中仍然存在著困難，如：對老師而言，將寫作融入課室中可能會稀釋教學時間，影響教學進度；對學生而言，從「想」到「寫」的過程中，更是一項挑戰。因此，依研究者研究心得，歸納出下面幾個教師進行數學寫作時須注意的原則：

(一)事先設計教學流程並設定寫作的時間：便於做數學寫作的紀錄，而且也有利於數學概念的邏輯性發展，可以使學生明白整個學習的過程。

(二)教師應讓學生明白進行寫作的目的：主要幫助學生與老師清楚地了解學生的學習進度與學習的狀況。

(三)在進行數學寫作時可以給予學生寫作的相關提示語：幫助不知如何寫作的學生並進行個別協助。此外，讓學生利用數學寫作來與別人進行溝通。

(四)教師應對於學生的作品進行回饋：透過數學寫作達到師生溝通與互動，教師多給學生鼓勵，讓他們知道，有效的學習需要數學寫作的配合。

最後，本研究因僅針對某個國三班級進行一個學期之數學寫作教學，且本文中所選擇之兩班為該校成績最好之兩個班級（參與實驗之班級以及參與基測對照之班級），因此研究結果不宜作過於廣泛之推論。但期望可作為國三階段面臨數學複習之現場教學老師，另一個不同的複習教學方式，供為參考。

致　　謝

本研究蒙國科會專題計畫補助，計畫編號NSC 95-2521-S-415-001，特致申謝；文中所提論點純屬作者個人之意見，並不代表國科會之立場。作者衷心感謝總編輯暨審查委員對本文所提供之寶貴意見，由於您們的協助，方能使本文能夠以更清楚、更結構化的方式呈現。

參考文獻

1. 王文科（1995）：**教育研究法（第四版）**。台北：五南。
2. 陳億源（2007）：**數學寫作活動對國中學生數學學習表現之研究**。花蓮市：慈濟大學教育研究所碩士論文（未出版）。
3. 陳惠邦（1998）：**教育行動研究。**台北：師大書院。
4. 黃政傑（1999）：**課程改革。**台北：漢文。
5. 蔡清田（2001）：**教育行動研究**。台北：五南圖書出版公司。
6. Anderson, M. A., & Little, D. M. (2004). On the write path: Improving communication in an elementary mathematics classroom. *Teaching Children Mathematics*, *10*(9), 468-472.
7. Baxter, J. A., Woodward, J., Olson, D., & Robyns, J. (2002). Blueprint for writing in middle

school mathematics. *Mathematics Teaching in the Middle School*, *8*, 52-56.

8. Bell, E. S., & Bell, R. N. (1985). Writing and mathematics problem solving: arguments in favor of synthesis. *School Science and Mathematics*, *85*, 210-221.
9. Borasi, R., & Rose, B. J. (1989). Journal writing and mathematics instruction. *Educational Studies in Mathematics*, *20*, 347-365.
10. Brenner, M. E., Herman, S., Ho, H. Z., & Zimmer, J. M. (1999). Cross-national comparison of representational competence. *Journal for Research in Mathematics Education*, *30*(5), 541-547.
11. Burks, L. C. (1993). *The use of writing as a means of teaching eight-grade student to use executive process and heuristic strategies to solve mathematics problem*. Unpublished education dissertation, The University of Michigan, Michigan, America.
12. Burns, M. (1995). Writing in math class? Absolutely. *Instructor*, *104*(7), 40-47.
13. Cai, J. (2001). Improving mathematics learning lessons from cross national studies of Chinese and U.S. students. *Phi Delta Kappan, 83*, 400-404.
14. Connolly, P., & Vilardi, T. (1989). *Writing to learn mathematics and science*. New York: Teachers College Press.
15. Countryman, J. (1992). *Writing to learn mathematics*. Portsmouth, N.H.: Heinemann.
16. Elliott, J. (1991). *Action research for educational changes*. Milton Keynes: Open University.
17. Etkina, E. (2000). Weekly reports: A two-way feedback tool. *Science Education*, *84*, 594-605.
18. Flower, L. (1989). Taking thought: The role of conscious processing in the making of meaning. In E. P. Maimon, B. F. Nodine, & F. W. O'Connor (Eds.), *Thinking, reasoning, and writing* (pp. 185-212). New York: Longman.
19. Goldsby, D. S., & Cozza, B. (2002). Writing samples to understand mathematical thinking. *Mathematics Teaching in the Middle School*, *7*(9), 517-520.
20. Kemmis, S., & McTaggar, R. (Eds.) (1988). *The action research planner (3rd edition)*. Geeiong, Australia: Deakin University Press.
21. Liedtke, W. W., & Sales, J. (2001). Writing tasks. *Mathematics Teaching in the Middle School*, *6*(6), 350-355.
22. McNiff, J. (1988). *Action research: Principles and practices*. London: Macmillan.
23. Miller, L. D. (1991). Writing to learn mathematics. *Mathematics Teacher*, *84*(7), 516-521.
24. Miller, L. D., & England, D. A. (1989). Writing to learn algebra. *School Science and Mathematics*, *89*, 299-312.
25. Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Gonzalez, E. J., & Chrostowski, S. J. (2004). *TIMSS 2003 international mathematics report: Findings from IEA's Trends in International Mathematics and Science Study at the fourth and eighth grades*. Chestnut Hill, MA：Boston College, TIMSS & PIRLS International Study Center.
26. Nahrgang, C. L., & Petersen, B. T. (1986). Using writing to learn mathematic. *Mathematics Teacher*, *79*, 461-465.
27. National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.
28. National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *The principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.
29. National Research Council. (2001). *Adding it*

up: Helping children learn mathematics. Washington, D.C: National Academy Press.

30. Nixon, J. (1989). The teacher as researcher: Contractions and continuities. *Peabody Journal of Education, 64*, 116-127.
31. Ntenza S. P. (2006). Investigating forms of children's writing in grade 7 mathematics classrooms. *Educational Studies in Mathematics*, *61*, 321-345.
32. Pesek, D. D., & Kirshner, D. (2002). Inference of instrumental instruction in subsequent relational learning. In J. Sowder, & B. Schappelle (Eds.), *Lessons learned from research* (pp. 101-107). Reston, Va.: NCTM.
33. Pugalee, D. K. (2001). Using communication to develop students' mathematical literacy. *Mathematics Teaching in the Middle School*, *6*(5), 296-299.
34. Rose, B. (1989). Writing and mathematics: Theory and practice. In P. Connolly, & T. Vilard (Eds.), *Writing to learning mathematics and science* (pp. 15-30). New York: Teacher College.
35. Shield, M., & Galbraith, P. (1998). The Analysis of student expository writing in mathematics. *Educational Studies in Mathematics, 36*(1), 39-52.
36. Sullivan, P., & Clarke, D. J. (1991). Creating all abilities through "good question." *Arithmetic Teacher*, *39*(2), 14-18.
37. Wade, E. G. (1994). *A study of the effects of a constructivist-based mathematics problem solving instructional program on the attitudes,self-confidence, and achievement*. New Mexico State University, Mexico City, Mexico. EDD. AAC9510417.
38. Zuber-Skerrit, O. (1996). *New directions in action research*. London: Falmer Press.

附錄一　代數的複習（函數）--學習單（第九週）

一、請寫出何謂**函數**？**函數值**？如何判斷是否為**函數及函數圖形**？並舉出與其相關性之代表性例子，並詳解之。

二、請詳述**線型函數**與**二次函數**，並舉出與其相關性之代表性例子，並詳解之。（包含意義，特徵，繪圖，圖形移動的情形）

三、想想看，並寫下**一元二次方程式**與**二次函數的圖形**之相關性。

Investigating the Processes and Influences of Mathematical Writing When Integrated into the Mathematics Classroom

Der-Ching Yang[1] and Shu-Zhen Jiang[2]

[1]Graduate Institute of Mathematics Education, National Chiayi University

[2]Chiayi Yushan Public Junior High School

Abstract

The purposes of this study were to investigate the processes and possible problems and effects on mathematics learning when a 9th-grade mathematics teacher utilized action research to integrate mathematics writing into a 9th-grade class. The mathematical writing worksheets, learning diaries, teacher's reflection diaries, and classroom observations were the sources of data. The results of this study indicated that the problems the teacher met included: increased pressure on students and teacher; increased students' questioning due to the decreased time devoted to doing math problems; increased questioning from parents due to the diluted instructional time; and increased confusion among high achieving students. However, there was a positive impact on students' mathematics learning due to the use of a five step strategy used in the study. The positive effects on mathematics learning included students mastering the key points in writing mathematics showing that mathematical writing can help students reorganize, integrate, and connect all kinds of conceptual knowledge and problem solving ability. There was also a positive relationship between mathematics achievement also and mathematical writing. For example, the results of ANCOVA showed a statistically significant difference, on the high school entrance examination, between students who participated in the mathematics writing as opposed to students who did not participate in mathematics writing. This indicates that integration of mathematics writing into mathematics instruction has positive effect on mathematics learning.

Key words: Action Research, Learning Attitude, Mathematics Writing, Ninth Grade