科學教育學刊
2009, 第十七卷第一期, 1-25

Chinese Journal of Science Education
2009, 17(1), 1-25

中學生對代數式中文字符號之語意理解研究：不同管道的探討

陳彥廷[1]　**柳　賢**[2]

[1]國立編譯館

[2]國立高雄師範大學　數學系

（投稿日期：民國 97 年 9 月 18 日，修訂日期：98 年 2 月 27 日，接受日期：98 年 3 月 16 日）

摘要：本研究的目的是運用「測驗」與「語意流程圖晤談」兩種管道偵測七年級個案學生對代數式中文字符號語意之理解，以及檢視「測驗」與「語意流程圖晤談」兩種管道對個案學生文字符號語意理解表現之一致性。蒐集的資料包括 2 班 7 年級 76 位學生測驗的紙筆文件以及 15 位個案學生晤談的語料。研究結果發現：一、76 位學生對「文字符號代表特定數」類別的理解較穩固，對「文字符號代表特定未知數」與「文字符號代表一般數」類別的理解較不穩固；二、他們在「文字符號代表特定數」、「文字符號代表特定未知數」、「文字符號代表一般數」等類別分別出現 2 個、6 個、4 個錯誤；三、在文字符號表現為高層次學生多發展出對「文字符號代表一般數」類別的理解，中層次學生有些發展出對「文字符號代表一般數」類別的理解，有些則發展出對「文字符號代表特定未知數」類別的理解，低層次學生則大多只發展出對「文字符號代表特定數」類別的理解。綜合來說，透過「測驗」與「語意流程圖晤談」二個管道的比較，不同層次學生對代數式中文字符號語意理解的結果具有一致性。

關鍵詞：文字符號、代數學習、語意理解

壹、緒　論

在數學學習過程中，「文字符號（letters）」在算術轉為代數的學習過程中佔重要的地位。從文獻（方吉雄，2001；洪有情，2005；袁媛，1993；郭汾派、林光賢與林福來，1989；黃桂妮，1997；陳慧珍，2001；許正諭，2005；廖福彥，2002；謝和秀，2001；謝宜玲，2003；Booth, 1984; Collis, 1975; Hart, 1980; Kuchemann, 1981）發現，許多研究多承英國倫敦大學 Concepts in Secondary Mathematics and Science [CSMS]團隊所建立之試題進行探究。然而，國內教育現場經歷「82 年數學新課程標準」、「建構主義觀點的數學」、「九年一貫課程重新整合」等思潮，學生對於文字符號學習現況是否和過去一致？

Wagner（1981a）於數學教育心理學會

（International Group for the Psychology of Mathematics Education [PME]）提出一個關於文字符號的分析架構，此架構可用來編製「文字符號語意理解」測驗。因此，本文根據他所提的語意/情境觀點，在 CSMS 研究成果上，重構一個「文字符號語意測驗（以下簡稱測驗）」，以區辨七年級學生對文字符號的語意理解。

此外，近年來科學教育多鼓勵以多元方式評價學生表現。而學生認知結構的評量是評價其知道什麼的重要指標（Wu & Tsai, 2005）。在教育範疇中，已有許多表徵個體認知結構的方法被提出（如：樹狀圖、概念圖、心像及語意流程圖（flow map）。相對於樹狀圖、概念圖與心像的表徵方式，語意流程圖主要建立在基模理論（schema theory）的基礎上（Bischoff, 2006）。而基模理論是連結近代認知神經科學的建構理論（Chinn & Malhotra, 2002; Howard, 1988; Mayer, 1983），它已被用於解釋新訊息如何與既存的知識結構產生連結與交互作用，進而產生有意義的學習（Ausubel, 1978）。因此，Anderson 與 Demetrius（1993）認為，語意流程圖是較新的認知結構表徵方式。此方法是以不具引導性的問題進行晤談，讓學生自由陳述所學到的相關概念。

因此，本文將依據 Wagner（1981a）的觀點上，基於 CSMS 研究的基礎，改編一份「測驗」，施測於二班76位七年級學生中，將76位學生的測驗成績分為高、中、低三群，並從中抽取15位學生進行關於文字符號的「語意流程圖」晤談，以比較在不同管道評估下，學生對文字符號語意理解是否具一致性。具體的待答問題如下：

一、探究個案學生在「測驗」的表現。

二、探究「語意流程圖」評估下，個案學生對文字符號語意理解與「測驗」結果的一致性。

貳、文獻探討

一、文字符號在數學學習中扮演重要角色

郭汾派、林光賢與林福來（1989）指出，文字符號在代數解方程式、應用題等題材上都需被使用，是重要的數學概念。而美國數學教師協會（The National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000）在《學校數學課程與評鑑標準》亦將對文字符號的理解，作為5～8年級的數學教學目標。可見，文字符號在代數的學習佔有重要的地位。

Collis（1975）將學生對文字符號的理解分為「視文字符號為一個數字」、「視文字符號忽略不用」、「視文字符號為一個物件」、「視文字符號為一個特定的未知數」、「視文字符號為一般數」以及「視文字符號為一個變數」等六個類別。八０年代起，CSMS 團隊依據 Collis（1975）的研究，探討英國青少年對代數文字符號的理解（Booth, 1984; Hart, 1980; Kuchemann, 1981）。他們發現，13歲與15歲學生的表現並不理想。爾後，學者們（Booth, 1988; Clement, Lochhead, & Monk, 1981; Cooper, Boulton-Lewis, Atweh, Pillay, & Wilss, 2000; Ernest, 2006; Philipp, 1992; Resnick, 1981）陸續針對學生的錯誤概念提出報告。例如，學生會將文字符號當成具體實物或具體實物的標記（NCTM, 1981）；固著於文字符號的刻板性用法，不能隨著文字符號名稱改變，而作適應性解題。因此，他們認為替換不同的文字符號，會改變整個題意，而必須用完全不同的方法作答（Ernest, 2006）；此外，Clement, Lochhead 與 Monk（1981）也發現，學生會混淆代表實物的文字符號和代表實物數值的文字符號。可見，學生對文

字符號的學習產生許多困難。

在國內，Booth 於1987年至台灣師大演講後，郭汾派、林光賢與林福來（1989）即修訂 CSMS 團隊所編製的試題進行本土的研究。研究指出，學生在文字符號單元容易出現錯誤。爾後，洪有情（2005, 2006, 2007）陸續針對「代數運算概念」進行長期性探究。其研究也發現，學生在代數運算上出現許多錯誤。而其他學位論文（方吉雄，2001；袁媛，1993；許正諭，2005；陳慧珍，2001；廖福彥，2002；謝和秀，2001；謝宜玲，2003；羅榮福，2003）也呼應郭汾派等（1989）與洪有情（2005）的發現。

綜合這些文獻發現，學生對於文字符號會產生「混淆代表實物的文字符號和代表實物數值的文字符號」、「將文字符號當成未知數、某數或任意數」的另有概念（謝宜玲，2003；Clement, Narode, & Resnick, 1981）。此外，相關研究從運算角度也發現，隨著（□ → x、y）的符號逐漸複雜，及題目的情境含有較大的數值，則學生的通過率會隨之降低（郭汾派、林光賢與林福來，1989；Carpenter, Lindqist, Silver, Lester, & Garofalo, 1982），而學生也常發生1.運算結果表達不當；2.加、乘算混淆或係數和指數錯置；3.錯誤類比推廣；4.公因子迷思等運算上的問題（許正諭，2005；陳慧珍，2001；張勝和，1995；謝和秀，2001）。可見，文字符號不僅在數學課程的銜接上具重要地位，學生也在學習過程中出現許多困難。

二、文字符號分析架構：語意/情境觀點

Wagner（1981a）指出，文字符號在數學中有許多使用方式。依據它們出現的情境和所指的元素，有不同名稱（如未知數、一般數、不定數等）。一般來說，相同文字符號可代表相同事物，不同文字符號也可代表相同事物，只有在特定情境下，文字符號才有固定的意義。Wagner 提出文字符號的整體架構，如同語言的文字一樣，文字符號唯有在某些情境和代表某些指示對象時才有意義。符號和指示對象（指示對象的集合就是真實集合，也就是符合題意的解所成的集合）決定文字符號語意角色（如：$\forall x \in R,\ 2x+4 < 0$的解為$\{x|x < -2\}$。其中$\{x|x < -2\}$為本題的指示對象，而其文字符號的語意角色則為一般數）。而符號和情境（如：一元一次方程式、二元一次方程式）決定文字符號語法角色。此外，數學的文字符號除了在某些情境外，是可以自由替換的。例如，學生可以用不同文字符號 x、y…代表父親的年齡。因為這些文字符號可任意替換。因此，情境與指示對象湊在一起，除了特殊符號之外，決定文字符號的數學角色。例如，在 $a(b+c)$情境與 $a(b+c)=ab+ac$ 情境，a、b、c 的指示對象分別為未知數與一般數。因此，它們的數學角色就不同。這三個成分（符號、指示對象、情境）以及三個觀點（語意、語法、數學角色），形成學生對文字符號的解釋（見圖1）。

以下，從 Wagner（1981a）的語意/情境觀點重構中學代數文字符號內涵，以建立本文之內容效度：

(一)文字符號語意向度的建構

Kuchemann（1981）指出11-16歲學生對文字符號解釋分為六類：1.文字符號代表特定數值（Letter evaluated）；2.文字符號未被使用（Letter not used）；3.文字符號代表物件（Letter used as an object）；4.文字符號代表特定未知數（Letter used as a specific unknown）；5.文字符號代表一般數（Letter used as a generalized number）；6.文字符號代表變數（Letter used as a variable）。Wagner（1981a）

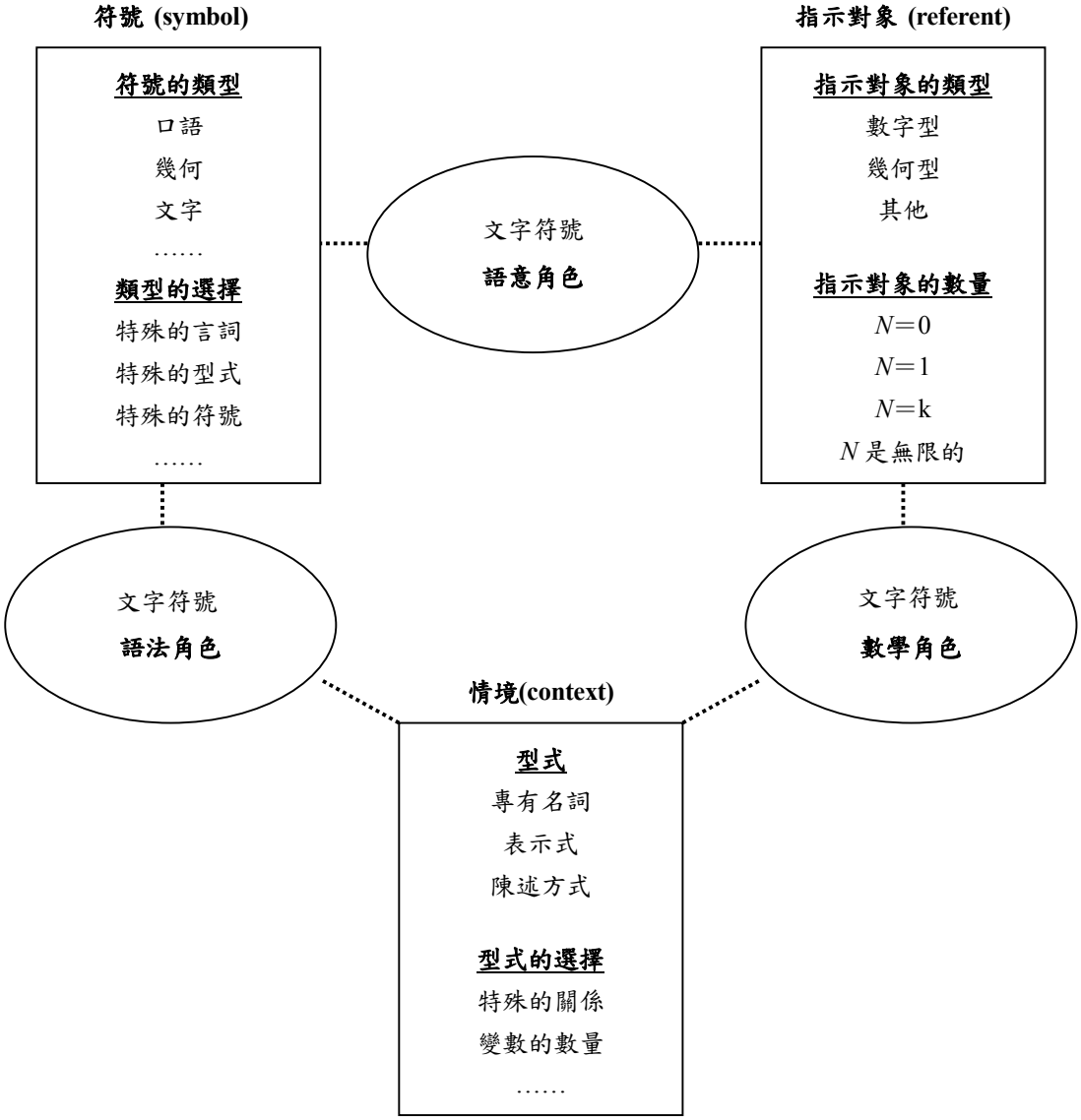


圖 1：影響學生對文字符號角色解釋的成分（Wagner, 1981a. p. 167）

認為，文字符號的「符號」與「指示對象」決定語意角色。依此觀點看 Kuchemann（1981）的研究，他所獲得的六個類別，依「指示對象的數量」（即真實集合中指示對象的個數）規準審視，可分為常數、特定數、特定未知數與一般數等四個類別。再從中學課程來看，依文字符號指示對象真實集合的數量分類，可分為常數、特定數、有限元特定未知數以及有限元無限數值等四類。而此四類與 Kuchemann（1981）的結果相呼應。以下，將 Wagner（1981a）、Kuchemann（1981）與中學課程所闡釋關於文字符號語意角色的說明製表（詳見表1）如下：

然而，「常數」代表該數學式中沒有出現文字符號。在數學領域中被介定為「算術」範疇。為符應本研究之主題，本文將中學文

表 1：各理論對於文字符號語意角色的詮釋比較

研究學者	文字符號的語意角色分類類別						
Kuchemann（1981）		特定數值	未被使用	物件	特定未知數	一般數	變數
Wagner（1981a）	常數（$N=0$）	特定數（$N=1$）	特定未知數（含未被使用、物件、特定未知數，$N=1, 2, \ldots$finite）			一般數（含無限個數數值、有規律性的無限個數數值，$N=$infinite）	
中學課程	常數	特定數	有限元特定未知數			有限元無限數值	

字符號的內涵界定為「特定數」、「特定未知數」與「一般數」等三個類別。

(二)文字符號情境向度的建構

Wagner（1981a）認為，符號與情境決定文字符號的語法角色。而情境指那些在關係上改變、在次方上改變、或在代表數值的數量改變。因此，本文綜合教科書四個版本與郭汾派、林光賢與林福來（1989）所編製的文字符號測驗之分析，將文字符號情境分為「多項式」(一元一次、二元一次）與「方程式」(一元一次、二元一次)。而「多項式」情境包括「列式」、「單一運算」、「混合運算」、「代換」等四個細項，「方程式」情境包括「列式」、「式子的了解」、「不等式」、「解方程式」、「應用問題」等五個細項（詳見圖2)。

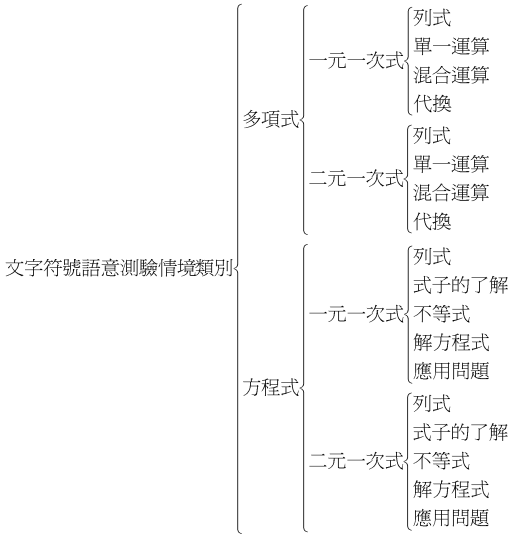


圖 2：文字符號語意測驗情境類別架構圖

三、語意流程圖

從建構主義觀點來說，先備知識對於學習扮演重要的角色（Ausubel, 1978; Bischoff & Anderson, 1998, 2001; Wanderse, Mintzes & Novak, 1994），是影響學習最重要的因子（Ausubel, 1978)。因此，學生的知識架構與內涵，會影響他的後續學習。而儲存在學生腦中的知識架構稱為「認知結構」(吳穎泓，2003)。「認知結構」是用來表徵學生長期記憶區中概念與概念間的關係（Shavelson, 1974)。透過探索學生的認知結構，教師能理解學生的知識（Wu & Tsai, 2005)。West, Fensham 與 Garrard（1985）指出，「認知結構」有兩個重要組成，第一個是存於概念結構中的知識內容，另一個則是這些知識如何組織。這是將知識視為靜態產物，重視知識的量而忽略了質（Shuell, 1985)。然而，近年來由於神經科學被應用於解釋人類訊息處理和知識獲得的歷程，Anderson（1992）提出「認知結構中的訊息處理是動態發展過程」的想法。因此，Anderson 與 Demetrius（1993）提出「語意流程圖」協助我們探究學生認知結構中概念間的關係。「語意流程圖」可以在訪談者最少干預下，提供關於受訪者一個有順序性、多元關係思考型態的認知結構訊息。而 Tsai 與 Huang（2001）也提

到，在許多認知結構表徵中，「語意流程圖」能有效表徵學生的認知結構，幫助教師得到最多認知結構的訊息。

過去，許多研究多從測驗觀點去獲知學生對文字符號理解的表現。Shuell（1985）認為這還是基於行為主義的知識觀點，把研究焦點集中在知識的量而忽略了質。因此，Gilbert, Watts 與 Osborne（1985）建議採質化訪談的方式以了解學生的認知結構，進一步對認知結構中概念間的關係有所瞭解。

四、學生對文字符號學習的相關研究

國內外關於學生對於文字符號學習的研究，已有許多成果。以下列出學生在文字符號表現之研究發現。

自從 Collis（1975）提出學生對文字符號的使用有六個類別後，後續 Kuchemann（1981）、Wagner (1981b)、郭汾派、林光賢與林福來（1989）、袁媛（1993）、方吉雄（2001）、陳慧珍（2001）、謝和秀（2001）、廖福彥（2002）、謝宜玲（2003）、許正諭（2005）等人都循 Kuchemann（1978）所開發的測驗，去檢視不同身分學生（如：城鄉學生、原住民等）對文字符號的認知情形。量化資料驗證了學生對文字符號的理解會隨年齡成長而有增進，而七年級與八、九年級學生對文字符號的理解有顯著差異，但八、九年級學生則無顯著差異（許正諭，2005；廖福彥，2002；Kuchemann, 1978; Stacey & MacGregor, 1997）。而質化資料則看見學生對文字符號會產生「混淆代表實物的文字符號和代表實物數值的文字符號」、「將文字符號當成未知數、某數或任意數」等另有概念（謝宜玲，2003；Sfard, 1995）。可見，學生在學習文字符號時，對其所代表的語意角色產生誤解。

除了針對學生對文字符號的語意理解外，許多研究也探討學生的使用情形（方吉雄，2001；郭汾派、林光賢與林福來，1989；陳慧珍，2001；許正諭，2005；黃寶彰，2003；張勝和，1995；謝和秀，2001；謝宜玲，2003；羅福榮，2003；Carpenter et al., 1982; Graham, & Thomas, 2000; Wagner, 1981b）。巨觀來說，隨著符號逐漸複雜（□ → x、y）、題目情境含有較大的數值，學生的通過率會隨之降低（郭汾派、林光賢與林福來，1989；Carpenter et al., 1982）。不同層次學生對文字符號的使用也產生顯著差異（廖福彥，2002）。微觀來說，相關研究也指出學生常發生(1)運算結果表達不當；(2)加、乘算混淆或係數和指數錯置；(3)錯誤類比推廣；(4)公因子迷思等運算上的問題（陳慧珍，2001；許正諭，2005；張勝和，1995；謝和秀，2001）。而這些運算錯誤，可能來自算術思維與代數思維不連續的結果（許正諭，2005），也因題意情境不同而有相異的錯誤形式。此現象有隨著課程改變而消失？或增加其他錯誤形式呢？有待持續探討。因此，本文除了探究學生對文字符號語意理解的情形外，也從學生在「測驗」的表現釐清他們產生的錯誤。

參、研究設計與方法

因此，本文將從「測驗」施測，檢視學生對文字符號語意的理解，依據他們在「測驗」的得分，從總得分較高的前27% 學生，挑選4位；從總得分較低的後27% 學生，挑選4位；其餘的46% 學生，挑選7位，作為本研究之高、低、中層次個案學生。再以語意流程圖探究他們對文字符號的語意理解情形，期能比較這兩種管道結果的一致性。

一、研究對象

參與本研究之對象，可分為接受「測驗」

的76位七年級學生以及從中挑選參加「語意流程圖」晤談的15位個案學生等二群。這76位學生源於台南縣市二所國中各一個班級，是立意取樣所得。其原因在於這二所學校分別位於城市、鄉村，學生的認知能力、家庭背景分佈較廣，有利取得較多元且較全面性的訊息。當76位學生完成「測驗」後，研究者依他們的總得分分為高、中、低層次，再從高層次學生中抽取4位（H1, H2, H3, H4）；中層次學生中抽取7位（M1, M2, M3, M4, M5, M6, M7）；低層次學生中抽取4位（L1, L2, L3, L4），進行「語意流程圖」晤談。

二、研究工具

(一)文字符號語意測驗

本研究之「測驗」是立於文獻探討的基礎，以 CSMS 團隊所建立之試題進行改編而成。此「測驗」經五位數學教育學者與二位第一線教師修訂完成，再請一位具多年實務經驗的中學教師，將初稿的文字敘述作語句上的修正，以符合學生的語文程度。測驗共62道題，答對給予1分，答錯給予0分。經統計後，K-R20信度為0.95；難易度為0.15～0.9；鑑別度為0.2～0.9（試題舉隅見表2）。

表 2：文字符號語意測驗試題舉隅

文字符號情境			測驗試題舉隅
多項式	一元一次式	列式	25(2).圓周長＝直徑 × 圓周率。如果有一個圓，它的半徑是 2：如果圓周率＝π，那麼圓周長 p＝？
		單一運算	2(1).若 $a+b=43$，則 $a+b+2$＝？
		混合運算	4(2)②.4 乘以 n 可記成 $4n$，求 4 乘以 $n+5$ 的結果
		代換	2(3).若 $e+f=8$，則 $e+f+g$＝？
	二元一次式	列式	29(1).再過 2 年爸爸年齡就是媽媽的 2 倍。用 x 表示爸爸現在的年齡，y 表示媽媽現在的年齡。爸爸和媽媽兩年後的年齡和＝？
		單一運算	5(7).$5a-(2a+3b)$＝？
		混合運算	27.梯形面積＝(上底＋下底)× 高 ÷2。小華將上底以 a 表示；下底以 $3a$ 表示；高則以 b 表示，那麼梯形面積＝？
		代換	29(2).再過 2 年爸爸年齡就是媽媽的 2 倍。用 x 表示爸爸現在的年齡，y 表示媽媽現在的年齡。試以 y 列出爸爸的年齡。
方程式	一元一次式	列式	**30.**叔叔 5 年後的年齡的 3 倍減去 5 年前年齡的 3 倍，剛好是今年的年齡。用 x 表示叔叔現在的年齡，試列出上述的關係式。
		式子的了解	16(5).王先生在一家電子工廠上班，每個月的基本工資是 15000 元，加班的話，每小時的加班費是 80 元。如果王先生上個月所獲得的工資是 $15000+a\times 80=15800$，那麼這式子的意思是什麼？
		不等式	**21.**比較 $2n$ 和 $n+2$，哪個比較大？請說明你的理由。
		解方程式	**14(2).**設 r＝s＋t 且 r＋s＋t＝30，則 r＝？
		應用問題	**30.**叔叔 5 年後的年齡的 3 倍減去 5 年前年齡的 3 倍，剛好是今年的年齡。用 x 表示叔叔現在的年齡，試求出叔叔的年齡。
	二元一次式	列式	**13(2).**甲牌鉛筆每支 7 元，乙牌鉛筆每支 8 元。如果我買了甲支甲牌鉛筆和乙支乙牌鉛筆，共花掉 260 元，試寫出甲和乙的關係式。
		式子的了解	**13(1).**甲牌鉛筆每支 7 元，乙牌鉛筆每支 8 元。如果我買了甲支甲牌鉛筆和乙支乙牌鉛筆，那麼 7 甲＋8 乙的意思是什麼？
		不等式	20(2).設 $c+d=10$，且 $c<d$，則 c＝？
		解方程式	**20(1).**設 $c+d=10$，且 $c<d$，且 c，d 都為正整數，則 c＝？
		應用問題	**28.**康康班上有男生 x（$10\le x\le 15$）人，女生 y（$10\le y\le 15$）人。如果男生人數比女生的 2 倍少 9 人，問男生、女生各有多少人？

而測驗施測時間經預視評估後訂為70分鐘。為提昇學生作答動機，研究者透過任課教師於測驗前強調這是檢驗所學成果的測驗增強學生作答的內在動機；而在測驗結束後給予每一位學生獎勵，以增強學生作答之外在動機，期使結果能真實反映現況。

(二)語意流程圖

Tsai（1998）與吳穎泓（2003）指出，「語意流程圖」晤談分成兩階段：

1.第一次晤談

為了刺激學生提取長期記憶區的相關概念，進行晤談前，先提供學生關於文字符號的相關文件（如：課本、參考書[1]），以協助學生從記憶中提取關於文字符號的概念，進行學習經驗的記憶喚取（Bischoff & Anderson, 1998）。晤談題目參考 Anderson 與 Demetrius（1993）, Tsai（1998）與吳穎泓（2003）所編的晤談題目而成，依序如下[2]：

(1)請問您的班級、座號、姓名（請閱覽課本、參考書中已學過關於文字符號概念的相關章節內容）。

(2)請問您在過去文字符號（像 x、y、□）的相關章節中學到哪些內容？文字符號在這些數學式中扮演什麼角色呢？這些數學式演算完後，你所得到關於文字符號的答案有什麼特色呢？

(3)加油！您要不要再補充或說明一下剛才所提到關於數學式子中文字符號的答案特色？

(4)再加油！您剛剛所提的那些內容，它們之間有沒有任何關係呢？請說明！

然而，Anderson 與 Demetrius（1993）, Tsai（1998）與吳穎泓（2003）所擬的晤談題目屬不具引導性的問題，但本研究的晤談問題(2)屬引導性問題，與他們的開放性問題不盡相同。並且，研究者會給予學生充分時間回答。為了確保學生已將所知的概念內容完全陳述，研究者會等學生停止陳述後，再繼續下一道問題晤談。過程中，會給予學生充分時間進行思考與回答，並全程錄音。等到所有晤談問題都進行完畢，才進行第二次晤談錄音。

2.第二次晤談

當完成第一次訪談後，研究者將所錄的錄音帶重新播放，讓學生聽自己的晤談錄音記錄，再次確認自己所說的是否正確與完整。此步驟乃參考 Tsai（1998）的「後設重聽法」設計進行。第二次晤談如同第一次晤談，也是全程錄音。當學生聆聽錄音帶過程中，如需增加或修改，則立刻停止錄音帶播放，讓學生陳述要增加或修改的部分。等學生增刪完畢，並確定無任何遺漏後，再繼續錄音帶播放。而第二次晤談，必需讓學生聆聽完自己的第一次晤談錄音，並完成所有增加或修改後，才算完成。

三、資料之蒐集與分析

(一)文字符號語意測驗之分析

本文所使用之「測驗」共62道題，採非對即錯給予1分與0分的計分方式。完成計分後，以描述統計詮釋學生在「測驗」中各語意類別的通過率，此為量化分析。接續，再根據學生的解題表現進行內容分析，此為質化分析。

(二)語意流程圖語料之分析與繪製

當15位學生完成「語意流程圖」晤談後，

[1]本研究所提供的文件包括學生所使用的數學課本、相同於數學課本出版商所出版的參考書。每一位學生所參考的文本均相同。研究者讓每一位學生翻閱、默讀文本約20分鐘，目的在於讓學生回憶、提取其對於文字符號的理解知識。

[2]在晤談過程中，如果受訪學生無法了解問題的意思，而回答「不知道」時，研究者會用其他的說明方式再詮釋問題，務求受訪學生能理解題意而回答。

便進行內容分析。分析步驟有三個階段 (Anderson & Demetrius, 1993)：

1.畫出主要概念

首先，將每位學生所陳述的概念，依陳述的先後次序轉錄成文字（如圖3）。如果接受晤談的學生在第二次晤談中有補充陳述概念時，則將所補充的概念加入原來的陳述順序中，如果學生在第二次晤談中有修改其陳述內容時，則將原來的陳述加以修改。當列出所有陳述後，再按照概念的先後順序編號，利用箭頭符號予以連接（如圖4）。

然而，受訪學生在陳述過程時，可能提及一些與本概念無關的內容。本文採由分析者（R1, R2）討論後，將那些與文字符號內容無關的概念剔除，再進行各概念連結線的繪製。

2.畫出概念間的連結

如果學生後來所提的概念與先前陳述的概念有關時，則在後來與先前的概念間畫一條連結線，如果同時與許多先前所提的概念有關，則畫出所有的連接。以圖5迴歸概念繪製圖為例，在第二個概念提到「它

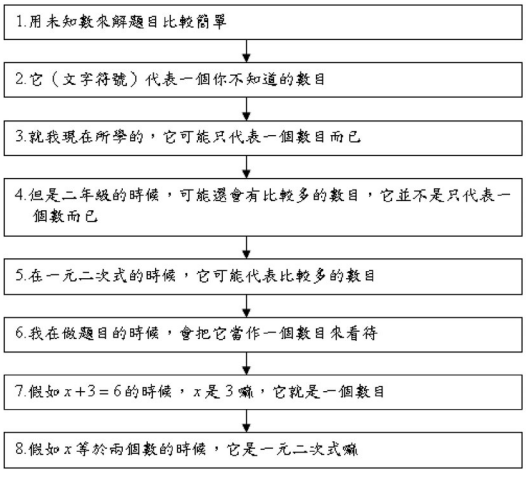


圖 3：第一次晤談直線概念繪製圖（H1）
註：H1 為高層次學生之一

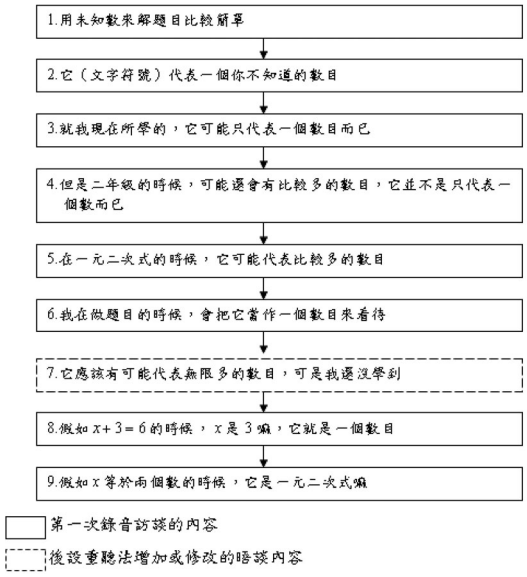


圖 4：第二次晤談直線概念繪製圖（H1）
註：H1 為高層次學生之一

（文字符號）代表一個你不知道的數目」，第三個概念提到「就我現在所學的，它可能只代表一個數目而已」。從 Wagner（1981a）的觀點來說，「一個數目」與「一個你不知道的數目」都屬「特定未知數」，因此在第三個概念必須畫一條連結線到第二個概念；而第六個概念提到「我在做題目的時候，會把它當作一個數目來看待」，在此「一個數目」也意指「特定未知數」，因此在第六個概念必須畫一條連結線到第二個概念，但不必畫一條連結線到第三個概念，依此類推完成所有的概念連結線（詳見圖5）。

3.語意流程圖的量化與質化分析

(1)量化資料分析

①直線連結數（LL: Linear Linkages）：在二次晤談錄音中，所獲得的全部概念數。以圖 5 為例，LL＝9。

②迴歸連結數(CL: Complex Linkages)：在二次晤談錄音中，所獲得的概念連結數。以圖 5 為例，CL＝5。

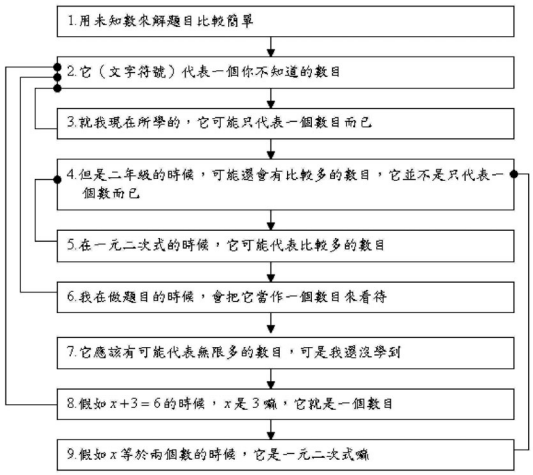


圖 5：迴歸概念繪製圖（以 H1 為例）

Tsai 與 Huang（2001）認為，「語意流程圖」的「直線連結數」與「迴歸連結數」分析，可以幫助研究者得到最多認知結構的相關訊息。

(2)質化資料分析

透過「語意流程圖」分析，可得知學生對文字符號的語意理解情形。將此結果與「測驗」結果對照、比較，期能得到貼近學生對文字符號語意理解的現況。

四、研究的信度考驗

本研究除「測驗」具信、效度外，其餘資料採分析者三角校正與評分者信度進行信度考驗。「分析者三角校正」是研究者（R1）請一位數學教育博士生（R2）審查研究發現，務求兩人的判定達成一致。評分者信度，則是 R1與 R2對相同資料進行分析，再比較兩人的一致性。而效度方面，本文對學生晤談之資料，都以逐字稿呈現給學生檢視、修正，以提高研究之內在效度。

(一)「測驗」資料信度考驗

本文對「測驗」的分析，採分析者三角校正作為信度考驗。當 R1完成資料分析後，即轉交由 R2重新審視，以判斷研究者論述與主張的合理性。若有意見相左之處，即進一步進行溝通、磋商，以達意見一致。

(二)語意流程圖分析的信度考驗

而「語意流程圖」晤談，信度考驗為評分者信度。即審視 R1、R2對相同內容進行分析後，在主概念（即直線概念）與連結數（即迴歸連結）的相似度。此乃參考 Anderson 與 Demetrius（1993）, Tsai（1998）所述進行，共兩個指標：

1.主概念數相似度

首先，R1告訴 R2語意流程圖繪製的原則，接續，再讓 R2依此規則繪製語意流程圖。就主概念數來看，R1的主概念數為 X1，R2的主概念數為 X2，兩人呈現相同的概念數為 X3，則主概念相似度＝2X3/(X1＋X2)。以 H1為例（詳見圖4），R1繪製了9個主概念（1～9），而 R2繪製了8個主概念（2～9），我們相同的概念數為8。因此，主概念相似度＝2 × 8/(9＋8)＝0.94。從 Anderson 與 Demetrius（1993）, Tsai 與 Huang（2001）的研究顯示，他們的主概念相似度在0.90～0.95間。本研究所分析15位個案學生的主概念相似度都介於前人研究的相似度之間，因此具良好信度。

2.概念連結數相似度

在概念連結數相似度中，R1的連結數為 L1，R2的連結數為 L2，兩人呈現的相同概念連結數為 L3，則概念連結數的相似度則為＝2L3/(L1＋L2)。舉例來說（詳見圖5），R1繪製了5個概念連結數，而 R2繪製4個概念連結數，我們相同的概念連結數為4。因此，概念連結數相似度＝2 × 4/(5＋4)＝0.89。從 Anderson 與 Demetrius（1993），Tsai 與 Huang（2001）的研究顯示，他們的概念連結數相似度為0.83～0.92間。本研究所分析15位個案學生的概念連結數相似度都介於前人研究的相似度之間，因此具良好信度。

肆、研究發現

一、學生在「測驗」的表現

(一)鉅觀：學生的整體表現

本文依據試題結構（詳見圖2），分析76位學生在每道題目的通過率[3]。其次，再計算每個文字符號情境之通過率[4]（如表3）。接續，再計算每一個文字符號語意類別的通過率[5]。

學生在「文字符號代表特定數」類別中，通過率為0.82；在「文字符號代表特定未知數」類別中，通過率為0.57；而在「文字符號代表一般數」類別中，通過率為0.49。茲提出以下看法：

1.國內外學生在文字符號各類別的比較

Kuchemann（1981）針對13～15歲學生對文字符號的理解進行分析。研究者取其中14歲學生的資料進行統計，英國14歲學生在各語意類別的通過率分別為58%、34%、6%。若將本研究所獲得的結果與之相較，列表（表4）如下：

本研究受測學生在文字符號各語意類別的表現，比國外同年齡學生的表現良好。其中，有趣的現象是本研究受測學生在「文字符號代表一般數」語意類別表現遠比英國學生好。這可能是本研究所設計的「測驗」難易度與英國的試題有差異；且 Kuchemann（1981）研究中受測學生的選取、樣本數相較於本研究立意取樣的學生來說，較為全面性。因此，無法從表4的數據斷定兩國學生對文字符號理解發展何者為高。但是，此結果可作為教師思考如何協助學生對「文字符號代表特定未知數」與「文字符號代表一般數」等語意類別的理解，以及教學課程內容、教學時數的比重安排。而郭汾派、林光賢與林福來(1989)、袁媛(1993)、方吉雄(2001)、陳慧珍（2001）與謝和秀（2001）等也發現學生對前述兩個語意類別的理解感到相當困難，與本文的結果一致。

表 3：整體學生對文字符號的認知情形分析

情境 \ 語意		特定數	特定未知數	一般數
一元一次多項式	列式	0.97	0.84	0.92
	單一運算	0.83	0.66	0.76
	混合運算		0.84	0.53
	代換	0.89	0.24	0.68
二元一次多項式	列式			0.16
	單一運算			0.89
	混合運算	0.84	0.39	0.49
	代換	0.96	0.13	0.55
一元一次方程式	列式	0.79	0.79	0.42
	式子的了解	0.78	0.76	0.71
	不等式		0.11	0.03
	解方程式	0.97	0.76	0.65
	應用問題	0.79		0.62
二元一次方程式	列式	0.82	0.53	0.56
	式子的了解	0.34	0.42	0.39
	不等式		0.61	0
	解方程式		0.61	0.35
	應用問題	0.82	0.87	0.13

註：灰色部分表該類別無測驗題目

表 4：國內外學生（14 歲）在文字符號的每個層次通過率比較

文字符號情境類型	Kuchemann（1981）	本研究
文字符號 ≡ 特定數	58%	82%
文字符號 ≡ 特定未知數	34%	57%
文字符號 ≡ 一般數	6%	49%

[3]在此通過率的計算是 P1＝（每一道題目答對的人數）/（全體人數＝76）。

[4]在此通過率的計算是 P2＝（情境中所包括的各題通過率總和）/（情境中所包括的題數）。

[5]在此通過率的計算是 P3＝（該語意類別中所包括的各情境通過率總和）/（該語意類別中所包括的情境數）。

2.文字符號的「數量」影響學生的解題表現

再從「文字符號的情境」看學生表現。無論是多項式或方程式情境，學生在包含二個文字符號題幹的表現，都比包含一個文字符號題幹的表現差。可見，情境中文字符號的「數量」會影響學生解題表現。此結果呼應 Collis（1975）所指式子中每個成份本質（如數字大小、文字符號…等）會影響學生熟練度的主張。

(二)微觀：學生對文字符號的錯誤類型

接續，本文將從三個語意類別，分析學生在「測驗」中的錯誤類型（詳見表5）。

1.學生在「文字符號代表特定數」類別的表現

本類別問題共有13題。整體而言，76位學生在此類別的通過率為0.82。其中，有3道問題通過率未達0.8。學生在此類別的錯誤類型包括：

(1)不瞭解文字符號代表特定數

題11(3)顯示，有4位學生將算式詮釋為「4斤甲魚和5斤丁香魚的總價390元」；此外，也有2位學生認為式子中「60」、「30」分別指4斤甲魚和5斤丁香魚的價錢。他們並未理解文字符號「甲」與「丁」在$4 \times 60 + 5 \times 30 = 390$式子中扮演的「特定數」角色。

(2)對式子解讀不完備

題16(4)顯示，有些學生無法完整解讀數學式中所有「特定數」代表的意涵。因此，都只能不完備地說出式子中部份的意義。

2.學生在「文字符號代表特定未知數」類別的表現

本類別試題共有16道題。學生在此類別的通過率為0.57。其中，有7道題通過率未達0.5。通過比率降低許多。這意味學生在本類別的學習出現困難。學生在此類別問題中的錯誤類型包括：

(1)將文字符號代表特定物件

題11(1)，有20位學生將「2甲＋3丁」視為「2斤甲魚與3斤丁香魚」的物件。他們位階於「文字符號代表特定未知數」的類別，但並未完全發展成熟。甚至有2位學生將「2甲＋3丁」視為「全部的魚」，反應他們將「文字符號代表特定物件」的現象。再者，在題12中，有2位學生受到 $x=6$的影響，因此，認為第二式「$(5x+1)^3+5x=349$」中的 x 值也是6，因此發現無法滿足第二式要求。顯然，此位學生以「文字符號代表特定數」的認知去處理「文字符號代表特定未知數」的問題。

(2)無法貼切說明具文字符號式子的意義

題11(1)有4位學生寫下「甲 × 2＋丁 × 3」，它的表徵和「2甲＋3丁」相似，經再次確認後發現他們能理解「甲 × 2＋丁 × 3」意謂「價錢」而不是魚的「隻數」。可見，他們無法貼切說明文字符號式子的意義。

(3)不熟悉文字符號的運算法則

題12有2位學生試圖化簡$(5x+1)^3+5x=349$。但是，他們卻將「5」的三次方得到125，「x」則未加以處理，且「1」的三次方運算成1×3而得到「$125x+3+5x=349$」。顯然他們對於文字符號運算不熟悉。

(4)無法以數學的語言符號表達想法

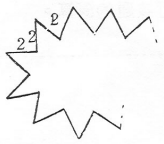
題22，解決此問題最大關鍵點是學生能否知道決定$2n$ 和24大小的關鍵值12。但有些學生雖然瞭解$2n$ 和24會隨著 n 值的大小而有不同的結果，卻無法以數學式呈現他的想法。

(5)無法考量問題條件的周延性

題28，學生必須考量所有符合題意之條件才能解出所有答案。因此，有14位學生只計算出一組答案便以為完成（如：$x=2y-9$，男13女11或男15女12）。而這種「無法考量問題條件周延性」的特色，大多發生在中層次

表 5：學生在文字符號各語意類別的錯誤類型

文字符號語意類別	錯誤類型	舉例	
		問題	表現（人數）
特定數	1-1 不瞭解文字符號代表特定數	【題 11(3)】有一魚販賣兩種魚，甲魚和丁香魚，甲魚每斤賣甲元，丁香魚每斤賣丁元。如果我買 4 斤甲魚和 5 斤丁香魚，共付 $4\times60+5\times30=390$ 元，那麼這式子的意思是什麼？	4 斤甲魚和 5 斤丁香魚的總價 390 元（4） 4 斤甲魚 60 元，5 斤丁魚 30 元共 390 元（2） 魚的數量（2）
	1-2 對式子解讀不完備	【題 16(4)】王先生在一家電子工廠上班，每個月的基本工資是 15000 元，加班的話，每小時的加班費是 80 元。如果王先生上個月所獲得的工資是 $15000+5\times80$，那麼這式子的意思是什麼？	上個月加班 5 小時（4） 15400 元（2）
特定未知數	2-1 將文字符號代表特定物件	【題 11(1)】有一魚販賣兩種魚，甲魚和丁香魚，甲魚每斤賣甲元，丁香魚每斤賣丁元。如果我向他買 2 斤甲魚，3 斤丁香魚，那麼 2 甲＋3 丁的意思是什麼？	2 斤甲魚，3 斤丁香魚（20） 全部的魚（2）
		【題 12】當 $x=6$，$(x+1)^3+x=349$，那麼當 x 值為多少時，能使得 $(5x+1)^3+5x=349$？	$7\times7\times7+7=349$ $31\times31\times31+30=29821$ 無解（2）
	2-2 無法貼切說明具文字符號式子的意義	【題 11(1)】有一魚販賣兩種魚，甲魚和丁香魚，甲魚每斤賣甲元，丁香魚每斤賣丁元。如果我向他買 2 斤甲魚，3 斤丁香魚，那麼 2 甲+3 丁的意思是什麼？	魚的總價（2） 甲 $\times2+$丁 $\times3$（4）
	2-3 不熟悉文字符號的運算法則	【題 12】當 $x=6$，$(x+1)^3+x=349$，那麼當 x 值為多少時，能使得$(5x+1)^3+5x=349$？	$125x+3+5x=349$ $130x=346$ $x=2$（2）
	2-4 無法以數學的語言符號表達想法	【題 22】比較 $2n$ 和 24，哪個比較大？請說明你的理由。	不一定 若 $n=1\sim11$ 則 $24>2n$ 若 $n=12$ 則 $24=2n$ 若 $n>12$ 則 $24<2n$（2） 不一定 n 只要比 12 大，$2n$ 就比較大 n 只要比 12 小，24 就比較大（2） $n=+\quad 2n>24$ 或 $2n<24$ $n=-\quad 2n<24$（6）
	2-5 無法考量問題條件的周延性	【題 28】康康班上有男生 $x(10\le x\le15)$ 人，女生 $y(10\le y\le15)$ 人。如果男生人數比女生的 2 倍少 9 人，問男生、女生各有多少人？	$x=2y-9$，∴男 13 女 11 或男 15 女 12（5） $x=2y-9$，∴男 11 女 10（5） $x=2y-9$，∴男 13 女 11（4） $x=2y-9$，$10\le2y-9\le15$ $19\le2y\le24$，$\rightarrow\frac{19}{2}\le y\le12$ 又 y 為正整數，∴$y=10,11,12$ $10\le\frac{x+9}{2}\le15$，$20\le x+9\le30$ $11\le x\le21$，又 x 為正整數 ∴$x=11, 12, 13, 14, 15$（2）

	2-6 不熟悉給予條件下的文字符號運用	【題 29(2)】再過 2 年爸爸年齡就是媽媽的 2 倍。用 x 表示爸爸現在的年齡，y 表示媽媽現在的年齡。試以 y 列出爸爸的年齡。	$2y=x+2$， $y=\frac{1}{2}x+1$（12）
一般數	3-1 自行建構不完整圖形	 【題 1(4)】左圖示一個 n 邊形，圖中有些邊沒有化出來，如果每邊的邊長均為 2，那麼周長 p	$4n$（6），$36+2n$（2），$2n\times x$（2），$2x$（2） 自行建構圖形。48（16），44（4），26（5），64（3）
	3-2 將文字符號視為物件、特定數	【題 8(2)】L＋M＋N＝L＋P＋N。上式□一定成立□一定不成立□有時成立，有時不成立。你認為哪一選項為對的敘述？你的理由是：	有時成立，有時不成立。∵M 可能等於 P，M 可能不等於 P 一定不成立。$M\neq P$（35） 一定成立。因為相等（5）
		【題 18(2)②】如果甲＋乙＝丙，那麼甲＋2乙＝？	2＋3＝5，2＋6＝8＝丙＋乙（2） 1＋2＝3，1＋4＝5＝丙＋2（4） $1\frac{1}{2}$丙（2）
	3-3 不熟悉文字符號的運算法則	【題 10(2)】設 $f=3g+1$，當 g 增加 2 時，f 有什麼變化？	增加 2。∵$f+2=3g+2+1$（24）
	3-4 固著於文字符號的表徵方式	【題 15】某家俱店上個月賣出的椅子為桌子的 9 倍。以桌子數代表賣出去的桌子數量，以椅子數代表賣出去的椅子數量，試列出桌子數和椅子數的關係式。	設椅子數為 x，桌子數為 y，$x=9y$（20） 設桌子數為 x，椅子數為 y，$x=9y$（13）

學生群。同樣在題29中，有些學生在運算完不等式後，並未考量答案符合所有不等式條件的交集，而以所有不等式範圍的聯集作為答案，顯現他們對給予條件的運算是不熟悉的（如：$x=2y-9$，$10\le 2y-9\le 15$，$19\le 2y\le 24$，$\frac{19}{2}\le y\le 12$，$y=10, 11, 12\ldots$）。

(6)不熟悉給予條件下的文字符號運用

題29(2)，需要依題意條件列出爸爸和媽媽年齡上的關係（$x+2=2(y+2)$），再進行運算化簡工作，而得到 $x=2y+2$。然而，有許多學生在列式的能力上顯示他們無法以數學符號列式。

3.學生在「文字符號代表一般數」類別的表現

本類別試題共有44道題。學生在此類別通過率為0.49。其中有8道題通過率未達0.40。學生在此類別呈現的錯誤類型包括：

(1)自行建構不完整圖形

題1(4)，有26位學生自行以對稱觀點完成圖形繪製，並實際計算其邊數，再乘以邊長2而得到26～64不等的答案。也有學生將可計數的邊數乘以邊長2得到36，再加上未知邊數 n，得到$36+2n$ 的答案。這顯示學生對「文字符號代表一般數」的理解不穩固，他們仍習慣將認為文字符號代表特定未知數。

(2)將文字符號視為物件、特定數

題8(2)，許多學生習慣將文字符號視為「物件」，符號不同即代表不同的「物件」。因此，有36位學生認為「∵$M\neq P$，∴一定不成立」。而在題10(2)中，有2位學生化簡$3(g+2)+1$後得到$f+6=3g+6+1$。此時$f+6$才

是後來的f，但是，學生卻認定$f+6$中的f是後來的f。可見，學生仍將文字符號視為「物件」處理。

題18(2)①，有些學生為文字符號代入符合方程式條件的一組數值，再以這些數值去拼湊答案（如：2＋3＝5，2＋6＝8＝丙＋乙）。這種「以特例詮釋通則」的特質顯示學生將文字符號視為「特定數」處理。

(3)不熟悉文字符號的運算法則

題10(2)，有12位學生以「$3g+2$」處理「g 增加2」而造成錯誤，顯示學生對文字符號運算規則不熟悉。

(4)固著於文字符號的表徵方式

題15，有33位學生「固著於文字符號的表徵方式」，認為代數式非得以「x」、「y」表徵才行。因此，他們另外為椅子數與桌子數命名，才列出方程式（如：設椅子數為 x，桌子數為y，$x=9y$）。

從學生在「測驗」各語意類別通過率以及各語意類別所產生的錯誤類型來說，他們在「文字符號代表特定數」通過率為0.82，產生2類錯誤；在「文字符號代表特定未知數」通過率只有0.57，產生6類錯誤；而在「文字符號代表一般數」通過率再降至0.49，產生4類錯誤。他們對「文字符號代表特定未知數」與「文字符號代表一般數」等二類別的語意理解較不穩定。此結果可供教師未來教學之參考。

二、文字符號語意理解表現的一致性：不同管道的評估

本研究完成「測驗」分析後，即從76位學生中選出15位學生，作為「語意流程圖」晤談之個案學生，以比較不同管道評估下學生對文字符號語意理解之一致性。而每位學生的轉錄語料，均以「語意流程圖析法」進行分析。

以下，首先以個案學生 H1為例，說明其在「測驗」與「語意流程圖」的表現；其次，再綜合論述每一層次個案學生的語意理解情形。

(一)個案學生對文字符號的理解：以 H1 為例

從「測驗」結果發現，學生在「文字符號代表特定數」與「文字符號代表特定未知數」兩個類別的通過率表現出現落差（通過率分別為0.82與0.57）。因此，本文以通過率0.6與0.4為臨界值分析學生對文字符號語意理解表現。以下，為 H1在「測驗」的語意理解表現（圖6）。

H1在「文字符號代表特定數」類別上通過率達100%。顯示 H1在「文字符號代表特定數」類別達穩定狀態。而其餘「文字符號代表特定未知數」與「文字符號代表一般數」的類別則尚未達穩定。然而，從理解觀點來說，學生能夠回答「測驗」的題目是否意味他已達成概念性理解？有待進一步考驗。因此，本文從另一種分析管道－「語意流程圖」進行比對。

H1的語意流程圖（如圖5）分析中，「概念數量」為9，「回歸連結」數為5。這顯示H1對文字符號語意理解在於認為文字符號「代表一個未知數」、有時可能「代表較多的數」、也有可能「代表無限多的數」。但是，在 H1的語意流程圖分析顯現9個概念，其中

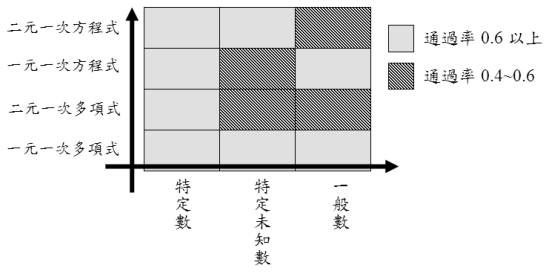


圖 6：個案學生 H1 在文字符號語意測驗的語意理解表現

4個概念（2, 3, 6, 8）強調文字符號「代表一個未知數」；3個概念（4, 5, 9）強調文字符號「代表特定數」；有1個概念（7）強調文字符號「代表一般數」。可見，他對文字符號的語意理解在「特定數」類別較穩固，而在「特定未知數」與「一般數」類別較不穩固。此結果與「測驗」結果相吻合。

(二)個案學生對文字符號語意理解的綜合性論述

本文依據上述分析步驟，完成每位個案學生的「測驗」與「語意流程圖」分析，分析結果如表6所示。

表6內容包括15位個案學生在「測驗」的通過率以及「語意流程圖」的表現。其中，「測驗」部分，是每位學生在不同語意類別/情境的通過率。據此，研究者再統計每位學生在每個類別的通過率，並給予不同等級的判定。從學生在測驗表現的通過率來看，他們在三個語意類別的通過率分別為0.8、0.57、與0.49。因此，本研究參考通過率0.57與0.49作為為臨界直之判定。若該類別的平均通過率為「0.6以上」，則給予「●」記號；若為「0.4～0.6」，則給予「▲」記號；若為「0.2～0.4」，則給予「△」記號；若為「0.2以下」，則給予「☆」記號。

其次，研究者再統計每位學生在「語意

表 6：15 位個案學生對文字符號的語意理解分析

層次	測驗	文字符號語意測驗												語意流程圖			類別判定		
	語意	特定數				特定未知數				一般數				特定數	特定未知數	一般數	特定數	特定未知數	一般數
	情境	I	II	III	IV	I	II	III	IV	I	II	III	IV						
高層次	H1	1	1	1	1	1	0.5	1	1	0.91	0.75	0.86	0.64	●(4)	▲(3)	△(1)	●	▲	△
	H2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0.79	●(5)	▲(2)	△(1)	●	▲	△
	H3	1	1	1	1	1	0.5	1	0.86	1	0.75	1	0.86	●(6)	▲(2)	△(1)	●	▲	△
	H4	1	0.5	1	1	0.67	0.5	0.75	0.71	1	0.83	0.86	0.43	●(4)	▲(3)	△(1)	●	▲	△
中層次	M1	1	1	1	1	1	0	0.75	0.57	0.73	0.58	0.43	0.57	●(4)	▲(3)	△(1)	●	▲	△
	M2	1	1	1	0	0.33	0	0.75	0.43	0.64	0.58	0.29	0.36	▲(2)	▲(2)	☆(0)	▲	△	☆
	M3	1	1	0.6	1	1	0	0.75	0.57	0.64	0.75	0.43	0.64	●(4)	▲(2)	△(1)	●	▲	△
	M4	1	0.5	0.4	1	0.33	0	0.75	0.57	0.82	0.83	0.29	0.5	▲(3)	▲(2)	☆(0)	▲	▲	☆
	M5	0.67	1	0.6	0.67	0.33	1	0.25	0.43	0.82	0.58	0.29	0.29	▲(2)	▲(3)	△(1)	▲	▲	△
	M6	1	0.5	1	1	1	0.5	0.75	0.43	0.91	0.83	0.43	0.64	●(4)	▲(2)	△(1)	●	▲	△
	M7	0.67	1	1	0.67	0.67	0	0.75	0.29	0.91	0.75	0.43	0.64	●(5)	▲(3)	△(1)	●	▲	△
低層次	L1	0.67	1	1	1	0.67	0.5	0.75	0.71	0.64	0.67	0.71	0.71	▲(2)	▲(2)	△(1)	▲	▲	△
	L2	1	1	0.4	0.67	0	0	0.25	0.43	0	0.33	0	0	▲(2)	☆(0)	☆(0)	▲	☆	☆
	L3	0.67	1	0.6	0	0.33	0	0.25	0	0.36	0.17	0.29	0.14	▲(3)	☆(0)	☆(0)	▲	☆	☆
	L4	1	0.5	0.6	1	0.33	0	0.5	0.14	0.55	0.42	0.29	0.07	●(4)	△(1)	☆(0)	▲	△	☆
平均		0.91	0.87	0.81	0.80	0.64	0.3	0.68	0.54	0.73	0.65	0.51	0.49	3.6	2	0.72			

註：1.「I」表一元一次多項式；「II」表二元一次多項式；「III」表一元一次方程式；「IV」表二元一次方程式

2.「●」表穩固；「▲」表部分穩固；「△」表微許具備；「☆」表未具備

3.表格中數字表示個案學生在該「語意/情境」的測驗通過率

流程圖」的敘述。這15位學生對文字符號語意角色的詮釋，在「文字符號代表特定數」類別上，平均概念陳述數為3.6；在「文字符號代表特定未知數」類別上，平均概念陳述數為2；而在「文字符號代表一般數」類別上，平均概念陳述數為0.73。

因此，本文定義，若同一個語意類別概念陳述數在「4個以上」，則給予「●」記號；若同一個語意類別概念陳述數在「2～3個」，則給予「▲」記號；若同一個語意類別概念陳述數為「1個」，則給予「△」記號；若同一個語意類別都未曾出現概念陳述，則給予「☆」記號。

接續，研究者綜合每位學生在「測驗」與「語意流程圖」的表現，取同一語意類別中表現較不佳的結果作為該學生對文字符號語意理解的等級判定。

舉 H2為例（詳見表6），他在「測驗」各語意類別的表現依序為「●→●→●」，而在「語意流程圖」的各語意類別表現依序為「●→▲→△」。本研究則將他對文字符號的語意理解判定為「●→▲→△」。即達到「文字符號代表特定數」與「文字符號代表特定未知數」兩類別理解部分穩定的狀態。

以下，茲將15位個案學生的文字符號語意理解狀態繪製如下（圖7）。

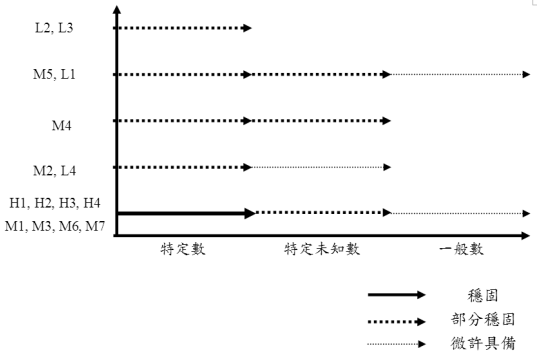


圖 7：15 位個案學生對文字符號語意理解判定

本文提出以下看法：

1.「測驗」結果與「語意流程圖」分析的一致性

從表6可見，多數個案學生（如：H1，H2，H3，H4，M1，M2，M5，M6，M7，L1，L2，L4）在「測驗」及「語意流程圖」的表現，都呈現「愈後面的文字符號語意類別，其通過率與概念陳述數愈低」的現象。換言之，即兩種不同途徑所獲致關於學生對文字符號語意理解的現況具有「類別具層次性」的現象。然而，這現象中，多數學生在「測驗」的表現都優於「語意流程圖」的表現。這顯示：(1)多數學生在數學學習過程中，多習得運算的技能，但計算、列式背後所隱含的意義，卻顯少注意；(2)文字符號「語意流程圖」分析方式，相較於「測驗」來說，是較嚴謹的測驗途徑。

這現象提供一個教學上的意涵，即教師在傳達一個數學概念時，不應只是讓學生習得運算技能，而應注入更多精神、時間對運算技能背後的意義有全面性的詮釋。

2.文字符號語意的層次關係呈現「同中有異」之現象

從表3觀之，76位參與「測驗」的學生，他們在「文字符號代表特定數」、「文字符號代表特定未知數」以及「文字符號代表一般數」類別的通過率分別為0.82，0.57，0.49，因此，研究者認為，文字符號的語意類別具層次的關係。這是「鉅觀」的看見。

但是，若「微觀」去審視每位學生在文字符號各類別的通過率，仍有些學生呈現「異例」現象。從 Kuchemann（1981）的研究可見，學生對於文字符號的認識可分為六個類型。然而，Kuchemann 卻未說明這六個類型是否具層次的關係。而研究者發現，H4，M2，M3，M4，M7，L3他們在「測驗」中各類別的通過率出現「後者高於前者」的現

象（如表7）。

因此，本研究看見文字符號在代數式語意角色可分為「特定數」、「特定未知數」與「一般數」等三個類別，整體學生在此三個類別中的表現，隨著愈後面的類別表現愈不佳。然而，卻也存在個別差異，有些學生出現後面類別的表現比前一個類別佳的現象，尤其在「特定未知數」與「一般數」類別。

3.不同層次學生在文字符號語意類別表現的差異性

圖7可見，在「測驗」表現屬高層次的學生，他們皆達到「文字符號代表特定數」類別「穩定（●）」、「文字符號代表特定未知數」類別「部分穩定（▲）」、「文字符號代表特定一般數」類別「稍穩定（△）」的狀態。

而「測驗」表現屬中層次的學生，有些學生（M1, M3, M6, M7）則達到「文字符號代表特定數」類別「穩定（●）」、「文字符號代表特定未知數」類別「部分穩定（▲）」、「文字符號代表特定一般數」類別「稍穩定（△）」狀態。有學生（M2）則達到「文字符號代表特定數」類別「部分穩定（▲）」、「文字符號代表特定未知數」類別「稍穩定（△）」狀態。有學生（M4）則達到「文字符號代表特定數」與「文字符號代表特定未知數」類別「部分穩定（▲）」狀態。有學生（M5）則達到「文字符號代表特定數」與「文字符號代表特定未知數」類別「部分穩定（▲）」、「文字符號代表一般數」類別「稍穩定（△）」狀態。

至於「測驗」表現屬低層次的學生，有學生（L4）達到「文字符號代表特定數」類別「部分穩定（▲）」、「文字符號代表特定未知數」類別「稍穩定（△）」狀態。有學生（L1）達到「文字符號代表特定數」與「文字符號代表特定未知數」類別「部分穩定（▲）」、「文字符號代表一般數」類別「稍穩定（△）」狀態。而 L2與 L3只達到「文字符號代表特定數」類別「部分穩定（▲）」狀態。

但有趣的是，部分測驗表現屬「低層次」的學生（L1），也發展出「文字符號代表一般數」的類別。其餘的學生，高層次學生多發展出「文字符號代表一般數」類別；有些中層次學生也發展出「文字符號代表一般數」類別，有些則發展出「文字符號代表特定未知數」；而低層次學生則大多只發展至「文字符號代表特定數」類別。

整體來說，兩種偵測方式所獲得的結果呈現一致性。

表 7：個案學生在測驗中各類別「後者高於前者」舉隅

個案學生	特定數	特定未知數	一般數
H4	0.875	0.66	0.78
M2	0.75	0.38	0.47
M3	0.9	0.58	0.62
M4	0.725	0.41	0.61
M7	0.835	0.43	0.65
L3	0.57	0.145	0.24

伍、討　論

一、文字符號語意測驗表現之討論

近年來，關注於學生對文字符號認識的研究，無論是國外或國內都有一群數量。本研究依據 CSMS 團隊所建立之文字符號試題，並結合 Wagner（1981a）的觀點，重構一個具信效度、難易度、鑑別度考驗的代數文字符號語意測驗。此作法在於期望偵測學生對文字符號語意的理解以及將他們所出現的錯誤進行分類。本研究發現，76位學生在「文字符號代表特定數」類別出現「不瞭解

文字符號代表特定數」、「對式子解讀不完備」等2個錯誤。其中，「不瞭解文字符號代表特定數」意味學生不能辨別符號與物品代稱之關係，與郭汾派、林光賢與林福來（1989）的研究結果呼應；至於「對式子解讀不完備」則意指學生無法充分瞭解、列出關係式，呼應羅榮福（2003）的研究結果。在「文字符號代表特定未知數」類別出現「將文字符號代表特定物件」、「無法貼切說明具文字符號式子的意義」、「不熟悉文字符號的運算規則」、「無法以數學的語言表達想法」、「無法考量問題條件的周延性」以及「不熟悉給予條件下的文字符號運用」等6個錯誤。其中，學生「將文字符號代表特定物件」的現象與方吉雄（2001）、Kuchemann（1978）的研究結果相同；「無法貼切說明具文字符號式子的意義」、「無法以數學的語言表達想法」與「無法考量問題條件的周延性」的表現則許正諭（2005）以及羅榮福（2003）的結果相同；而「不熟悉給予條件下的文字符號運用」的表現，則與郭汾派、林光賢與林福來（1989）、張勝和（1995）的研究結果呼應。在「文字符號代表一般數」類別則出現「自行建構不完整圖形」、「將文字符號視為物件、特定數」、「不熟悉文字符號的運算法則」及「固著於文字符號的表徵方式」等4個錯誤。其中，「自行建構不完整圖形」的錯誤與 Kuchemann（1978）的研究結果相同；「將文字符號視為物件、特定數」的表現則與 Collis（1975）、Kuchemann（1978）的研究結果相同；「將文字符號視為物件、特定數」的表現與陳慧珍（2001）、謝和秀（2001）、Collis（1975）、Kuchemann（1978）的研究結果相同；「不熟悉文字符號的運算法則」的表現與方吉雄（2001）、陳慧珍（2001）、謝和秀（2001）的研究結果一致；至於「固著於文字符號的表徵方式」的表現則與 Wagner（1981b）的結果一致。

整體來說，無論哪一個層次的學生，均產生文字符號運算上的錯誤，但愈高層次的學生，其表現則因運思階段的發展而較為穩定。至於文字符號的語意角色理解，愈低層次的學生容易將文字符號視為物件、特定數，且對於將文字符號視為一般數的理解是困難的。上述結果，都呼應了過去的研究成果，但本研究為這些結果從語意的觀點進行分類，讓學生在文字符號測驗的錯誤類型更為結構化與系統化。

二、文字符號語意測驗與語意流程圖表現之討論

過去，中學教師常有一種感覺，學生可以在測驗上表現不錯，但實際上似乎不是完全理解數學的內涵。為了偵測學生對文字符號的實際理解，本文借用 Anderson 與 Demetrius（1993）的「語意流程圖」作為參照，和「測驗」結果對照比較，偵測參與本研究的15位學生他們對文字符號的語意類別的理解，結果發現，多數學生多能學到操作、運算的技能，但較高層次的學生較容易理解其意義。而運用語意流程圖所分析學生對文字符號語意理解的結果，相較於測驗較為嚴謹。換言之，即有些學生在測驗表現顯示他能理解文字符號代表一般數的類別，但在語意流程圖的表現則較不穩固。但是，多數學生在「測驗」的通過率與「語意流程圖」分析的結果是一致的。這顯示語意流程圖是另一種偵測學生對文字符號語意理解的管道。然而，若從過去測驗的觀點來看，我們可從學生的表現中看到他們在文字符號表現的錯誤類型。但是，Anderson 與 Demetrius（1993）所開發的語意流程圖，是一種可以描繪學生認知結構的途徑，因此，本文發現學生對文字符號的語意理解，是同時間發展不同的語

意類別，而在每一個類別中均可能產生錯誤的現象，且各類別間會有學習遷移的現象。此結果與許正諭（2005）所提舊思維的解題策略會干擾新思維的研究發現呼應。

陸、結論與建議

一、結論

本研究之主要焦點在探討運用「測驗」與「語意流程圖晤談」兩種管道偵測七年級個案學生對代數式中文字符號語意之理解，以及檢視「測驗」與「語意流程圖晤談」兩種管道對個案學生文字符號語意理解表現之一致性。雖然，本研究只針對二個班級76位學生進行施測，並從測驗分數中挑選高、中、低層次15位學生進行語意流程圖晤談，然而本研究結果顯示，本研究根據 Wagner（1981a）的文字符號語意/情境架構所建置的文字符號語意測驗，為學生在文字符號的表現描繪出各語意類別的錯誤類型，且「測驗」與「語意流程圖晤談」兩種管道的評量方式呈現語意類別具層次性的一致現象。結論說明如下：

從文字符號語意測驗的結果來看，參與受測學生在各語意類別的通過率與先前國內的相關研究（方吉雄，2001；袁媛，1992；陳慧珍，2001；謝和秀，2000；郭汾派、林光賢與林福來，1989）的結果一致，但是卻優於英國 Kuchemann（1981）的研究結果。然而，本研究並無意作跨國之比較，因為測驗的試題並未立於相同的難易度。但是，從學生的錯誤類型來看，本研究所獲得關於學生在文字符號語意測驗的12種錯誤類型與國內外相關的研究結果相呼應。

其次，從語意流程圖晤談的結果來看，高層次學生對於「文字符號代表特定數」類別的理解是穩固的；7位中層次學生中有4位對於「文字符號代表特定數」類別的理解也達穩固狀態，但有3位學生則達部分穩固；而4位低層次學生也有1位對「文字符號代表特定數」類別的理解達穩固狀態。但是，三個層次學生對於「文字符號代表一般數」類別的理解則都具備些許的理解。換言之，未來教學時，教師可考量增加「文字符號代表一般數」類別情境的佈題，以增加學生的經驗。

再者，從二個不同管道的探究、比較下，本研究發現15位學生在文字符號的表現，都呈現愈後面的語意類別其通過率與概念陳述數愈低的現象，且多數學生在測驗的表現都優於語意流程圖晤談的表現。近十年來，數學教育學者已將符號的不同理論觀點與心理學、人類學、語言學與社會學結合於數學的教學與學習中（Sa'enz-ludlow & Presmeg, 2006）。許多國外的數學教育學者也將符號的不同理論去解釋教學與學習活動中的社會、文化與認知觀點。可見，數學符號的觀點在當代的數學教育中已獲得注意。然而，「符號」對數學內涵來說，其實是一種數學知識的表徵方式。但卻有許多學生誤認它是「唯一」的表徵方式，甚至無法理解「相同符號」在「不同情境」中的內涵不同，而產生許多誤解。這值得教師在未來教學時，考量除了讓學生熟悉操作、運算技能外，更應解釋計算、列式背後所隱含的意義，以及文字符號在該問題情境中的角色。

二、建議

最後，本文從未來研究方向、研究方法、資料分析與教學意涵等面向提出經驗，提供後續研究參考：

(一)未來研究方向部分

在瞭解學生對文字符號語意理解的情形後，本文建議未來可從教學介入的面向繼續

探究如何促進學生對文字符號的語意理解。

其次，「語意」究竟是什麼？其實，學者們有不盡相同的詮釋與說明。在本研究中，研究者對於文字符號「語意」的角色，由於考量其理論支持與嚴謹性，因此採用數學教育學者 Wagner（1981a）與 Kuchemann（1981）的觀點。在創意上稍顯不足。未來是否從學生的原始語料中進行分類？相信會更有貼近學習者現況的發現。

再者，研究者從過程中體驗到，對於「語意」的詮釋，其實有很多來自於正式教學前就已經存在的「經驗」感受。因此，從不同「年齡層」、「數學範疇材料」出發，進行學生的「語意」理解，相信具可行性與價值性。

(二)研究方法部分

本文基於 CSMS 之試題基礎，結合 Wagner（1981a）觀點，重構一份測驗，在測驗內容上雖然大部分考量學生所使用的教科書內容，但某些題目仍是學生未習過的素材。再者，文字符號對七年級學生來說，是初學的概念，且本文又是探討其對文字符號語意之理解。因此，若在學生熟悉該概念後，再進行探究，是否有同樣的結果？換言之，是否以八或九年級學生為對象，較具研究上的價值？這有待後續深探。

其次，本文樣本乃選自城鄉各一所國中各一班為研究對象，目的在藉此獲得較全面性的資料。但是，結果分析上未對城鄉差距是否造成學生對文字符號語意理解的影響提出說明。未來可加入此變項探討，讓研究成果更為豐富。

再者，本研究之「測驗」工具共62道題。測驗時間為70分鐘。雖然研究者企圖從外在與內在動機去強化學生的作答意念，但是，這麼多問題，會不會造成學生放棄作答，而影響研究結果？建議考慮將測驗題目分為兩卷，分段測驗，或思考以其他方式測驗。

(三)資料分析

本文結果第一部份，是利用「測驗」的微觀分析理出學生的錯誤類型。以第一個「文字符號代表特定數」語意類別為例，學生通過率為0.82，未通過的人數約有13人次。因此，在錯誤類型的人數上大多是少少幾個人。是否會犯下依少數幾個人的表現來推論學生的錯誤類型表現？建議未來可增加受試樣本數，以獲得更完整的推論資料。

(四)未來教學意涵

過去，許多中學數學老師的教學都照課本教材的順序進行教學，很少以「相同符號」給予「不同情境」的臨場感受，讓學生體驗文字符號在不同情鏡中語意角色的差異。本文後續亦作了「提升學生對文字符號語意理解」教學方法的探究，為學生對不同情境中文字符號語意理解的提升努力。

致　謝

本研究蒙國科會專題計畫補助，計畫編號 NSC 97-2511-S-273-001-MY2，特致申謝；文中所提論點純屬作者個人意見，並不代表國科會之立場。作者衷心感謝總編輯暨兩位審查委員對本文所提供之寶貴建議，由於您們的協助，方能使本文能夠修改得更加完善。

參考文獻

1. 方吉雄（2001）。**原住民國中學生的文字符號概念與代數文字題的解題研究**。國立高雄師範大學數學系教學碩士論文，未出版，高雄市。
2. 吳穎沺（2003）。**建構主義式的科學學習活動對國小高年級學生認知結構之影響**。國立交通大學教育研究所碩士論文，未出版，新

竹市。

3. 洪有情（2005）。**青少年代數運算概念的「學習與教學」研究（1/3）**。行政院國家科學委員會研究計畫成果報告。（NSC93-2521-S-003-007-）。台北市：台灣師範大學數學系。
4. 洪有情（2006）。**青少年代數運算概念的「學習與教學」研究（2/3）**。行政院國家科學委員會研究計畫成果報告。（NSC 94-2522-S-003-007-）。台北市：台灣師範大學數學系。
5. 洪有情（2007）。**青少年代數運算概念的「學習與教學」研究（3/3）**。行政院國家科學委員會研究計畫成果報告。（NSC 95-2521-S-003-010-）。台北市：台灣師範大學數學系。
6. 袁媛（1993）。**國中學生的文字符號概念與代數文字題的解題研究**。國立高雄師範大學數學系碩士論文，未出版，高雄市。
7. 許正諭（2005）。**九年一貫體制下國中生文字符號運算概念認知理解情形之研究**。國立高雄師範大學數學系教學碩士論文，未出版，高雄市。
8. 郭汾派、林光賢、林福來（1989）。**國中生文字符號概念的發展**。行政院國家科學委員會研究計畫成果報告。（NSC 77-0111-S003-05A）。台北市：台灣師範大學數學系。
9. 陳慧珍（2001）。**南投縣國一男女生對文字符號概念與代數文字題之解題研究**。國立高雄師範大學數學系碩士論文，未出版，高雄市。
10. 黃桂妮（1997）。**國中數學教師的數學教學知識之分析－關於文字符號的使用**。國立高雄師範大學數學系碩士論文，未出版，高雄市。
11. 黃寶彰（2003）。**六、七年級學童數學學習困難部分之研究**。國立屏東師範學院數理教育研究所碩士論文，未出版，屏東市。
12. 張勝和（1995）。**乘法公式理解之研究－以國中生為例。**國立彰化師範大學科學教育研究所碩士論文，未出版，彰化市。
13. 廖福彥（2002）。**太魯閣族國中生代數學習之研究**。國立高雄師範大學數學系碩士論文，未出版，高雄市。
14. 謝和秀（2001）。**國一學生文字符號概念及代數文字題之解題研究**。國立高雄師範大學數學系教學碩士論文，未出版，高雄市。
15. 謝宜玲（2003）。**在課堂討論情境下國一學生文字符號概念及其運算相關法則的認知**。國立高雄師範大學數學系教學碩士論文，未出版，高雄市。
16. 羅榮福（2003）。**國民中學學習障礙學生與普通學生解一元一次方程式問題之比較研究**。國立彰化師範大學特殊教育研究所碩士論文，未出版，彰化市。
17. Anderson, O. R. (1992). Some interrelationships between constructivist model of learning and current neurobiological theory, with implications for science education. *Journal of Research in Science Teaching, 29*, 1037-1058.
18. Anderson, O. R., & Demetrius, O. J. (1993). A flow-map method of representing cognitive structure based on respondents' narrative using science content. *Journal of Research in Science Teaching, 30*, 953-969
19. Ausubel, D. P. (1978). *Educational psychology: A cognitive view*. New York: Holt, Reinhart and Winston.
20. Bischoff, P. J., & Anderson, O. R. (1998). A case study analysis of the development of knowledge schema, ideational network, and higher cognitive operations among high school students who studied ecology. *School Science and Mathematics, 98*(5), 228-237.

21. Bischoff, P. J., & Anderson, O. R. (2001). Development of knowledge frameworks and higher order cognitive operations among secondary school students who studied a unit on ecology. *Journal of Biological Education, 35*(2), 81-88.
22. Bischoff, P. J. (2006). The role of knowledge structures in the ability of preservice elementary teachers to diagnose a child's understanding of molecular kinetics. *Science Education, 90*(5), 936-951.
23. Booth, L. R. (1984). *Algebra: Children's strategies and errors*. Slough: NFER-Nelson Publishing Company Ltd.
24. Booth, L. R. (1988). Children's difficulties in beginning algebra. In A.F. Coxford (Ed.), *The ideas of algebra, K-12* (1988 Yearbook, pp. 20-32). Reston, VA NCTM.
25. Carpenter, T. P., Lindqist, M. M., Silver, E. A., Lester, F., & Garofalo, J. (1982). Student performance in algebra: Results form the national assessment. *School Science and Mathematics, 82*(6), 514-531.
26. Chinn, C. A., & Malhotra, B. A. (2002). Children's responses to anomalous scientific data: How is conceptual change impeded? *Journal of Educational Psychology, 94*, 327-343.
27. Clement, J., Lochhead, J., & Monk, G. (1981). Translation difficulties in learning mathematics. *American Mathematical Monthly, 88*, 286-290.
28. Clement, J., Narode, R. & Rosnick, P. (1981) Intuitive misconceptions in algebra as a source of math anxiety. *Focus on Learning Problems in Mathematics, 3* (3), 36-45.
29. Collis, K. F. (1975). *The development of formal reasoning*. Newcastle, Australia: University of Newcastle.
30. Cooper, T. J., Boulton-Lewis, G., Atweh, B., Pillay, H., & Wilss, L. (2000). Readiness for algebra. In T. Nakahra & M. Koyama (Eds.), *Proceedings of the 24th International Conference for Psychology of Mathematics Education* (Vol 2, pp. 89-96). Hiroshima: PME.
31. Ernest, P. (2006). Nominalism and conventionalism in social constructivism. *Educational Studies in Mathematics, 61*(1), 67-101.
32. Gilbert, J. K., Watts, D. M., & Osborne, R. J. (1985). Eliciting student views using an interview-about-instances technique. In L. H. T. West & A. L. Pines (Eds.), *Cognitive structures and conceptual change* (pp. 11-26). Orlando: Academic Press.
33. Graham, A., & Thomas, M. O. J. (2000). Building a versatile understanding of algebraic variables with a graphic calculator. *Educational Studies in Mathematics, 41*, 265-282.
34. Hart, K. M. (1980). *Secondary school children's understanding of mathematics research monograph*. London: Chelsea College.
35. Howard, R. (1988). Schemata: Implications for teaching science. *Australian Science Teachers Journal, 34*, 29-34.
36. Kuchemann, D. (1978). Children's understanding of numerical variables. *Mathematics in School, 7*, 23-26.
37. Kuchemann, D. (1981). Algebra. In K. M. Hart (Ed.), *Children's understanding of Mathematics:* 11-16 (pp. 102-119). London: John Murray.
38. Mayer, R. E. (1983). What have we learned about increasing the meaningfulness of science prose? *Science Education, 67*, 223-237.
39. National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.

40. Philipp, R. A. (1992). The many uses of algebraic variables. *Mathematics Teacher*, *85*(7), 557-561.
41. Resnick, P. (1981). Some misconceptions concerning the concept of variable. *The Mathematics Teachers, 74*, 418-420.
42. Sa'enz-ludlow, A. & Presmeg, N. (2006). Semiotic perspectives on learning mathematics and communicating mathematically. *Educational Studies in Mathematics, 61*, 1-10.
43. Sfard, A. (1995). The development of algebra: confronting historical and psychological perspectives. *Journal of Mathematical Behavior, 14*, 15-39.
44. Shaveson, R. J. (1974). Methods for examining representations of a subject-matter structure in a student's memory. *Journal of Research in Science Teaching, 11*, 231-249
45. Shuell, T. J. (1985). Knowledge presentation, cognitive structure, and school learning: A historical perspective. In L. H. T. West & A. L. Pines (eds.), *Cognitive structures and conceptual change* (pp. 117-129). Orlando: Academic Press.
46. Stacey, K., & MacGregor, M. (1997). Building foundations for algebra. *Mathematics Teaching in the Middle School, 2*(4), 252-260.
47. Tsai, C. C. (1998). Science learning and constructivism. *Curriculum and Teaching, 13*, 31-52.
48. Wagner, S. (1981a, July). An analytical framework for mathematical variables. *Paper presented at the 5th International Conference for Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp.165-170). Grenoble, Francia
49. Tsai, C. C. & Huang, C. M. (2001). Development of cognitive structures and information processing strategies of elementary school students learning about biological reproduction. *Journal of Biological Education, 36*, 21-36.
50. Wagner S. (1981b). Conservation of equation and function under transformation of variable. *Journal for Research in Mathematics Education, 12*, 107-118.
51. Wanderse, J. H., Mintzes, J. J. & Novak, J. D. (1994). Research on alternative conceptions in science. In D. L. Gabel (Eds.), *Handbook of research on science teaching and learning* (pp. 177-210). NY: Macmillan.
52. West, L. H. T., Fensham, P. J., & Garrard, J. E. (1985). Describing the cognitive structures of learners following instruction in chemistry. In L. H. T. West & A. L. Pines (Eds.), *Cognitive structures and conceptual change* (pp. 29-48). Orlando: Academic Press.
53. Wu, Y. T., & Tsai, C. C. (2005). Effects of constructivist-oriented instruction on elementary school students' cognitive structures. *Journal of Biological Education, 39*(3), 113-119.

Using Different Approaches to Discuss Junior High School Students' Semantics Understanding of Algebra Letters

Yen-Ting Chen[1] and Shian Leou[2]

[1]National Institute for Compilation and Translation

[2]National Kaohsiung Normal University

Abstract

This research used "tests" and "flow map interviews" to test seventh grade students' semantics understanding of algebra letters and surveyed the results consistently gathered from "tests" and "flow map interviews". The testing documents and student interviews were the sources of data. The results of this study indicated that seventy-six students had stable understandings of "Letter evaluated", but had unstable understandings on "Letters used as a specific unknown" and "Letters used as a generalized number". However, seventy-six students had two mistakes in the "Letter evaluated" category, six mistakes in the "Letters used as a specific unknown" category, and four mistakes in the "Letters used as a generalized number" category. Finally, most of high-level students understood the "Letters used as a generalized number" category, some of mid-level students understood the "Letters used as a generalized number", and some of them understood the "Letters used as a specific unknown". Generally speaking, comparisons between "tests" and "flow map interviews", indicated that students in different levels had same semantics understanding results about algebra letters.

Key words: Algebra Learning, Letters, Semantics Understanding