科學教育學刊
2010, 第十八卷第一期, 43-61

Chinese Journal of Science Education
2010, 18(1), 43-61

台灣、美國與新加坡七年級代數教材之比較研究

陳仁輝 [1]　**楊德清** [2]

[1] 嘉義市立蘭潭國中

[2] 國立嘉義大學　數學教育研究所

（投稿日期：民國 98 年 11 月 26 日，修訂日期：98 年 12 月 23 日，接受日期：99 年 1 月 6 日）

摘要：本研究在比較美國「情境數學」、新加坡「新課程數學」與台灣「部編版數學」七年級代數課程教學目標、佈題方式與知識類型差異。採內容分析法，以立意取樣選取上述教材為樣本。結果顯示：「情境數學」教學目標強調情境與運用表徵為媒介，佈題方式以情境為主，並強調概念性知識的學習。「部編版數學」偏重程序性知識精熟，內容少有情意問題；「新課程數學」強調未來代數工具性角色，注重同一主題的延伸與發展多元解題策略，亦強調程序性知識與非情境佈題。「部編版數學」在佈題上有 82% 是無情境，和現今國際數學教育趨勢不同，建議課程改革者在進行教材編輯時應善用情境佈題，提昇學習動機，以符應數學教育之發展趨勢，進而形塑更高層次之學習環境。

關鍵詞：七年級、代數、情境數學、部編數學、新課程數學

壹、研究動機與目的

國際間長期以來皆重視學生之數學成就表現，研究結果亦證實教科書對於學生學習的重要性，如 Schmidt 等（2001）之研究發現課程與學習成就間呈現正向關係。Törnroos（2001）的研究結果亦顯示，受測七年級學生中有99% 仰賴教科書進行大部份的數學學習，同時學生的學習機會亦是影響學生學習成就表現的重要因素之一。此外，Chambliss 與 Calfee（1999）及 Westbury（1990）皆主張：教科書是教材的主宰者，教學方案的核心；應該教什麼，如何教，完全取決於教科書。因此，進行教材分析對於提升學生學習數學將有實質的助益（Törnroos, 2004）。許多以教科書為主的研究指出，教材能反映該國之課程綱要（Haggarty & Pepin, 2002; Schmidt et al., 1997），且 Haggarty 與 Pepin（2002）針對英國、法國與德國數學教科書的比較研究也發現學習機會取決於課室中教師所採用的教材，再次呼應 Törnroos（2004）的主張－藉由教材分析有助於提升學生學習數學之機會。顯見，課程、教材與學生學習成效緊密

*通訊作者：楊德清

關聯，課程與教材的良窳是影響學生學習成效的關鍵因素。

新加坡學生在 TIMSS 1995, 1999和2003的測驗中皆拔得頭籌，顯見新加坡在數學教育上的成就相當卓越；當新加坡經濟趨向全球化時，新加坡教育局希望學生能站上世界舞台，故於2001年頒佈新綱要，數學教材的選擇也從統一版本擴增至四種版本，「新課程數學」（New Syllabus Mathematics, NSM）便是其中使用率最高（80% 以上）的版本。PISA 在2003年的國際數學評量中，強調學生在真實情境中解決數學的能力（Organisation for Economic Co-operation and Development [OECD], 2004），Hiebert 等（2003）在 TIMSS-R 的後續研究中，更將真實情境數學列為問題情境考量的一個向度之一，而「情境數學」（Mathematics in Context, MiC）之設計理念，正順應了國際數學教育對於真實情境的重視。相較兩國，台灣從82年修定國民中學數學課程標準、89年實施九年一貫課程到92年頒佈正式課程綱要，教材編製亦從統一版本開放至多種版本，其中部編版七年級教材在民國94學年度的市場上佔有率最高達65%（韓國棟，2005）。

基於上述研究動機並考量研究之範圍與限制，本研究之研究目的為探究台灣、美國以及新加坡七年級數學教材之：

1.代數課程教學目標差異之比較。

2.代數教材佈題之呈現方式與知識類型差異之比較。

貳、文獻探討

一、台灣、美國以及新加坡之代數課程標準

台灣、美國與新加坡之代數教學目標在課程分段上顯示（教育部，2003；Ministry of Education in Singapore, 2001; National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 1989）台灣和新加坡都有分年細目表，明確地規範七年級應達成之教學目標，對於代數教材引入時間皆配合國小「數」的主題安排。雖然台灣一年級就有代數能力指標，但是從一至五年級之代數能力指標均含在「數與量」主題之下，並沒有獨立的教學單元。相較之下，新加坡引入代數的時程較晚，直到六年級才出現代數教學目標，然而深入檢視相關教學目標，發現台灣在一到五年級所列之能力指標，如：認識遞移律、交換律、結合律，理解加減互逆、乘除互逆，理解等量公理等內容，基本上在新加坡都已列入一～五年級的「整數」主題中。因此嚴謹的說，二國的課程綱要都是在小六才正式引入代數教學目標。再從美國 NCTM（1989, 2000）代數課程標準來看，從幼稚園到十二年級都有明確的代數教學標準，顯見美國 NCTM 在學習代數課程的看法上和亞洲國家持不同的見解。另一方面，從學習階段角度來看，台灣和美國在學習階段畫分上都是跨年級劃分設計，台灣七年級屬於第三階段的第二年（6-7年級），美國七年級屬於第二階段的第二年（6-8年級）。因此，就美國和台灣第二階段的教學目標可作一持平比較，而新加坡的教學目標採逐年編列，每一年級都有其獨立教學目標，台灣在92課程正綱推出後，亦有分年明細表。因此，就七年級代數教學目標比較上，台灣和新加坡也有一客觀的比較基礎。

二、三套數學教材之理念與發展

綜觀三套教材在設計理念上皆重視與先備知識（國小數學課程）的連貫性，美國情境數學教材著重與生活經驗的結合，以利連結課程知識和真實生活情境（Romberg & de

Lange, 1998）；部編版數學強調以生活經驗為教材中心，培養學生帶得走的能力（教育部，2003）。新加坡則藉由學習活動及解文字題中培養學生創新思維能力及探索數學規則的技能（Ministry of Education in Singapore, 2001）。在單元數與四個主題類別（數、代數、幾何、統計）中各個版本所佔比例不一，編排順序也有差異，突顯出各國對於數學知識的形成邏輯和發生邏輯上認知不同。此外，各版本對於代數的處理方式並不相同，「情境數學」、「新課程數學」和「部編版數學」皆於國小低年級引入基礎代數，但「新課程數學」和「部編版數學」皆將代數能力融入在「數」的相關單元中，並未獨立，例如：算式填充題、結合律和交換律的使用，直到六年級才將代數課程獨立形成單元，例如：利用字母或符號表示未知數。顯見，各版本對代數課程存有不同的見解，亦反映在代數教材的處理上。

三、國內外相關研究

Star, Betha 與 Smith（2000）從六個面向探討早期國家科學基金會（National Science Foundation, [NSF]）所發展之代數1課程和連結數學計畫（Connected Mathematics Project, CMP）之八年級代數課程異同。這六個面向分別是：代數課程之基本主題、典型問題、典型解題方法、練習的角色、科技在表徵和計算上的角色、典型課程的元素等。研究發現：課程的主體有顯著改變，代數1以方程式和代數式為主，CMP 則是以函數關係和變數為課程主體；CMP 代數課程中文字題呈現的形式大都以表格、圖形或代數式的形式呈現，異於代數1以純文字敘述方式呈現；在代數1問題中，其主要目標是期望學生能夠發展計算能力的準確度和流暢性，但在 CMP 代數課程中，解題除了需具備基本程序之外，還包含了詮釋能力和做出不同的表徵；代數1課程中，練習在學習上為一重要角色，CMP 代數課程中，練習則大幅受限制；科技在代數1的主要用途在進行複雜數字的四則運算、平方數、方根的運算，甚至用在檢驗紙筆計算的正確性，CPM 課程則鼓勵電算器和電腦應大量地應用在計算和操作表徵上，且學生被要求使用電算器以製作表格或繪圖形，再加以詮釋、預測和比較這些結果；代數1課程很典型地遵循固定的活動模式（介紹和複習→教學演示→看學生練習→學生獨立練習），而 CMP 代數課程的教學模式就較難特徵化，但可簡分成三個段落：開始、探索、總結。由此可知，Star 等（2000）藉由不同向度比較兩套代數課程，並發現代數1之代數課程較著重程序性知識的學習；但 CMP 課程則較鼓勵思維能力的啟發，即較強調概念性知識的培養。

而陳宜良、單維彰、洪萬生與袁媛（2005）針對台灣2003年頒布之九年一貫數學學習領域課程綱要，和美國加州、新加坡、中國、南韓、日本與英國等六個國家或地區之數學課程綱要（標準）進行國際性之觀點比較，藉以檢視我國數學課程設計之一貫性、銜接性與適切性。結果發現亞洲國家如新加坡、日本與南韓等皆非常重視數學的學習，並視數學為中小學學習領域的核心主題之一；同樣地，美國與英國亦已意識到培養孩子數學能力之重要性，並逐漸加重小學生之數學課程教學時數，例如英國將國小數學學習時數之比例從12% 提高至20%，美國加州則國小每周上課五天，每天至少有一節數學課。由此可知，各國趨於更重視數學教育；反觀國內自九年一貫課程實施後，因強調學習多元化，減少數學教學時數，與世界之趨勢相反，這是值得國內教育當局關注的問題。

參、研究方法

一、研究法與研究對象

本研究採內容分析法，先針對研究目的選定分析之單位與建構類目，建立內容分析之信效度，而後依照定義進行內容編碼。最後，針對三個國家之代數教材進行質量並重的探討。

本研究採立意取樣法，選擇美國「情境數學」、新加坡「新課程數學」和台灣「部編版數學」教材中，七年級代數內容為研究對象，背景分述如下：

(一)美國情境數學

本教材是專為中學生而設計，並在美國NSF贊助下，由荷蘭University of Utrecht所屬Freudenthal Institute與美國威斯康辛大學－麥迪遜校區教育研究中心以及一群美國大學、中等學校教師共同合作，秉持以學生為本和真實情境融入課程之理念所研發的教材。此課程適用層面很廣，更重要的是其內容與教法完全符合NCTM（1989）課程綱要（Romberg & Shafer, 2003）。本教材設計五到八年級，內容涵蓋「數」、「代數」、「幾何」及「統計與機率」，每個年級十個單元，共四十單元。在七年級教材中與代數相關的共有三個單元，分別為「Ups and Downs」、「Building Formulas」及「Decision Making」。因此，本研究擇取此3個單元為研究對象。

(二)新加坡新課程數學

新加坡於2001年頒佈新數學課程綱要，同時也開放數學教材由民間出版後，「新課程數學」即應運而生，該版本目前在新加坡七年級的市佔率約為80%（SGBox, 2006）。「新課程數學」系列教材用書一套共四本，供七至十年級使用，每個年級均含課本及練習本各一冊。本研究對象「新課程數學」七年級教材中與代數相關之教材有3個單元，分別為「基礎代數」、「代數方程式」、「數列與問題解決」。因此，本研究選取此3個單元作為研究對象。

(三)台灣－部編版數學

台灣教育部2003年頒佈國民中小學數學課程正式綱要，並自頒佈後，重新投入教科書編輯行列，於2005年推出一年級及七年級部編版教科書，由國立教育研究院籌備處主編，主要依據數學領域課程綱要編輯。「部編版數學」國民中學數學教材中，與代數相關之教材，第一冊有1個單元，為「一元一次方程式」；第二冊有3個單元，分別為「一元一次不等式」、「二元一次聯立方程式」、「函數與直角座標」。因此，本研究選取此4個單元作為研究對象。

二、類目分析與資料處理

本研究進行內容分析時，先以「章」為區分單位，再以「題」做為分析單位。台灣部編版數學以章節作區隔，共計數四個單元；美國「情境數學」每個單元以一單本教材呈現，因此單本教材計數為一個單元，共計三個單元；新加坡「新課程數學」教材以章節區隔，故計數為三個單元。

分析類目上，本研究之主題類目的形成主要係依據各課程綱要內容發展而來，其中台灣和美國都將數學內容細分為數與量、幾何、代數、機率與統計等四大主題，一致性甚高，至於新加坡則有更精細的區分。在類目發展過程中，為使各國教材內容能做一持平的分析，參酌陳宜良等（2005）在七國課程綱要比較中的分類方式，將原本被獨立於代數之外的樣式與數列納入代數主題，並將主題類目分為「一元一次方程式」、「一元一次不等式」、「二元一次方程式」和「樣式、函數與座標」四個面向進行分析。而目標類目主要對教學目標進行分類，類目的形成類

同於主題類目的發展過程，係以七年級代數教材為主軸，參酌三國課程綱要中的分年細目表中的教學目標，由最初討論獲致的類目再逐步形塑出最精簡的目標類目，依序為「代數式」、「一元一次方程式」、「不等式」、「二元一次方程式」、「座標與函數」、「樣式與數列」與「多項式」等向度。在敘述形式類目上，本研究之焦點在於分析數學問題之佈題的呈現方式，並參考 Lesh 與 Lamon（1992）及 Brown, Collin 與 Duguid（1989）對情境的描述，將敘述形式類目分為有情境與無情境。有情境的數學問題是指數學問題以生活情境呈現，例如：鄭伯伯從臺北搭高速鐵路列車回嘉義，列車行車的時速都在120公里和300公里之間，請用不等號列式表出上述題意。

非情境則指問題呈現沒有任何情境，例如：

已知第四象限的一點 P（2，b）到 x 軸的距離，等於它到 y 軸的距離，求 b？

關於策略類目部份，本研究主要參考 Hiebert 等（2003）與吳麗玲（2006）之研究分類方式，將知識類型（knowledge types）問題分為程序性知識（conceptual knowledge）問題、概念性知識（procedural knowledge）問題與連結性知識（linkage knowledge）問題。概念性知識問題指問題目的在於讓學生能透過操作、表徵等方式，而不須動手計算，獲得某一概念；或使用非正式策略解題、估算者皆屬此類。例如：

文文拿500元去買3碗豆花，若每碗豆花是 x 元，則3碗豆花共需多少元？又剩下多少元？

程序性知識問題指問題之目的在於讓學生透過計算過程演示教學、程序計算或解題，以獲得知識。如：

化簡　3[(x-1)-2(2x-1)]+1

連結性知識問題指問題內容兼有概念性知識和程序性知識問題者屬之。如：

哲宗去爬山時沿著相同的路徑下山，已知上山時每小時走2公里，下山時每小時走6公里，而來回一趟共需6小時。則山路長為多少？

此題在解題過程中，包括理解題意並列式、判斷答案合理性等概念性知識，其間又涵納等量公理等解一元一次方程式的運算過程，故本題兼有兩種知識屬性，乃將其歸屬於連結性知識問題。

在進行題目計數時，為使分析更完整，乃針對課室教學中所有關涉之每個問題都計數在內，以避免某些問題被忽略。但無關課室教學的課後作業，如隨堂練習、課後評量等，屬於學生個人練習之用，則不計數在內。每一版本之計數，以課本編排之題數為主，若逢題組時則以題目下細分之每一子題數計數一題。以「新課程數學」為例，題目為：化簡下列式子：

(a) $\frac{2x-3}{5}+\frac{x-3}{3}$　(b) $\frac{2x-7}{3}-\frac{2x-6}{9}$

(c) $\frac{x+y}{2}+\frac{3x-y}{5}-\frac{7(2x-4)}{6}$

則計數為三題。

三、內容分析之信效度

本研究採用評分者一致性作為信度檢驗方式，先算出評分者之間相互同意度（Pi），再求得平均互相同意值 P，最後利用依伯格納簡易信度公式求出信度（R）。步驟如下：

・相互同意值 $Pi=\frac{2M}{N_1+N_2}$

M：表兩人共同同意的項目數

N_1+N_2：每位評分員同意的項目數

• 平均相互同意值 P： $P=\frac{\sum_{i=1}^{n}P_i}{N}$

N：評分員總人數

• 簡易信度（R）公式：

$$R=\frac{nP}{1+[(n-1)P]}$$

n：評分員總人數

依此方式，求得研究者與評分員甲、乙、以及甲和乙之兩兩相互同意值為0.750、0.821、0.786，以及平均相互同意值為0.786，最後求得信度值達0.927，大於0.8信度係數標準（王石番，1996），因此，具有良好之信度。效度方面，在分析類目之發展過程中，邀請熟悉國中數學教材的三位資深教師參與，教學年資分別為二十年、十五年與十三年，其中二位已取得數學教學碩士學位。另二位參與研究人員中一位為大學數學教育學者，另一位正修讀碩士學位。討論內涵從研究目的、分析類目發展、分類、信、效度檢驗等皆參與討論；例如：在發展問題知識類別時是否僅著眼於「概念性知識」及「程序性知識」範疇時，參與教師依多年教學經驗與仔細分析教材後，幾經討論後乃將兼含兩者的問題依據相關研究之分類方式，獨立成「連結性知識問題」，以凸顯各研究對象之特色，並確保本研究之專家效度。同時在資料分析的過程中，為避免研究者個人主觀態度的呈現，亦對進行不同人員之三角校正，研究者與兩位分析人員獨立分析結果之一致性相當高，能客觀地呈現資料分析原貌。

肆、結果與發現

一、教學目標之分析比較

表1呈現七年級數學教材代數主題教學目標之分析結果：

計數結果顯示，三版本七年級教學目標總次數：「情境數學」共54條，「新課程數學」共62條，「部編數學」共67條，以「部編版數學」最多，「新課程數學」居次，「情境數學」最少。微觀檢視各向度的教學目標，可分成「代數式」、「一次方程式（含一元一次方程式、二元一次方程式）」、「一次不等式」、「函數（含變數與座標）」、「多項式」、「數列與樣式」等六個部份分析如下：

(一)代數式

從代數式佔全部教學目標的比重來看，三國教材皆一致地在七年級發展代數式的學習。而代數式是「新課程數學」在七年級代數主題最重要的教學目標，其主要涵蓋兩個

表 1：美國、新加坡和台灣七年級數學教材代數主題教學目標之分析

主類目	代數							
	代數式	一元一次方程式	二元一次方程式	多項式	不等式	座標與函數	樣式與數列	合計
情境數學	11	0	17	0	6	7	13	54
	（20.4%）	（0%）	（31.5%）	（0%）	（11.1%）	（13%）	（24.1%）	
新課程數學	21	16	0	11	0	3	11	62
	（33.9%）	（25.8%）	（0%）	（17.7%）	（0%）	（4.8%）	（17.7%）	
部編版數學	13	7	15	3	16	13	0	67
	（19.4%）	（10.4%）	（22.4%）	（4.5%）	（23.9%）	（19.4%）	（0%）	

註 1.合計之總次數與各版本之教學目標總次數有些微差距，此乃少數教學目標重複計次所造成。

2.（）代表此向度在該國總教學目標下所佔之百分率。

重點，一是文字符號的使用；二是能操作簡單代數運算，如合併同類項及去括號。在化簡代數式的目標中，特別是化簡對象，教材採開放的命題方式，代數式的範圍擴及五元、五次及文字符號在分母的代數式，這一點有別於台灣將代數式限制在三元三次以下的範圍。「部編版數學」在代數式教學目標中，計算程序的目標次數共9條，「知識理解」的教學目標僅4條，可見「運算目標」重於「知識目標」。在知識目標中，為達成「能以代數式簡化情境中數量的描述」，所以對文字符號變數的意義、文字符號的約定、認識同類項依序進行鋪陳。而鑑於美國代數教材編寫邏輯，模式→關係→函數，「情境數學」代數式的教學目標特重於使用代數式表徵各種不同情境的變數關係，諸如觀察表格中的變量並以代數式表徵前後兩量之變動量，亦或是以代數式表徵出觀察圖形後的發現等，旨在找出變動的模式，以利於問題解決能力的發展。「情境數學」期望學生發展各種表徵的統整，此為本教材的一大特色，目標是學生能對照出各種不同的表徵如代數式、表格和圖形間彼此的對應關係，並能互相轉換及解釋。

整體而言，「部編版數學」和「新課程數學」都重視文字符號的使用、代數式的化簡與值的計算，但不同的是部編版數學代數式化簡只在一次式的範圍中學習，「新課程數學」則無此限制，顯見七年級代數式內容，新加坡深度較台灣為深。此外，台灣和新加坡較注重熟練代數式的運算推演及依題意列出符合之代數式，以做為後續方程式主題的基礎知識；而美國「情境數學」則強調能以代數式反映出對問題的理解，並能表徵情境中變數的變動量，嘗試比較多元等價的代數式，從中找尋問題變動的模式，進而能做為推演出函數關係的基礎。

(二)多項式

從多項式佔全部教學目標的比重中發現「新課程數學」是最早完整涉入多項式主題的版本，「部編版」和「情境數學」則晚了一年才學習多項式。

「新課程數學」在多項式的教學目標中主要涵蓋了兩個重點，一是多項式相關基本概念的鞏固，二是熟練多元策略以進行多項式間的加減運算。「部編版數學」對多項式的著墨不多（只有3條相關教學目標），但僅只於介紹多項式的名詞定義，如「項」、「同類項」、「係數」、「多項式的次數」等，至於多項式的加減運算安排，也只限於一次多項式間的合併與化簡，完整的多項式教學目標則安排到八年級上學期才介紹。「情境數學」關於多項式的教學目標也安排在八年級才發展。

(三)一次方程式

此部分內容細分成一元一次方程式和二元一次方程式兩個子類目分別探討：

1.一元一次方程式

台灣和新加坡都在七年級開始引入方程式的學習，而「情境數學」則早了一年，在六年級就導入一元一次方程式的學習。「新課程數學」之目標呈現順序為：名詞定義的認識→解題程序熟練→應用方程式解情境問題，可看出整個教學目標最終在於能建構完整的問題解決能力。此外，教材也在問題解決目標中，輔以其它的解題策略，如「使用模型法」、「系統表列法」等，讓學生學習多種解題策略。「部編版數學」的教學目標也呈現出結構性順序，不過，對於基本概念的理解，教材則是從代數式的概念中延伸而來，強調代數式和方程式的差別在於「等號」，並特別區隔方程式中文字符號 x 代表未知數的意義，不同於代數式中 x 代表的變數意義。

整體而言，「部編版數學」和「新課程數學」皆強調基本解題運算能力之培養，也重視使用「一元一次方程式」做為解決生活中應用問題的工具，不過「部編版數學」較重視解方程式過程的精熟，而「新課程數學」則側重在發展更多元的解題策略，「情境數學」的鋪陳則是以數量間的變化逐步發展出變量間之關係而成。

2.二元一次方程式

「新課程數學」比另二個版本晚了一年才發展二元一次方程式的課程，以二元一次方程式主題知識來看，「部編版數學」顯然較「情境數學」為深，在解題策略上，「部編版數學」以代數運算解題，「情境數學」則兼含表格、圖形、代入等非正式解法。在方程式圖形的關聯上，兩者差異甚大，「部編版數學」採取間接方式，透過函數圖形以進行連結，「情境數學」則以合於二元一次方程式解的數對轉繪在座標上的方式直觀的理解方程式的圖形為直線。相較之下，「情境數學」在呈現代數方程式與幾何直線的連結上較容易理解其間的關係，而「部編版數學」在「一次方程式」的幾何意義描述上，仍建構在一次函數的鷹架上，所以「方程式」和「直線」之連結性較弱。

整體來說，「部編版數學」教學目標較重視代數知識的學習，完整地進行正式的解題策略學習，凸顯出代數主題內部知識的連結性較強，「情境數學」則偏重於「二元一次方程式」做為辨識、表徵、說明、推論、延伸、探究真實情境內數學的工具角色，解題上僅止於非正式的策略，然而，在代數主題和幾何主題外部知識的連結性則較強。新加坡數學則因二元一次聯立方程式安排在八年級教學，所以沒有進一步的介紹。

(四)一次不等式

「情境數學」之一次不等式的教學目標乃透過在座標平面上的幾何圖形以逐步建構出代數不等式的理解，較強調以座標平面上的直觀理解做為答案合理性的檢驗方法，並不特別強調以代數的方式進行不等式解的驗算，例如「能理解不等式的解的意義，能在座標中理解並指認出不等式的解的範圍」、「能瞭解不等式、分界線和可行區域之間的關係」，而教材也期望能發展出逆向的學習推論，達到「在較複雜多重條件限制下的圖形中，能利用聯立不等式描述座標系上的某一範圍」的進階目標。「部編版數學」則係以將等號的學習經驗擴大到認識不等號、理解不等式解的意義為基礎，延伸配合「使用數線上以圖示不等式的解」及「不等量的推論」程序的學習，進而能「解聯立不等式」，並能解決不等式的應用問題。

就深度而言，「情境數學」從二元一次不等式延伸到二元一次聯立不等式範圍，而「部編版數學」僅就「一元一次不等式」延伸到數個「一元一次不等式」的交集，明顯看出「情境數學」的難度較高。而在教學目標的鋪陳邏輯上，「情境數學」初以平面座標上的圖形為主，逐步推演出不等式及其解，「部編版數學」則是先以方程式為基礎，利用情境中不等量推論，引入不等式，最後才將不等式的解呈現在數線上並連結其幾何意義，顯出兩者鋪陳的邏輯迥異。以學習者觀點而言，「情境數學」的安排充份體現了「幾何圖形的理解有助於代數推理」的思維，是非常有利於學生的學習，而「部編版數學」雖展現出代數知識的嚴密性，但對大多數七年級學生而言，挑戰度較高。

(五)函數

「新課程數學」在七年級的函數教學目標僅強調變數有別於之前的「數」和「未知數」概念，並未對「函數」進行深入教學。「情境數學」在函數的教學目標中強調「變

數」概念的理解，使學生能分析出「不同情境下的變化量」及「能使用數據表分析線性關係中關於量的變化的性質」，以發展出對變數的不同用途的最初理解。教學目標則囊括了一次函數和指數函數的範圍，在程序知識的目標上，不但要能辨識出不同函數的特徵，更能以代數式來抽象表徵函數關係，進而能使用數據表格、函數圖形及函數代數式等三種面向比較前述兩種函數之異同，並理解其差異點和函數關係式的關係，教學目標內容既深且廣。「部編版數學」函數的教學目標則著重於函數定義的理解、函數與否的辨識、函數關係式的建立及函數圖形的理解和繪製。

綜合發現，「部編版數學」認為函數是一種存在的隱性關係，較注重變數的角色，而「情境數學」則更強調變動量之間的掌握，若就學習的範圍而言，「部編版數學」僅進行一次函數的學習，明顯比「情境數學」侷促。再就函數代數式和函數圖形的連結強度比較，重視表列、圖形和函數關係式的「情境數學」亦優於「部編版數學」，這個結果應是源於美國的課程自國小中年級便開始進行基礎函數的學習而產生的差異，和陳宜良等（2005）的研究結果相近。

(六)數列與樣式

「情境數學」教學目標強調以多樣的表徵模式來建構對各種樣式的多面向理解，所以樣式類目下的教學目標所涵蓋之情境非常廣泛。在概念知識上，以能辨識出表格或圖形中所蘊涵的各種樣式關係為基本目標，逐漸地發展出「能使用遞迴方程式或直接方程式來描述圖形樣式」。此外，能發現各種樣式的特徵也是重要的目標，並進行簡單的演譯以歸納出樣式的表徵，最終的目標為「能說明、延伸和表徵所見的樣式」並能寫出一個符合真實情境問題中的樣式。「部編版數學」在七年級數列與樣式類目中並沒有安排教學目標。「新課程數學」方面，在數列與樣式的教學目標強調能理解數列是一種樣式，進而能認識各種特殊的數列，並能推論出未知項的值。另一個教學目標的焦點則是數列一般項的探索，由教材中總共呈現出十三種策略，可窺知「新課程數學」期望學生能發展出複合式策略的學習目標，如「能先簡化問題再使用模型找尋樣式的策略解題」、「能先簡化問題再使用逐步推算法的策略解題」及「能利用圖形法發展各種不同的策略以解決各種問題」等，可知「新課程數學」希望學生能精熟各種解題策略，在面對多變的問題情境，能組合各種策略並形成問題解決的模式。

綜合新加坡與美國兩個版本的教學目標發現，「情境數學」的樣式內容涵括了圖形樣式、表格樣式、數字樣式，遠較「新課程數學」的數列為廣，但在「解題策略使用」的教學目標中，兩者都強調多元策略的使用，然「新課程數學」著重彈性組合則更勝一籌。

小結

綜合上述結果發現三套教材在七年級代數教學目標中有顯著差異，如新加坡在多項式類目中比其它兩個國家提早一年學習，而一元一次方程式的內容美國則在六年級就發展完成，但是在二元一次方程組、不等式及函數主題的課程，新加坡則有別於台美兩國，延遲到八年級才發展。最特別的是樣式與數列主題，美國和新加坡皆重視樣式的學習，然而台灣部編版數學中，並未安排該主題在課程中。

MiC 的代數主題教學目標並非呈線性方式指向單一方向，環繞在「變量的學習」、「條件的考量」、與「樣式」等三個核心且具有高度彈性的特點，可提供不同程度的學生在

不同水準層次間來回學習的機會，以彌補在同一教學目標下個別學習差異所造成的影響。新加坡「新課程數學」的教學目標為達成學生問題解決能力的發展，因此，七年級代數明顯偏重於「技能」和「過程」兩要項。除此之外，七年級代數著重在代數基礎的紮根及探索多元解題策略，教學目標的特色在於高度重視主題知識內容的延伸，以連貫的方式進行相關代數課程的學習，相較於其它版本在代數式的安排，雖然主題較少，但知識深度明顯較佳。部編版教學知識結構的嚴謹性是三版本中最高，教學目標特別強調解題能力的培養並注重階段性知識的完整鋪陳，基於將方程式區塊中的知識做完整發展，因此七年級代數課程的分量是三個版本之冠，與陳宜良等（2005）的研究結果一致。儘管和美國情境數學相似地都是以「代數式」做為教材內容學習的起點，但不同的是，部編版著重在以代數模式延伸「數學性」的推論學習，以輻射的方式完整的建構相關主題的學習，充分展現出代數知識的結構性，但也顯露出學習歷程過度抽象化和單調，較不利於教學目標的達成。

綜觀三國七年級代數教學目標，可知部編版數學在知識廣度最勝，知識間的邏輯性最佳，也最強調知識的完整性學習，但學習模式的一元化，不符現今國際數學教育的大方向（Stein, Remillard, & Smith, 2007）。而美國情境數學的目標則強調由真實情境中，運用常見的表徵連結既有的代數知識，並依實際情境重組代數知識，以逐步從非正式的成功解題朝向正式代數解法前進，建構代數概念的基礎重於解題過程的精熟，較能形塑堅實的代數概念，顯已跳脫出傳統美國中學數學教學太過膚淺及不夠深入的窠臼（Reys, B. J. & Reys, R. E., 2006）。新加坡新課程數學雖然代數知識內容不多，但主題知識的深度延伸較深，重視多種策略的重組運用，有利於概念和技巧的連結俾助於發展出最佳的解題模式。

二、問題情境與知識屬性之分析比較

表2呈現三版本之問題情境與知識類型分析的統計結果：

就總問題數方面，「情境數學」的總題數最多，然後是「部編版數學」，最少的是「新課程數學」（MiC 教材總問題數為479題，部編版是200題，NSM 則為114題）；若以每一章平均的問題數來看，仍以「情境數學」的平均問題數最多，然後是「部編版數學」，最少的還是「新課程數學」（MiC 教材平均問題數為160題，部編版是50題，NSM則為38題），顯示出對相同的主題內容，使用不同版本的學生所經驗到問題數存有相當

表 2：三國問題情境與知識屬性題數與百分率綜合分析表

類目 \ 單元名稱 / 題數百分率		台灣部編版數學	新加坡新課程數學	美國情境數學
策略形式	概念性問題	68（34.0%）	28（24.6%）	308（64.3%）
	程序性問題	85（42.5%）	68（59.6%）	109（22.8%）
	連結性問題	47（23.5%）	18（15.8%）	62（12.9%）
總題數		200（100%）	114（100%）	479（100%）
敘述形式	真實情境	36（18.0%）	44（38.6%）	425（88.7%）
	無情境	164（82%）	70（61.4%）	54（11.3%）
總題數		200（100%）	114（100%）	479（100%）

大的差異。相關的研究指出學生經驗問題的頻率會對學生的學習和問題解決的成就表現有影響（Stigler, Fuson, Ham, & Kim, 1986）。Stein 等（2007）主張影響學生解題能力的因素，除了針對同一種類型的問題所擁有的解題次數外，另一個關鍵因素是學生所經驗問題的難易度。上述發現，符應 TIMSS 在2003年國際數學與科學教育成就趨勢調查中針對八年級學生測驗的發現（Mullis, Martin, Gonzalez, & Chrostowski, 2004），雖然美國中學生在教材上面對了比台灣和新加坡較多的問題數，然而表現卻未如預期，做出部份的解釋。在相關的研究中，Zhu 與 Fan（2006）對大陸和美國中學數學教科書的研究發現美國教科書中所安排的問題數約為大陸教材的兩倍（中國，6850題；美國，13,286題），推論其原因之一乃美國教科書所涵蓋之內容太過寬廣（Reys, B. J. & Reys, R. E., 2006）。事實上，另一個因素，研究者認為在「情境數學」所符應的「真實數學」理念中，認為學生在每一次所面對的數學情境皆不盡相同，因此不主張對類似問題進行熟練（這一點可由教材所編例極少數練習中看出），造成學生對同一種類型問題的熟悉率不足，以致於對學生的解題速度與效能上，造成某種程度上負面的影響。相對地，「部編版數學」及「新課程數學」雖然只提供相對較少的問題數，但兩者一致性地都安排了大量的習作問題供學生練習，直接增加學生熟悉問題的頻率，而確保了學生的解題表現。以下分別報告問題情境與知識類型之分析結果：

(一)問題情境

研究發現三套教科書在問題情境上存在極大差異（MiC：88.7%，部編版：18%，NSM：38.6%）。其中「部編版數學」和美國「情境數學」存在顯著差異（部編版：18%，MiC：88.7%），「情境數學」與「部編版數學」兩者間之情境問題相差近71%，「部編版數學」比「新課程數學」少了近21%。因此，「部編版數學」是三個版本中使用情境佈題比率最低。同時，「情境數學」則比「新課程數學」多出了約50%。研究結果顯示「情境數學」採取情境佈題的比率比其它研究對象為高，與 Zhu 與 Fan（2006）的研究發現相似。上述比較顯示，台灣部編版絕大部分的問題都是以無情境的形式呈現，這樣的安排可能是考量到教學文化與升學制度的影響，因為無情境的問題較適於透過練習以精熟，這種模式符應布魯姆的精熟理論，強調數學教學的主要目的在於告訴學生如何去「做數學」，並藉由教學以確保有效技能的發展（Baroody, 2003），然而有意義的學習應能喚起學生的興趣和創造學習數學的動機（NCTM, 2000）。因此「部編版數學」在無情境的背景下所發展出來的學習方式較不利於促進有意義的學習；此結果亦反應 TIMSS 之發現，臺灣學生普遍不喜歡學習數學（Mullis et al., 2004）。

研究結果顯示增加真實情境問題的數量能促進教科書內容的多樣化，並能形塑一個有利於更高層次理解的學習環境（Gu, Huang, & Marton, 2004; Van del Heuvel-Paanhuizen, 1996）。Romberg 與 de Lange（1998）的研究則指出真實情境學習數學與學生的學習成就有正向關係。此外，林慧欣（2003）的研究發現在教材上提供學生可想像或已經驗的情境脈絡，有助於學生自行建構意義和概念以及形成解題策略，進而對學習感興趣，並察覺到數學的用處。黃有義（2004）的研究顯示，真實情境脈絡的數學教材教法有助於國中生進行抽象代數的學習並改善對數學的學習態度，也可拉近不同數學能力學生間的成就差異。另外，曹博盛（2005）在「TIMSS 2003 國際數學與科學教育成就趨勢調查」中發現臺灣國二學生的整體表現亮麗，雖然排名第

四，但與第二、三名的韓國與香港在平均得分差異未達顯著水準，特別是在代數主題上的表現優於整體表現。然而，後續針對各國優級學生（國際基準點625分以上）研究發現，臺灣國二學生在範例二的答對率只有27%，排名落居第18，與整個代數主題的測驗表現（排名第3）形成相當大的差異。

研究者深入分析該試題，其內容為一計算電話費率問題，以現今台灣的生活水平來看，使用電話已是每一個學生必然擁有的經驗，但是為何整體表現優異的學生面對一個非常熟悉的生活問題卻表現出不良的表現？曹博盛（2005）認為，問題情境類型可能是造成台灣學生在這個範例的答對率（27%）遠不如整體答對率（69%）的原因。綜觀上述發現，「部編版數學」未來在增強情境問題以符應國際趨勢時，可以取法「情境數學」，讓呈現教材知識的問題孕涵更豐富的情境（Zhu & Fan, 2006），進而提升學生之學習動機與發展出有意義的學習。

(二)知識類型

以下依知識類別分別探討：

1.概念性知識問題

各版本在概念性知識問題所佔比率中，「情境數學」（64.3%）最高，「部編版數學」（34%）居次，「新課程數學」（24.6%）最低，後二者的比率約為「情境數學」的一半，顯示出「情境數學」在七年級的課程中最重視概念性知識的學習，本結果與吳麗玲（2006）的研究發現一致。「台灣部編版」概念性知識問題比「情境數學」低了約30%，若從實際問題數而言，「部編版數學」有68個概念性知識問題比「情境數學」的308題明顯少了很多，這種實際問題數上的重大差距真確地反映出兩者在看待「概念性知識」的不同哲學：「情境數學」認為概念是學習者主動建構獲致，無法靠記憶灌輸習得，因此教材鋪陳了大量問題以引導學生發展概念性知識，讓學生藉由猜測、說明、解釋、探索與推理等歷程，逐步地形塑出概念，並能提出自我的解釋。而部編版則視概念性知識是所欲學習的已知客體，著重在知識的呈現、理解與運用，並輔以精熟學習，因此，「部編版數學」所設計的概念性問題重點在於詳細的剖析知識的不同面向、形式與檢驗是否能正確的使用概念回答問題，因此問題數自然比「情境數學」少了許多。另一個可能的原因來自於數學家對「概念理解不能孤立獨存」（翁秉仁，2003）的主觀理解，他們認為：在數學學習過程，不能單談概念的理解，過於強調數學概念理解的優越性，會造成一種迷思，以為只要能理解數學概念，就能順利地往上學習新的概念。因此，由數學家所主導的「部編版數學」也將這種思維滲入了教材發展的考量。至於「部編版數學」與「新課程數學」的比較上，二者間鋪陳概念知識的手法非常接近，也是採文字說明的方式呈現概念知識，並利用問題延伸出概念的不同面向，進而透過練習來鞏固對概念的了解。雖然「部編版數學」比「新課程數學」高出約10%，實際問題數的差距為40個問題，深究主要的成因乃在於課程內安排的代數知識內容較少所致，因為就整個七年級代數課程來說，「新課程數學」主題中的代數知識內容是三者中最少的。

2.程序性知識問題

在程序性知識問題所佔比率中，「新課程數學」（59.6%）最高，「部編版數學」（42.5%）居次，「情境數學」（22.8%）最低。「新課程數學」是三個樣本中最重視程序性知識的版本，其百分率約為台灣部編版的1.5倍，約為「情境數學」的3倍。前述結果顯示「新課程數學」在七年級代數課程上，對程序性知識的重視遠超過其它兩個版本。若

從同一個版本內程序性知識和概念性知識的比值來看，「新課程數學」的2.5倍也遠高過台灣部編版的1.2倍和「情境數學」的0.35倍，可見「新課程數學」是明顯偏向於程序性知識問題的。此外，就程序性知識在各版本所佔百分率進行比較，發現「台灣部編版」與「新課程數學」的程序性知識都是該版本中佔最高百分比的類目。換句話說，這兩個版本無獨有偶地在七年級的代數教材中，都聚焦在程序性知識的方向上，這個研究結果也間接地點出計算能力是新加坡與台灣這二種教材所欲發展的核心能力。至於「情境數學」只佔22.8%，主要是教材服膺 NCTM（1989, 2000）的課程理念，在 NCTM（2000）的標準中鼓勵使用電算器輔助學習代數的計算，因為他們認為在現今及未來的社會中，如果將計算的工作交給電算器，學生將有更多「自由的時間和認知空間」以進行更高階的思考和推理（Stein et al., 2007），基於上述主張，MiC 較不強調程序性知識的面向也就可想而知。從另外一個角度來看，「練習」角色的功能性在「情境數學」中被淡化，這種看待「練習」的觀點與「台灣部編版」呈現出截然不同的認知。「部編版數學」的程序性知識所佔的比率接近五成，是整個代數課程的焦點所在，若再加上連結性知識，百分比則高達75%，顯示「部編版數學」非常重視程序性知識的學習。此外，就程序性知識和概念性知識問題所佔百分率的差距而言，台灣「部編版數學」相差7.5%，「情境數學」相差41.5%，「新課程數學」相差35%，台灣「部編版數學」的兩種知識差最小，換言之，就問題知識分配的情形來看，台灣部編版是最平衡的版本。

3.連結性知識問題

在各版本所佔百分比中，「部編版數學」（23.5%）最高，「新課程數學」（15.8%）居次，「情境數學」（12.9%）最低。結果顯示「部編版數學」是連結性知識問題比例最高的版本。在本研究中，連結性知識界定為問題中兼有概念性知識與程序性知識，因此，連結性知識問題的百分率越高，意味著教材提供學生統整概念性知識與程序性知識的機會較大，易言之，學生有較高的機會能綜合運用理解到的概念性知識與熟練的程序性知識於解決問題中。

(三)情境與知識的關連性

特定的「佈題情境」連結到特定的知識類型，顯現出兩者間存在巧妙相關。研究結果顯示教材佈題情境中無情境者所佔百分率較高的版本，其知識類目中的程序性知識問題百分率亦較高，如「新課程數學」和「台灣部編版」其佈題情境屬無情境者所佔的百分率（61.4% 和82%）就對應到其程序性知識問題所佔的百分率（59.6% 和42.5%）；相對地，佈題情境屬有情境者所佔的百分率較高的版本，其知識類目中的概念性知識百分率也較高，如「情境數學」佈題情境屬有情境者所佔的百分率（88.7%）就對應到其概念性知識所佔的百分率（64.3%）。從上述的分析中，可以歸結到：教材採取情境做為主要的佈題模式者，主要是在呈現出概念性知識的學習；而教材佈題慣於採無情境設計者，則聚焦在程序性知識的學習，推測，程序性知識採取無情境方式，主要是考量到情境可以會對學習造成干擾，因而呈現出比率偏低的結果。

小結

發展數學知識的主要論點有二大類，一是精熟理論的擁護者，主張數學的學習應聚焦於提升基礎運算技能，而不是在於培養對數學概念的理解，二是隨機學習理論的倡議者，主張數學的學習應關注於概念性的理

解，而非運算技能的記憶（Baroody, 2003）。近二十年來，爭論焦點已從程序性知識或概念性知識孰較重要，轉移到孰優先的討論，直到最近的研究更指出兩種知識在發展的過程中，是存在一種互為體用的兩面關係（Baroody, 2003; Star, 2005）。易言之，程序性知識有可能促進概念性知識的鞏固，而概念性知識的理解則有助於程序性知識的流暢運用（Baroody, 2003; Star, 2005）。因此，教材中各種知識的均衡發展對學生的學習有其正面積極意義，從上述的研究結果可以理解，美國 MiC 教材中太過強調概念性知識的比重，而新加坡新課程數學則又太趨向於「程序性知識」，相對而言，台灣教材中兩種不同知識類型的內容是較平衡的。

伍、結論與建議

一、結論

三版本之教學目標各有其特色，「情境數學」之教學目標具高度彈性，善用情境與生活經驗，運用表徵為媒介，以引導學生從非正式的先備知識中，協助學生建構對正式代數概念的理解，教材強調概念的發展重於解題技巧的熟練，其教學目標並不指向單一固定的方向發展，符應學生個別差異，提供學生獲致公平學習的機會，此正呼應數學教育之新趨勢（Zhu & Fan, 2006; NCTM, 2000）。「新課程數學」的教學目標強調未來代數的工具性角色，並注重同一主題的深入延伸，亦發展探索多元的解題策略，以凸顯出發展「問題解決」能力為數學課程的終極目標。部編版數學的教學目標則偏重認知、技能的學習，少有情意目標的活動內容（游自達等，2007），課程聚焦在代數主題內知識的垂直連結，特別強調解題能力的培養。目標的另一特色是知識鋪陳模式化，各單元的教學目標大多依循「概念的理解」、「運算規則的推演」、「技巧的熟練」到「應用解題」的模式。此外，部編版著重在以代數模式延伸「數學性」的推論學習，以輻射方式完整的建構相關主題學習，雖然充分展現出代數知識的結構，卻顯露出知識負載過重導致學習歷程過度簡化與抽象，較不利於教學目標的達成。

此外，部編版數學在知識的廣度最勝，知識間的邏輯性最佳，垂直連結度最強，知識的結構性最完整（游自達等，2007），但教學目標過窄及發展模式的一元化，較不符現今國際數學教育強調過程目標的大方向（NCTM, 2000）。因此，教材有必要加強落實如溝通、討論、解釋、說明及多重表徵等過程目標的鋪陳，以符應數學課程綱要中各種數學能力的發展。而美國情境數學則從學習者的角度考量，以生活經驗的情境出發，運用表徵連結既有的代數知識，以符應實際情境，逐步地從非正式的成功解題朝向正式代數解法前進，較能形塑堅實的代數概念，顯已跳脫出傳統美國中學數學教科書太過膚淺及不夠深入的窠臼（Reys, B. J. & Reys, R. E., 2006）。新加坡新課程數學雖然代數知識內容不多，但主題知識的深度延伸較深，重視多種策略的重組運用，有利於概念和技巧的連結俾助於發展出最佳的解題模式。

整體而言，部編版數學和新課程數學之教科書在學習中扮演了絕對中心的地位，數學教學，主要是針對學生有解決教材內容中的測驗題時所需要的知識而為，雖目標明確但流於狹窄及僵化；情境數學相對而言，教學目標比較保有彈性，可發展的可能性就比較大，然而，如何在寬鬆的目標中準確地焦聚在核心內容的發展，則是師生在實際教與學上的共同挑戰。

在問題數方面，「情境數學」最多，「部編版數學」居次，「新課程數學」最少，「部

編版數學」約為「情境數學」的0.4倍，約為「新課程數學」的1.75倍。在問題知識類型上，「情境數學」重視概念性理解，概念性問題佔64.3%；「部編版數學」和「新課程數學」重視程序性問題，分別佔59.6%、42.5%，至於連結性知識則以「部編版數學」的23.5%最高。許多研究一致地證實了有意義地關聯學生的生活經驗、背景和能力的學習活動的重要性（Fennema & Romberg, 1999; Silver & Stein, 1996; Zohar & Dori, 2003）。Treffers（1991）的研究更發現真實的情境能激發出彈性的問題解決策略，因此「部編版數學」如何善用情境佈題，以提供學生一個熟識、有趣、且以問題為導向的學習情境，讓學生在溝通與討論的過程中學習，方能落實九年一貫數學領域強調數學與生活連結及應用的目標（徐偉民，黃金鐘，2003）。重視數學概念的理解也是近年來課程改革的焦點之一，NCTM（2000）的學習原則指出概念性理解是程序流暢的重要元素之一，這些論點明白揭示概念性理解與程序性計能間的緊密關連，兩者缺一不可。Star（2005）更主張程序性知識與概念性知識是學生數學流暢性的重要指標，顯見數學課程強調提昇對數學概念理解的學習已受到廣大的注意（Stylianides, A. J. & Stylianides, G. J., 2007）。Stein等（2007）在研究教材如何影響學生表現中，以「概念性知識」與「程序性知識」的平衡度為重要指標，更凸顯出教材中各種知識平衡的必要性；誠如 NCTM（2000）指出數學知識應概念性與程序性知識並重。然而，從本研究分析的結果發現，不管是「情境數學」、「新課程數學」和「部編版數學」在程序性問題與概念性問題的比重分配上，多少仍有改進的空間，以符應世界潮流。準此，為使課程內涵能符應國際數學教育趨勢，以培育養出具面對未來挑戰能力的新世紀人才，進行教材的調整是有其必要性。

二、建議

本研究僅以美國、新加坡與台灣等三個國家內所使用之其中一套教材進行分析，故研究結論雖不可推論至其他教材上，但仍可給予此教育改革者、課程設計者、中學數學教師與未來研究者一些參考方向。建議如下：

(一)善用情境佈題，以提升學習動機與品質

研究結果顯示「部編版數學」在佈題上有82% 是無情境的，和現今國際間教育趨勢明顯背離，建議未來進行課程設計時，應善用情境佈題提昇學習動機，以符應數學教育之發展趨勢（NCTM, 2000），進而形塑一個有利於更高層次理解的學習環境（Gu et al., 2004）。此外，在有情境的部分中，每一個問題皆相互獨立，問題間的脈絡不連貫，缺少吸引力，因此，未來在設計教材時，可朝具有情境或連續性佈題的方向多加考量。

(二)概念性知識與程序性知識的平衡

NCTM（2000）指出數學知識應概念性與程序性知識並重，且九年一貫課程的特色之一即是兼重概念理解與計算能力的提昇，但從研究結果來看，「部編版數學」在促進概念理解的面向上仍有待改進。而中學數學教師在運用教科書進行教學時，應從教科書的制式內容中解脫出來，靈活運用教科書，而不被固定的編排想法綁架，兼採教科書的意旨，揉之以適宜的教學活動，方能讓我們的學生學數學，而非做數學。

(三)未來研究可從數學教育哲學、文化的觀點來探討教材的差異

研究結果顯示三國教材無論是在教學目標或知識呈現上，存在著極大的差異，如部編版和新加坡 NSM 教材在概念的呈現模式較接近，但與美國 MiC 迥異，這樣的結果也

同時反映出教材發展者看待學生如何學習數學的哲學（Stein et al., 2007）。此外各國文化背景的特殊性也影響教材的發展（Zhu & Fan, 2006）。因此，建議未來研究者亦可從哲學的、文化的方向來探究各版本數學知識的差異。

誌　　謝

本研究獲國立編譯館碩士論文研究獎助，特誌申謝；文中所提論點純屬作者個人之意見，並不代表國立編譯館之立場。作者衷心感謝審查委員與總編輯對本文所提供之寶貴意見，由於您們的協助，方能使本文能夠以更清楚、更結構化的方式呈現。

參考文獻

1. 王石番（1996）。**傳播內容分析法－理論與實證（第二版）**。台北：幼獅。
2. 吳麗玲（2006）。**台灣、美國與新加坡國小五、六年級分數教材內容之分析比較**。國立嘉義大學數學教育研究所碩士論文，未出版，嘉義市。
3. 林慧欣（2003）。**試行真實情境脈絡的數學教材與教法於國一課室之行動研究**。國立彰化師範大學科學教育研究所碩士論文，未出版，彰化市。
4. 徐偉民、黃金鐘（2003）。**情境導向的數學教學：一個結合情境認知與建構取向的教學模式**。革新國民中小學數學教育議題研討會論文集，349-378。國立嘉義大學數學教育研究所碩士論文，未出版，嘉義市。
5. 翁秉仁（2003）。數學教育改個的商榷。**數學教育公共論壇**。2006 年 9 月 22 日，取自 http://www.math.ntu.edu.tw/phpbb-2/edu/articles/article_03_06_05.htm。
6. 教育部（2003）。**國民中小學九年一貫課程綱要數學學習領域**。台北：教育部。
7. 曹博盛（2005）。TIMSS 2003 臺灣國中二年級學生的數學成就及其相關因素之探討。**科學教育月刊，283**，2-34。
8. 陳宜良、單維彰、洪萬生、袁媛（2005）。《九年一貫數學科暫行綱要》與《加州公立學校數學內容綱要》之比較。**中華民國數學會**。2005 年 11 月 20 日，取自 http://www.math.ntu.edu.tw/phpbb-2/edu/articles/article_03_09_17.htm。
9. 游自達、林宜城、林原宏、洪賢松、陳兆君、蔡秋菊（2007）。**九年一貫課程之教科書總評鑑總結報告：設計理念、能力指標與統整性**。台北：中華民國課程與教學學會。
10. 黃有義（2004）。**真實情境脈絡的數學教材教法對國二學生代數越級學習影響之研究**。明道管理學院教學藝術研究所碩士論文，未出版，彰化縣。
11. 韓國棟（2005 年 5 月 26 日）。部編版數學科占 65%、自然科僅占市場 7%。**中國時報**。2006 年 1 月 20 日，取自 http://www.all4you.com.tw/web3/free/news/uknow/94/9405/940526.htm。
12. Baroody, A. J. (2003). The development of adaptive expertise and flexibility: The integration of conceptual and procedural knowledge. In A. J. Baroody & A. Dowker (Eds.), *The development of arithmetic concepts and skills: Constructing adaptive expertise* (pp. 1-33). Mahwah, NJ: Erlbaum.
13. Brown, J. S., Collin, A., & Duguid, P. (1989). Situated cognition and the culture of learning. *Educational Researcher*, *46*(1), 32-43.
14. Chambliss, M. J., & Calfee, R. C. (1999). *Textbooks for learning*. London: Blackwell.
15. Fennema, E., & Romberg, T. (Eds.). (1999). *Mathematics classrooms that promote under-*

standing. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

16. Gu, L., Huang, R., & Marton, F. (2004). Teaching with Variation: An effective way of mathematics teaching in China. In L. Fan, N. Y. Wong, J. Cai, & S. Li (Eds.), *How Chinese learn mathematics: Perspectives from insiders* (pp. 309-345). Singapore: World Scientific.
17. Haggarty, L., & Pepin, B. (2002). An investigation of mathematics textbooks and their use in English, French and German classrooms: Who gets an opportunity to learn what? *British Educational Research Journal*, *28*(4), 567-590.
18. Hiebert, J., Gallimore, R., Garnier, H., Givvin, K. B., Hollingsworth, H., & Jacobs, J., et al. (2003). *Teaching mathematics in seven countries: Result from the TIMMS 1999 video study*. Washington, DC: National Council of Teachers of Mathematics.
19. Lesh, R., & Lamon, S. J. (Eds.) (1992). *Assessment of authentic performance in school mathematics*. Washington, DC.: American Association for the Advancement of Science.
20. Ministry of Education in Singapore. (2001). *Primary mathematics syllabus*. Singapore: Curriculum planning and development division ministry of education. Retrived January 20, 2006 from http://www.moe.gov.sg/cpdd/doc/Maths_LowSec.pdf
21. Ministry of Education in Singapore. (2001). *Secondary mathematics syllabus.* Singapore: Curriculum planning and development division ministry of education. Retrived January 20, 2006 from http://www.moe.gov.sg/cpdd/doc/Maths_Pri.pdf
22. Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Gonzalez, E. J., & Chrostowski, S. J. (2004). *TIMSS 2003 international mathematics report: Findings from IEA's trends in international mathematics and science study at the fourth and eighth grades*. Chestnut Hill, MA: Boston College, TIMSS & PIRLS International Study Center.
23. National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA.: NCTM.
24. National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.
25. Organization for Economic Co-operation and Development. (2004). *Learning for tomorrow's world: First results from PISA 2003*. Paris, France: Organization for Economic Co-operation and Development.
26. Reys, B. J., & Reys, R. E. (2006). The development and publication of elementary mathematics textbooks: Let the buyer beware! *Phi Delta Kappan*, *1*, 377-384.
27. Romberg, T. A., & de Lange, J. (Eds.). (1998) *Mathematics in context*. Chicago: EBEC.
28. Romberg, T., & Shafer, M. (2003). Mathematics in context : Preliminary evidence about student outcomes. In S. Senk & D. Thompson (Eds.), *Standards-based school mathematics curricula: What are they? What do students learn?* (pp. 225-250). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
29. Schmidt, W. H., McKnight, C. C., Valverde, G. A., Houang, R. T., Wang, H., & Wiley, D. E. (1997). *Many visions, many aims: A cross-national investigation of curricular intentions in school mathematics* (Vol. 1). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
30. Schmidt, W. H., McKnight, C. C., Houang, R. T., Wang, H., Wiley, D. E., Cogan, L. S., et al.

(2001). *Why schools matter: A cross-national comparison of curriculum and learning*. San Francisco: Jossey-Bass.

31. SGBox (2006). *New syllabus math for 7th grade/secondary 1 package: Product benefits*. Retrieved February 14, 2006 from the Ministry of Education database on the World Wide Web: http://www.sgbox.com/s1nsm.html.
32. Silver, E. A., & Stein, M. K. (1996). The QUASAR Project: The 'revolution of the possible in mathematics instructional reform in urban middle schools. *Urban Education*, *30*(4), 476-521.
33. Star, J. R., Betha, H. E., & Smith, J. P. (2000). Algebraic concepts: What's really new in new curricula? *Mathematics Teaching in the Middle School*, *5*(7), 446-451.
34. Star, J. R. (2005). Reconceptualizing procedural knowledge. *Journal for Research in Mathematics Education*, *36*(5), 404-411.
35. Stein, M. K., Remillard, J., & Smith, M. S. (2007). How curriculum influences student learning. In F. Lester Jr. (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 319-369). Greenwich, CT: Information Age.
36. Stigler, J. W., Fuson, K. C., Ham, M., & Kim, M. S. (1986). An analysis of addition and subtraction word problems in American and Soviet elementary mathematics textbooks. *Cognition and Instruction, 3*(3), 153-171.
37. Stylianides, A. J., & Stylianides, G. J. (2007). Learning mathematics with understanding: A critical consideration of the learning principle in the principles and standards for school mathematics. *The Montana Mathematics Enthusiast, 4*(1), 103-114.
38. Törnroos, J. (2001). Mathematics textbooks and students' achievement in the 7th grade: What is the effect of using different textbooks. In Novotna, J. (Ed.), *2002 european research in mathematics education II* (pp. 518-530). Proceedings. Prague: Charles University, Faculty of Education.
39. Törnroos, J. (2004). Mathematics textbooks, opportunity to learn and achievement. Paper presented at *ICME-10M, Discussion Group 14 Copenhagen*, Denmark.
40. Treffers, A. (1991). Realistic mathematics education in the Netherlands 1980-1990. In L. Streefland (Ed.), *Realistic mathematics education in primary school* (pp. 11-20). Utrecht: CD-b Press/ Freudenthal Institute, Utrecht University.
41. Van del Heuvel-Paanhuizen, M. (1996). *Assessment and realistic mathematics*. Utrecht, The Netherlands: Freudenthal Institute, University of Utrecht.
42. Westbury (1990). Textbooks, Textbooks publishers, and the quality of schooling, In D. L. Elliott & A. Woodward (Eds.), *Textbooks and schooling in the United States* (pp. 1-22). Chicago, IL: University of Chicago Press.
43. Zhu, Y., & Fan, L. H. (2006). Focus on the representation of problem types in intended curriculum: A comparison of selected mathematics textbooks from Mainland China and the United States. *International Journal of Science and Mathematics Education, 4*(4), 609-626.
44. Zohar, A., & Dori, Y. J. (2003). Higher order thinking skills and low-achieving students: Are they mutually exclusive? *The Journal of the Learning Sciences*, *12*(2), 145-181.

Comparing 7th Grade Algebra Textbooks Used in Taiwan, U.S.A. and Singapore

Ren-huei Chen[1] and Der-Ching Yang[2]

[1]Lan Tan Public Junior High School

[2]Graduate Institute of Mathematics Education, National Chiayi University

Abstract

The purpose of the study was to compare the algebra textbooks used by 7th-graders in Taiwan (OvT), Mathematics in Context (MiC) in the U.S.A. and the New Syllabus Mathematics (NSM) in Singapore. This study used context analysis. The purposes of this study were to compare the instructional objectives and the design of the attributes of the mathematical content and the context. The findings of this study include: (1) MiC put almost all of the mathematical content into context, but others don't; (2) the textbooks in Taiwan and Singapore put more emphasis on learning procedures by practice. The results also indicate that the Taiwan textbook has the highest level of mathematical content on algebra. Over 80% of the problems in OvT presents content without context. This is different from international trends in mathematics education. The authors suggest that the curriculum designers should put more emphasis on the development of context problems in the OvT in the future to promote learning, motivation and match the trends of international mathematics education and create learning environments for higher order thinking.

Key words: Algebra, Grade Seven, MiC, NSM, OvT

*Corresponding author: Der-Ching Yang