科學教育學刊
2010, 第十八卷第二期, 155-175

Chinese Journal of Science Education
2010, 18(2), 155-175

高中學生解題歷程之力圖表徵與列式關係之研究

蔡興國[1]　**陳錦章**[2]　**張惠博**[2]

[1]國立彰化師範大學　科學教育研究所

[2]國立彰化師範大學　物理學系

（投稿日期：民國 98 年 3 月 11 日，修訂日期：99 年 2 月 22 日，接受日期：99 年 3 月 3 日）

摘要：本研究旨在探討高中學生求解作用力與反作用力計算問題時，所呈現力圖表徵的類型，及其和列式間的關係，並分析學生無法繪出正確力圖的原因。研究對象是研究者任教之高二學生兩班 73 人、高三學生兩班 90 人，共 163 位，均學過完整的牛頓力學，進行力學問題筆試測驗，並採立意取樣，從中選取 28 位進行晤談，俾了解學生求解作用力與反作用力計算問題時的真實想法。研究工具計有「作用力與反作用力計算測驗」及「晤談大綱」兩項。研究結果顯示學生具合力有反作用力的迷思概念、多數學生無法在文本畫出正確的力圖、學生文本上的力圖偏向表徵題意的情境圖與腦中據以列式的力圖可能不同、學生腦中據以列式的力圖若為正確則可列出正確的方程式。

關鍵詞：力圖、牛頓第三運動定律、表徵、解題

壹、緒　言

一、研究背景與動機

Reif（1995）指出物理的學習是一項需要高度智力的訓練，大多數的學生學習物理會遭遇非常大的困難，即使是那些在物理課獲得高分的學生，腦中仍存有許多錯誤的迷思概念。所以，物理這一學門常給人留下深奧、抽象、難懂的印象，似乎僅是少數天才才能了解的學科。在物理的諸多概念當中，「力」顯然是最基本的概念之一，所有物質間的交互作用，都與力量有關，且高中物理課程，以牛頓力學最為關鍵，往往是學習物理其他單元的基礎，其他單元的學習需直接或間接利用力學原理。但 Halloun 與 Hestenes（1985）的研究卻指出學生力學學習成效非常低落，並非只是無法學會牛頓力學的基本概念，更顯示出學生關於「力」之另有概念的根深蒂固，傳統教學不易改變，嚴重影響牛頓力學的學習。在「力」概念的相關研究中，Savinainen, Scott 與 Viiri（2005）指出，牛頓第三運動定律的真正意涵為「力是一種交互作用，且必對稱產生」，是「力」概念

中極為重要的特徵，然而一般人常不瞭解此意涵，誤認為牛頓第三運動定律非常簡單，只是描述作用力與反作用力的關係而已，以致忽略其重要性；此外，一般教科書常把牛頓第三運動定律的介紹放在牛頓第一與第二運動定律之後，其實並無法凸顯「力是一種交互作用，且必對稱產生」在「力」的概念中具有的關鍵地位。

Puri（1996）指出，力圖為物理學家用以表徵所欲觀察系統受力情形的圖形，物理老師應該教學生像物理學家般描繪力圖，並鼓勵學生遇到力學問題時，應先畫出力圖後，再列出方程式求解。雖然畫好力圖對力學學習非常重要，然而 Whiteley（1996）的研究卻指出，即使在非常簡單的情境下，中學生仍因腦中存有許多力的迷思概念，而不能畫出正確的力圖。Fisher（1999）亦指出，選修普通物理課程的學生，在解力學問題時，對於建立正確的牛頓第二運動定律方程式，經常存有很大的困難，而處理這類力學問題，必須先利用力圖分析所有相關的力量，因此力圖影響力學的學習甚巨。Meriam 與 Kraige（2003）則更進一步指出，學生學習力學課程，經常發生解題困難，究其原因並非不會運用牛頓定律，而是不能正確分析作用於所選擇系統之所有外力。

上述的研究可以發現，學生無法成功解出力學問題的根本原因為無法正確分析物體的受力情形，據以畫出正確的力圖。然而國內外有關力圖的研究卻非常少見，且多在理論上探討描繪力圖時，學生或教師應該注意的事項（Mattson, 2004; Puri, 1996），或是利用電腦幫助學生畫好力圖（Rosselli, Howard, & Brophy, 2006），或是提供讓學生畫出物體受力之力圖的學習單，以供教師教學時的參考（Court, 1993, 1999a, 1999b; Fisher, 1999）。實徵性方面的研究，除張慧貞（2007）外，多聚焦於定性問題（邱韻如，2006a，2006b；Whiteley, 1996），依學生所繪之力圖，分析學生的迷思概念。缺乏探討學生在求解定量問題歷程中所畫力圖與所列方程式之間的關係，藉以驗證力圖在解決力學計算問題上的果效，也欠缺探討學生描繪力圖時的思考，及探究學生無法畫出正確力圖的原因。

二、研究目的與待答問題

本研究旨在探討高中學生求解作用力與反作用力計算問題時，所描繪之力圖的類型和思考，及力圖和列式間的關係，以瞭解學生解題歷程所描繪之力圖會如何影響所列之方程式，並分析學生無法繪出正確力圖的原因。所以，本研究有下述的待答問題：

(一)學生求解作用力與反作用力計算問題歷程中，所繪力圖的類型及思考為何？

(二)學生求解作用力與反作用力計算問題歷程中，所繪力圖與列式的關係為何？

(三)學生求解作用力與反作用力計算問題歷程中，無法繪出正確力圖的原因為何？

貳、文獻探討

本節擬先探討與力圖描繪有關之力的迷思概念，其次就專家與生手解題表徵差異的文獻，闡述力圖等定性表徵，在物理解題歷程中所扮演的關鍵地位；再以認知心裡學的面向，探討表徵的意義、多重表徵理論、多重表徵與物理解題，論述多重表徵對物理解題的重要性；最後討論力圖表徵的相關研究，闡明探討力圖表徵與列式關係之實徵性研究的闕如，俾作為本研究的理論基礎。

一、力的迷思概念

學生描繪力圖時，必須先判斷系統遭受

哪些力的作用，若對「力」本身就有迷思概念，將會影響力圖繪製的表現，產生多餘的力、忽略的力或力的方向錯誤等，故我們將先從探究與力圖描繪有關之「力」的迷思概念著手。

國外在多餘的力之研究發現有：當物體與施力物離開後，物體仍受慣性力維持運動（Thijs, 1992）；如果一個物體移動，那必定是在物體移動的方向有力的作用（Driver, Guesne, & Tiberghien, 1985）。在忽略的力之研究發現有：靜止的物體只受到一個力的作用，此力為重力（Thijs, 1992）；拋體運動中，物體在最高點處不受力（Galili & Bar, 1992）。在力的方向錯誤之研究發現有：雖然知道摩擦力的存在，卻無法正確指出其方向（Thijs, 1992）。

國內則為張慧貞（2007）指出多餘的力包含假力、慣性力、主動力與加速力。其中假力可歸咎於未對學生介紹「慣性座標」的概念；慣性力顯示學生將「運動」視為一種「力」；主動力則暗示學生將「力」視為在物體上的「實體」，而非兩物間的「作用」；加速力則顯示學生認為「加速度」是「力」的成因之一。出現忽略的力可能原因是未能選定合適的系統，或反作用力需要時間反應的不當推論。而力的方向錯誤則主要來自張力與摩擦力方向的錯誤判斷。

二、專家與生手解題表徵差異之研究

長久以來，問題解決一直是科學教育研究中最受重視的領域之一，不但提供我們許多有關科學學習及教學的重要訊息，更可藉以擬定改進教學的策略，因此有關專家與生手解題差異的相關研究也就應運而生，希望能藉此幫助生手早日成為專家，此處的文獻將聚焦於分析專家與生手解題表徵差異的面向。

Champagne, Gunstone 與 Klopfer（1983）指出專家從問題敘述，經由定性分析後再取用公式，然而生手則從問題敘述，搜尋關鍵字，直接取用公式。而 Plotzner（1994）也指出專家經常在使用數學方程式求解問題之前，會先利用情境圖、運動圖、力圖等定性表徵來了解問題，然而生手卻使用以公式為中心的解題方法。Van Heuvelen（1991）的研究亦指出，有經驗的物理學家面對具挑戰性的題目時，經常使用定性表徵，因為這將幫助他們能正確寫下較抽象的數學方程式，因此，由近來比較物理專家與生手解題表徵差異的文獻可看出，專家與生手的主要差異是專家在列出公式之前，常依賴非數學的定性表徵工具，先對問題作定性分析，深入了解問題之後，再取用公式求解問題；然而，生手則從問題的敘述，搜尋關鍵字，直接取用公式求解問題。故若加強生手定性表徵的使用，將有助於使生手成為專家。

三、表徵的意義

力圖表徵是表徵的形式之一，因此在了解力圖表徵之前，我們必須先了解表徵的基本意涵。黃永和（1997）指出，「表徵」乃是指能用以代表某些事物或事件的一些東西或現象，可以指代表某件事的一個象徵性結構。表徵也可以指在我們心理重新呈現某件事物（劉嘉茹、侯依伶，2004）。

Hieberrt 與 Carpenter（1992）則認為，依據表徵存在的形式，可以把表徵區分成外在表徵（external representation）及內在表徵（internal representation）兩類，而此兩類表徵分別在人類的溝通活動與心智思考中扮演重要的角色。

Hestenes（1995）指出外在表徵使用的意義在於人腦中存有與之相對應之內隱的心智模式（mental model），外顯的物理系統、

符號表徵和兩者間的關係是客觀的，任何人得以檢視之，而心智模式和其與符號表徵間的關係是主觀的，存在於每一個人的內心之中，雖然其他人無法一窺究竟，但卻可藉由外在表徵去作大致的推論。換句話說，我們可以利用外在表徵去了解深藏於人們內心之中內隱的心智模式或內在表徵，甚至是藉由外在表徵強迫人們呈現腦中內隱的內在表徵，例如我們可以由學生所畫的力圖－外在表徵，了解學生腦中對力量的想法－內在表徵。

以上述的觀點分析，表徵存在的形式雖區分為外在表徵及內在表徵兩類，但兩者實密切相關，個體內在表徵的運作，會影響外在表徵的呈現；而個體也可藉由呈現外在表徵的過程，讓內在表徵得以精鍊以及外顯。

四、多重表徵理論

綜合之前所述，表徵可說是以一物代替另一物，就外在表徵而言，牽涉到究竟應該用哪一物來代替欲被表徵的事物，才可清楚呈現被表徵事物的意涵。在科學教育的領域中，「概念」屬於內在表徵，應該是最常用來被表徵的事物，但究竟應以何種外在表徵去表徵「概念」呢？

左台益與蔡志仁（2001）指出，單一表徵常常只能強調一觀念或概念結構的某些部分，可能無法完全顯現出此概念的結構，而多重表徵的意涵則為用不同的表徵形式以呈現及建構同一概念。本研究之多重表徵是指外顯之外在表徵的多種面向，而概念則屬於內隱的內在表徵。

Ainsworth（1999）認為多重表徵在學習環境中，主要有互補（complement）、限制（constrain）和建構（construct）三種功能。互補是指多重表徵包含互補的資訊或是互補的認知過程，因此使用多重表徵能夠互相彌補，避免只有一種表徵，無法表示所有的訊息，此外多重表徵的學習也能激勵學生使用多種策略去解題。限制是指一個表徵的使用，可以限制使用第二個表徵時，產生錯誤解釋的可能性，例如使用圖形可以避免列出錯誤的方程式。建構是指當學生使用多重表徵時，可以促進學生對問題情境建構更深層次的理解。

不過，每一種表徵的特性不同，所需的認知能力也不一樣，若想要學生學會這些表徵的使用，就必須以學生的認知發展和學習來考量引入的時機和順序，我們可藉由皮亞傑及布魯納的觀點，得到使用多重表徵時機的啟示。皮亞傑提出階段論，將兒童的認知發展階段分為感覺動作期、前操作期、具體操作期、形式操作期，四個階段依序發展。布魯納也提出類似的表徵系統論，將兒童心智能力的發展，分為動作表徵期、圖像表徵期、符號表徵期，三種思考方式循序漸進（張春興、林清山，1995）。皮亞傑主張學生認知的發展是循序漸進，且各階段的先後次序不能顛倒。布魯納則主張學習者應由動作表徵方式開始，而後逐漸抽象化為圖像表徵，最後才是符號表徵。綜合皮亞傑的階段論及布魯納的表徵系統論可以發現，學生學習時，必須考量學生的認知發展階段，若學生對於抽象符號表徵的學習有困難，則應鼓勵學生退回圖像表徵，充分了解情境之後，再進入符號表徵。換句話說，多重表徵雖然可以表徵概念的整體性，以彌補單一表徵的不足，但仍需考慮其呈現的順序，配合學習者認知發展的階段，由具體到抽象，以收最佳的學習效果。

五、多重表徵與物理解題

近年來多重表徵的重要性也逐漸為物理教育所了解（Hestenes, 1996; Van Heuvelen

& Zou, 2001）。例如 Hestenes（1995）指出一個物理系統，可分別以文字（verbal）、外形（formal）、簡圖（pictorial）、圖表（diagrammatic）、曲線圖（graphical）等多重表徵來表示，若要完全了解一個物理系統，不能只單靠一種表徵，因為每一種表徵均有其強度及限制，需要多重表徵以截長補短。

Dufresne, Gerace 與 Leonard（1997）關於以多重表徵解物理問題的研究指出，在傳統教育下，大部分學生求解的題目，幾乎都是定量的，一般僅需列出一或兩個方程式，就可以解出正確答案，因此學生往往不清楚方程式的內容及適用範圍，導致學生無法深入理解概念。為了改善此一只重視定量求解問題的偏差現象，Dufresne, Gerace 與 Leonard 建議應使用多重表徵的方法，幫助學生學習及解題。

Van Heuvelen 與 Zou（2001）的研究指出，解物理問題的過程，可以下面的步驟描述：首先以文字描述（文字表徵）；其次以簡圖（圖形表徵）即情境圖代表此問題；再來以含有物理量的圖形（物理表徵）來表示，例如 x-t 圖或力圖等，物理表徵有物理專門的符號，故不同於前述的情境圖；最後才運用數學方程式（數學表徵）表示此物理問題。因此，Van Heuvelen 與 Zou 認為多重表徵解題策略是指學生利用圖形表徵、物理表徵，將文字表徵轉變為數學表徵的方法，因此使用文字表徵、圖形表徵、物理表徵、數學表徵的解題方法，合稱為多重表徵的解題。其中圖形表徵及物理表徵又常被稱為定性表徵，是為了要和定量的數學表徵對比。

由上述的討論可知，以多重表徵策略解物理問題，可分為文字表徵、情境圖表徵、物理表徵及數學表徵四個階段，其中位於第三階段的物理表徵實處於樞紐地位，最為重要，是列出正確數學表徵的關鍵。物理教育的許多研究也已發現，當學生投注較多心力在物理表徵時，解題的成就會有顯著的改善（Heller, Keith, & Anderson, 1992; Van Heuvelen, 1991），不過上述的研究集中在探討物理表徵對解題的功效，並無深入探究學生使用物理表徵過程中，可能出現的困難。

六、力圖表徵的相關研究

國內外有關力圖表徵的相關研究，數量非常少。國內部份有邱韻如（2006a）的研究，發現大約有43% 的大一新生誤以為在空氣中自由下落的蘋果，其重力的反作用力是同時作用在其上的空氣阻力，且二力大小不同。張慧貞（2007）先畫出力圖，再求解定量問題的研究，發現學生畫力圖的缺點是未能體會力是一種交互作用、未能選定合適的系統及將力視為一種「實體」，而非「作用」等；同時也發現只有少數學生能畫出正確的力圖，但一旦能畫出正確力圖，則能解出正確答案的比例非常高。然而此研究著重於次數統計的定量資料，缺少與學生晤談的定性資料，故無法獲得學生解定量問題歷程中，描繪力圖及列方程式時的想法。

國外部份有 Puri（1996）的研究，提醒教師及學生，畫力圖時必須注意的細節，否則容易畫出錯誤的力圖而不自覺。Fisher（1999）的研究則認為不能只是學如何畫好力圖，而應強調整合力圖與列方程式的學習。Mattson（2004）的文章則指出畫力圖時，應建立適合的座標軸，以列出對應座標軸方向的牛頓第二運動定律方程式。Court（1993, 1999a, 1999b）的研究，則提供許多可促使學生思考物體受力的不同情境，讓學生畫出物體受力之力圖的練習，但缺少對學生所畫力圖的深入探討。Whiteley（1996）則選取 Court（1993）研究中的13個物理情境，要求學生

畫出力圖，並進行統計分析，結果發現即使在非常簡單的情境，中學生仍然因為腦中存有許多力的迷思概念，無法畫出正確的力圖。

綜言之，有關力圖表徵的相關研究，多在提醒教師，教學生畫力圖時的注意事項（Mattson, 2004; Puri, 1996），或提供可促使學生思考物體受力之力圖學習單（Court, 1993; 1999a; 1999b, Fisher, 1999），而實徵性方面的研究，則數量不足，除張慧貞（2007）的研究外，多聚焦於定性問題（邱韻如，2006a，2006b；Whiteley, 1996），將力圖當作迷思概念的診斷工具，缺乏在求解定量物理問題歷程中，學生描繪力圖的研究。因此，即使教師由教學經驗得知力圖與列式有密切關係，但欠缺實徵性資料的支持。此外，教師也無法得知學生在解定量問題過程中，對系統受力情形的想法及描繪正確力圖的困難，故無法對症下藥，幫助學生畫出正確的力圖，進而列出正確的方程式。據此，本研究將從求解定量問題的角度切入，利用力學計算問題，要求學生作答時，必須畫出解題之力圖、詳細列出算式，並書寫解題的想法，再透過晤談，收集學生自繪出力圖至列式求解問題的實徵性資料，以探究解題歷程中之力圖與列式的關係及學生無法畫出正確力圖的原因，故有別於其他僅在理論上探討繪製力圖應注意事項，或在定性問題情境中學生描繪力圖的研究。

參、研究方法

本節擬就研究對象與情境、研究工具、資料收集及數據分析分述之。

一、研究對象與情境

本研究的個案學校是中部地區一所國立高中，學生在國中基本學科能力測驗的分數約在220分（總分300分）以上，學科能力屬於中上程度。本研究選取的筆試對象是研究者任教之高二學生兩班73人、高三學生兩班90人，共163位，均學過完整的牛頓力學。研究者平日上課的方式，授課內容採講述式教學，範例則請學生上台演練講解，由研究者進行總結評論。筆試利用「作用力與反作用力計算測驗」工具，由研究者親自施測，請學生填寫測驗問題。晤談對象採立意取樣，依據表3選取力圖對列式出現百分比較高的7組（以5% 為選取的門檻，不含其他），每組選取4位口語表達能力較佳的學生，共28位進行晤談，俾了解學生解作用力與反作用力計算問題時，由繪出力圖至列出算式的真實想法，並探究學生無法繪出正確力圖的原因。

二、研究工具

為達上述研究目的，本研究的研究工具計有「作用力與反作用力計算測驗」及「晤談大綱」兩項，詳述如下：

(一)「作用力與反作用力計算測驗」

本測驗針對作用力與反作用力的概念，自行發展完成。為達研究目的，有下列特點：題目只涉及鉛直方向的力量，便於分析力圖；題目包含運動狀況不同的人及物體，學生需正確選擇系統，才能列出正確的方程式；題目避免與教科書及參考書雷同，以測驗學生對力量的真實想法；答案欄位設計有解題所需之力圖、列式及解題想法三個空白欄位，以收集學生解題歷程中之力圖與列式間的關係。本測驗為一題力學計算測驗題，題目為：「一物體重量20 kgw，原靜置於地面上，一人體重60 kgw 站在地面上，施一向上35 kgw 之力提此物體，使物體脫離地面向上運動，求此時地面作用於此人之力的大小

為若干公斤重？」

本測驗的題目編寫完後，分別請兩位大學物理教授，一位高中物理教師審題，協助校訂，以建立本測驗的專家效度。本測驗採用一個題目的原因是原提供學生受測的試卷，共有5題計算題，但因每一題學生所繪力圖類型繁多，資料量過大，為能聚焦於學生解題時的思考，本研究只選取學生填寫較完整之第一題，對不同解題類型的學生，進行深入晤談，以釐清學生解題時的真實想法。

(二)「晤談大綱」

「晤談大綱」包含了六個晤談問題，一題請學生說明力圖與題目的關係；一題請學生說明所選取的系統；其餘四題請學生解釋力圖與列式的關係。「晤談大綱」的主要目的是為了解學生由看到題目、畫出力圖至列出算式的思考，以補「作用力與反作用力計算測驗」中，學生填寫解題想法的不足。

三、資料收集及數據分析

資料收集及數據分析的架構為先以紙筆測驗收集學生的力圖、列式及解題想法，再將力圖及列式進行分類，找出力圖對列式的關係，挑選出主要類型的學生，配合其力圖、列式及解題想法，進行半結構式訪談，以深入了解這些學生文本上的力圖會如何影響列式。因此，資料來源基於三角檢定的原理，採用力圖、列式、解題想法、訪談等多種不同方法蒐集，希望藉由多元管道收集的資料，提高本研究的準確性。詳細資料收集及數據分析的方式如下：

(一)資料收集

1.紙筆測驗

研究者使用「作用力與反作用力計算測驗」施測學生，要求學生於解題歷程中，確實畫出所需之力圖、列出方程式及寫出解題的想法，以詳細收集學生解題歷程的資料，測驗的結果並作為半結構訪談的依據。

2.半結構式訪談

研究者與學生的訪談內容是以「作用力與反作用力計算測驗」問題為根據，詢問學生由看到題目、畫出力圖至列出計算式的想法，以澄清或說明力圖和列式的關係，訪談時並作錄音，以便日後分析訪談的內容。半結構式訪談與「作用力與反作用力計算測驗」中之解題想法不同之處是，解題想法只是收集學生對解題的初步看法，至於學生更深層的解題思考，則是以「作用力與反作用力計算測驗」問題為架構，根據「晤談大綱」與受訪學生進行訪談收集資料。訪談沒有時間限制，避免學生沒有足夠的時間思考及陳述自己的想法。

(二)數據分析

1.力圖的分析

學生力圖分析的程序是待「作用力與反作用力計算測驗」施測完畢後，研究者檢視學生於力圖欄位中所繪的力圖，進行初步分析，並訂定分類標準。力圖的分類標準是依據力圖的特徵，包含力圖上之箭號的數目及箭號的方向兩項。再由研究者與同校另一位物理教師，依照力圖的分類標準，個別檢視每一位學生解題歷程中所繪的力圖，進行開放編碼，並將分類結果分別紀錄於不同的表格。待個別完成分類後，針對兩人不同的力圖分類進行協商，整理出力圖的分類結果，以降低研究者偏見，提高評分者信度。最後再由研究者計算此協商後力圖分類結果的次數及百分比，選取百分比較高的作為主要力圖類型，以詳加討論。

2.列式的分析

本研究欲探究學生解題歷程所描繪之力圖會如何影響所列之方程式，故力圖及列式都必須經過分析編碼的程序。學生列式的分析程序是先依據學生的列式經移項之後是否

相同作為分類標準，其次再依此分類標準，檢視學生於列方程式欄位中的列式，進行開放編碼，將分類結果紀錄於表格，最後再計算此列式分類結果的次數及百分比，選取百分比較高的作為主要列式類型。

3.力圖與列式關係的分析

以主要力圖類型及主要列式類型的資料，建立「力圖」對「列式」之交叉分析表，求得力圖類型與列式類型的關係，以瞭解學生解題歷程所描繪之力圖會如何影響所列之方程式，並作為半結構式訪談對象選取的依據。

4.解題想法的分析

學生解題想法的分析是依照「力圖」對「列式」交叉分析表，求得之某主要力圖類型得到某主要列式類型的關係，進行解題想法的分類，並選取書寫詳細的解題想法，於本文中呈現，以說明學生解題歷程所描繪之力圖會如何影響所列之方程式。本文中引用解題想法的資料時，為區別不同學生書寫的解題想法，而於引用解題想法的最後以（文本解題想法，學生代號）註明資料的來源。

5.半結構式訪談資料的分析

半結構式訪談資料的分析是由研究者進行訪談後，重複聆聽錄音帶，轉錄成訪談文字稿，再參照學生「作用力與反作用力計算測驗」中的力圖、列式及解題想法，擷取訪談文字稿相關的部份，於本文中呈現學生解題時，描繪力圖的思考、描繪的力圖會如何影響所列的方程式，和無法繪出正確力圖的原因，以補學生填寫解題想法的不足。本文中引用訪談文字稿時，「研」指研究者，且為區別不同學生的訪談資料，我們以不同的人名代表不同的訪談學生，並於引用訪談文字資料的最後以（訪，學生代號）註明資料的來源。

肆、研究結果與討論

本研究透過「作用力與反作用力計算測驗」的診斷，並輔以晤談，深入探究學生解作用力與反作用力計算問題過程，所描繪之力圖的類型和思考，及力圖和列式間的關係，以瞭解學生解題歷程所描繪之力圖會如何影響所列之方程式，並分析學生無法繪出正確力圖的原因。主要的發現如下：

一、多數學生文本上的力圖並非正確力圖而是表徵題意的情境圖

研究者依據前述力圖分類標準，進行力圖分類，共計可分為22種力圖類型，並計算各類型出現的次數及百分比，如表1所示。其中五種，出現的次數達9次以上，所佔的百分比較高，可視為力圖的主要類型。其他力圖類型除了一種出現4次外，其餘皆為1次或2次，次數明顯少於前述五種主要力圖類型，總計有17種力圖類型，被歸類為其他。

以下將針對此五種主要力圖類型所表徵的意涵進行探討：

(一)正確力圖

正確力圖如圖1所示，作圖的方法是以人為系統，畫出所有作用於人的力。包括地球作用於人向下60 kgw 的重力、物體作用於人向下35 kgw 的力及地面作用於人向上的正向力 N。

表 1：力圖類型次數分配表

類型	次數	百分比
正確力圖	11	6.7%
迷思力圖類型 1	9	5.5%
迷思力圖類型 2	18	11.0%
迷思力圖類型 3	92	56.4%
迷思力圖類型 4	9	5.5%
其他（包含 17 種力圖類型）	24	14.7%
總和	163	100.0%

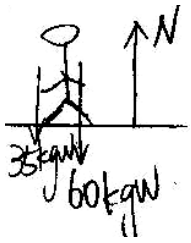


圖 1：正確力圖

小榮：這一題問的是地面對人的作用力，人的體重是60，所以地對人就有60了，然後他以35公斤重去提起物體，物體給他一個反作用力，所以加上35，雖然那個物體只有重20公斤，但是他花35的力，所以會產生一個加速度。（訪，30418）

由表1的研究結果發現，畫出正確力圖的學生只佔全部受測學生的6.7%，顯示多數學生未能畫出正確的力圖。此處正確力圖的分類，尚包括沒有畫出地面作用於人向上正向力的學生，如圖2所示，因為題目的問題是要解出此正向力的大小，且本研究所訪談的28位學生中有11位學生未在力圖標示正向力，經訪談後發現，其中有3位因偷懶未畫，4位忘了畫，4位覺得不需要畫，所以表示這些未在力圖標示正向力的學生，均了解此正向力的存在，故將這些學生視為已在力圖標示正向力，所以仍將缺此正向力的圖2歸類為正確力圖。

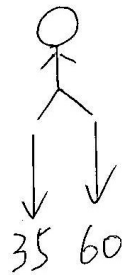


圖 2：正確力圖

研：正向力為何沒畫？

小榮：時間有限，所以我就懶得畫。

研:你知道有這個力,只是沒有畫而已？

小榮：對。（訪，30418）

研：你已標示出所有解題所需的力量？

小祥：對，但我少畫一個地面作用於人向上的力。

研：為何沒有畫？

小祥：因為忘記了，想要快點把答案算出來。（訪，20406）

研：為何沒有畫正向力呢？

小瑜：不是要算正向力嗎？所以畫不畫沒關係，因為要求的就是那一個。（訪，30201）

(二)迷思力圖類型 1

此力圖類型如圖3所示，作圖的方法是以人和物體為系統，畫出作用於此系統之所有外力。包括地球作用於人向下的重力60 kgw、地球作用於物體向下的重力20 kgw 及地面作用於人向上的正向力 N。而人作用於物體之力及物體作用於人之反作用力被視為此系統的內力，故未標示在力圖上。此力圖類型錯誤之處為當人作用於物體向上之力大於物體的重量時，物體會向上加速運動，不可將物體和靜止不動的人選為同一個系統，以靜力平衡的條件處理。

小晟：因為我是以人及物為一個系統，

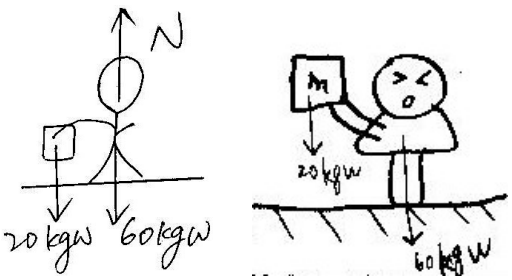


圖 3：迷思力圖類型 1

人向上施力35，物體也給人向下35，就變成內力，所以地面對人向上的頂力就是物體與人的總重而已。（訪，20426）

由表1的研究結果發現，畫出迷思力圖類型1的學生佔全部受測學生的5.5%，其中亦包括沒有畫出地面作用於人向上正向力的學生。

(三)迷思力圖類型 2

此力圖類型如圖4所示，作圖的方法為詳細列出作用於人及物體的所有力量。作用於人的力包括地球作用於人向下60 kgw 的重力、物體作用於人向下35 kgw 的力及地面作用於人向上的正向力 N；而作用於物體的力則包括地球作用於物體向下20 kgw 的重力及人作用於物體向上35 kgw 的力。此力圖類型錯誤之處在題目的問題是要解出地面作用於人之力的大小，因此只需以人為系統，畫出作用於人之所有作用力即可求解，不必標示物體的受力，但此類型學生將所有與題目相關的力量，全部標示於力圖上。

小豪：就是一個人啊，一個物體重20，人向上施力35，會產生加速度向上，所以物體施加在人的力量也是35。（訪，21427）

由表1的研究結果發現，畫出迷思力圖類型2的學生佔全部學生的11.0%，其中亦包括未畫出地面作用於人向上正向力的學生。

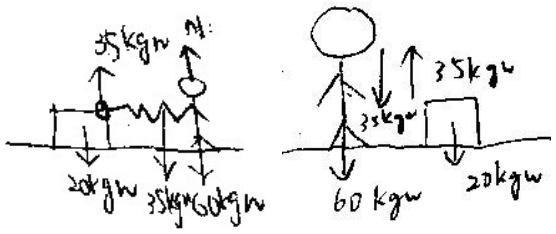


圖 4：迷思力圖類型 2

(四)迷思力圖類型 3

此力圖類型如圖5所示，作圖的方法如同迷思力圖類型2，均為詳細列出作用於人及物體的所有力量，但其與迷思力圖類型2的差別在少畫了物體作用於人向下35 kgw 之力。此力圖類型錯誤之處和迷思力圖類型2相似，均為多畫出物體的受力，但不同的是少畫了物體作用於人向下35 kgw 之力。

小順：體重60公斤，物體20公斤在這裡，施一35公斤向上的力，以及地面作用給人的力。（訪，30245）

由表1的研究結果發現，畫出迷思力圖類型3的學生佔全部學生的56.4%，超過所有受測學生人數的一半，顯示繪出此力圖類型的學生人數最多，其中亦包括未畫出地面作用於人向上正向力的學生。

(五)迷思力圖類型 4

此力圖類型如圖6所示，學生作圖時只畫出人作用於物體向上35 kgw 的力，及地面作用於人向上的正向力 N。此力圖類型錯誤之處在只依題意標示人作用於物體35 kgw 之

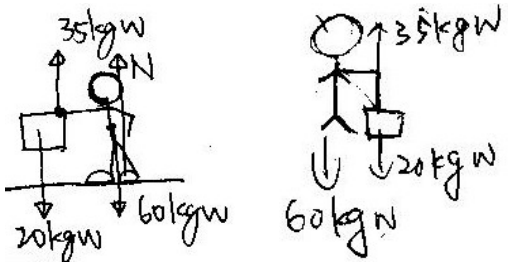


圖 5：迷思力圖類型 3

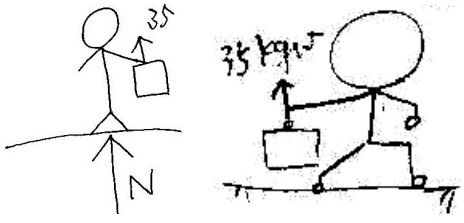


圖 6：迷思力圖類型 4

力，而未標示其他與解題有關的力量。

由表1的研究結果發現，畫出迷思力圖類型4的學生佔全部學生的5.5%，其中亦包括未畫出地面作用於人向上正向力的學生。此外，迷思力圖類型4所列出的方程式如表3所示，分散到各個列式類型，所以每個列式類型所占的百分比均不高，故未選取繪出此力圖類型的學生進行晤談。

綜合以上的研究結果，我們發現迷思力圖類型2及3所佔的百分比最高，合計67.4%，幾乎佔全部學生的七成，此兩類迷思力圖類型的共同特性是力圖上幾乎包括題目所有相關的力。

二、學生文本的列式與腦中據以列式的力圖有關而與文本的力圖未必有關

研究者依據前述列式分類標準，進行列式分類，共計可分為7種列式類型，並計算各列式類型出現的次數及百分比，如表2所示。其中正確列式及錯誤列式類型1、2、3等四種列式類型，所佔的百分比較高，可視為列式的主要類型。其他列式類型除了一種出現4次外，其餘二種皆為1次，故此三種列式類型之次數明顯少於前述四種主要列式類型，被歸類為其他。

本研究欲探究學生解題歷程所描繪之力圖會如何影響所列之方程式，故以主要力圖類型及主要列式類型的資料，建立「力圖」對「列式」之交叉分析表，整理出繪出某主要力圖類型進而列出某主要列式類型的學生，佔全體受測學生的百分比，以求得力圖與列式的關係，如表3所示。

表 2：列式類型次數分配表

類型	次數	百分比	列式
正確列式	55	33.7%	N = 60 + 35
錯誤列式類型 1	24	14.7%	35 + N = 60 + 20
錯誤列式類型 2	12	7.4%	N = 60 + (35 – 20)
錯誤列式類型 3	66	40.5%	N = 60 + 20
其他（包含 3 種列式類型）	6	3.7%	
總和	163	100.0%	

主要發現如下：

(一)繪出正確力圖之學生的列式完全集中於正確列式

畫出圖1、2正確力圖的學生，佔全部受測學生的6.7%，所列出的方程式，全部集中在正確列式。顯示若能於解題歷程中繪出正確力圖，即能列出正確的方程式。此類型學生的想法為將人視為一個系統，以靜力平衡的條件處理，故列出 N = 60 + 35之計算式，即地面作用於人向上的正向力 N 等於地球作用於人向下60 kgw 的重力與物體作用於人向下35 kgw 之力的合。

表 3：力圖與列式交叉分析表

力圖分組	列式分組					合計
	正確列式	錯誤列式類型 1	錯誤列式類型 2	錯誤列式類型 3	其他	
正確力圖	6.7%					6.7%
迷思力圖類型 1				5.5%		5.5%
迷思力圖類型 2	8.6%	0.6%		1.2%	0.6%	11.0%
迷思力圖類型 3	11.0%	11.7%	5.5%	27.0%	1.2%	56.4%
迷思力圖類型 4	0.6%	1.2%	0.6%	3.1%		5.5%
其他	6.7%	1.2%	1.2%	3.7%	1.8%	14.7%
合計	33.7%	14.7%	7.4%	40.5%	3.7%	100.0%

人施向上35 kgw，物體給人35 kgw 的反作用力，所以地面作用於人的力為人的重量＋物體給人的反作用力。（文本解題想法，21427）

研：你的力圖與列的式子有關係嗎？

小煒：有，就是60公斤是向下的嘛，35公斤是因為人把物體向上，所以就會有一個反作用力向下，所以總共就是95公斤對地面，所以地面也會給你一個95公斤的力量。（訪，20410）

(二)繪出迷思力圖類型 1 之學生的列式完全集中於錯誤列式類型 3

畫出圖3迷思力圖類型1的學生，佔全部受測學生的5.5%，所列出的方程式，全部集中在錯誤列式類型3。顯示若於解題歷程中畫出迷思力圖類型1，即會列出錯誤列式類型3之 N = 60 + 20的方程式。此類型學生的想法為將物體和人視為一個系統，以靜力平衡的條件處理，認為地面作用於人向上的正向力 N 等於地球作用於人向下60 kgw 之重力與地球作用於物體向下20 kgw 之重力的合，故列出 N = 60 + 20之計算式。此想法錯誤之處為當人作用於物體向上之力大於物體所受向下之重力時，物體會向上加速運動，因此不可將運動的物體和靜止不動的人選為同一個系統，以靜力平衡的條件處理。

人施予地的力60 kgw，加上物的力20 kgw，而施35 kgw 之力，因作用力和反作用力抵消，所以為80 kgw。（文本解題想法，30434）

研：你畫的圖和列的式子有關係嗎？你是看著圖去列式的嗎？還是圖是圖，列式是列式？

小霖：有，這是人嘛，然後和物體為一個系統，總共是80向下，正向力就是這麼多。（訪，30241）

(三)繪出迷思力圖類型 2 之學生的列式主要集中於正確列式

畫出圖4迷思力圖類型2的學生，佔全部受測學生的11.0%，所列出的方程式，主要集中在正確列式。原因為畫出迷思力圖類型2的學生，雖然在力圖上多畫出物體的受力，但若腦中據以列式的力圖為如圖1之正確力圖，以人為系統，只考慮作用於人的力，視整個系統呈靜力平衡，由於此力圖類型對人之受力均標示正確，故可列出 N = 60 + 35之正確方程式。

研：以人為系統，為何要將物體也一起畫進來？

小豪：就題目有的我都畫，但我是以人為系統。

研：請問你的力圖與列式有關係嗎？

小豪：有，就是他的重量原本60向下，後來反作力35向下，所以是加起來。

////

研：所以你的圖形和列式有關係，但有關係，為什麼35向上和20向下沒用到？

小豪：嗯.....，因為那個是題目給的，是多畫的。

研：所以你在解題時，心理有另一幅力圖？就是以人為系統的力圖，可不可以說成是這個樣子？

小豪：對。（訪，21427）

(四)繪出迷思力圖類型 3 之學生的列式分散於各列式類型

畫出圖5迷思力圖類型3的學生，佔全部

受測學生的56.4%，人數最多，所列出的方程式，分散於各列式類型。11.0% 列出正確列式，11.7% 列出錯誤列式類型1，5.5% 列出錯誤列式類型2，27.0% 列出錯誤列式類型3。出現多種列式類型的原因為畫出迷思力圖類型3的學生，雖然在文本上繪出相同的力圖，但因腦中選取不同的系統或據以列式的力圖不同，故得到不同的列式類型。以下將分別討論學生繪出相同迷思力圖類型3，但列出不同方程式的情形：

1.繪出迷思力圖類型 3 而列出正確列式

畫出迷思力圖類型3的學生，雖然在力圖上多繪出物體的受力，但若腦中據以列式的力圖為如圖1之正確力圖，以人為系統，且考慮未標示於力圖上物體作用於人向下35 kgw 之力，視整個系統呈靜力平衡，故可列出 N = 60 + 35之正確方程式。

研：你為何有些在圖形中畫出的力量，卻沒有在列式中出現？例如你的列式中沒用到物重20？

小元：我是以人為系統。

研：那你為何還要畫出20？

小元：我是先將題目看完，全部都寫出來，再來想說怎麼去解。然後題目是問人，就取人為系統，我施在物體35，物體也會給我35，我施力向上，所以它就給我向下的力，作用力跟反作用力，所以人就有往下的60加35，正向力就95。

////

研：列式有用到物體給人35向下的力，為何沒有出現在力圖？

小元：因為不會很複雜，看的懂我就直接加起來，就沒有畫在圖形上了，因為它只是要答案嘛。

研：你已經了解情境了？所以那35已浮現在腦中了？

小元：對，我腦中已浮現了，因為我向上拉35，它一定會向下拉35，所以我就直接寫，對就是腦中已浮現了。

研：不一定完全按照這個力圖去解就對了？心中有另一幅力圖？

小元：考試的話就會，但要教人的時候就不會，考試的話就比較可能是時間的關係。（訪，30240）

小翰：因為我認為畫力圖只是幫忙解題的，所以如果將所有的東西都畫上去，就會太亂，反而不容易看。

研：意思是說你按照題目來畫力圖，但解題時心理面有另一幅力圖？

小翰：對。

研：你心理面的力圖35是向下的？

小翰：嗯！沒有，一個35向上，另一個35向下。

研：所以你是用那個35向下的？

小翰：對。（訪，20432）

2.繪出迷思力圖類型 3 而列出錯誤列式類型 1

畫出迷思力圖類型3的學生，若腦中據以列式的力圖與文本上的力圖相同，以物體和人為系統，視整個系統呈靜力平衡，故列出錯誤列式類型1之35 + N = 60 + 20的方程式。此想法錯誤之處在當人作用於物體向上之力大於物體所受向下之重力，物體會向上加速運動，不可將運動的物體和靜止不動的人，選為一個靜力平衡的系統。且若以物體和人為系統，人作用於物體35 kgw 向上之力為此系統的內力，不應該出現在靜力平衡的列式。

施35 kgw 向上，加上地面作用力向上 = 人體重60 kgw 向下，加上物體重量20 kgw 向下，所以35 + x = 60 + 20。（文本解題想法，20406）

研：你的列式與力圖有關係嗎？

小鈞：有，就是人施力向上，所以物體被搬上去，向上力是35 kgw，物重20 kgw，然後人重是60 kgw，總力是向下45 kgw，因為頂力和整個系統向下的力方向是相反的，合力為零，所以頂力是45 kgw。（訪，20413）

3.繪出迷思力圖類型 3 而列出錯誤列式類型 2

畫出迷思力圖類型3的學生，若腦中據以列式的力圖為表4錯誤列式類型2之力圖，以人為系統，且將物體所受合力15 kgw 當成是一種交互作用力，推論此合力有反作用力作用於人，視整個系統呈靜力平衡，故列出錯誤列式類型2之 N = 60 + (35 – 20)的方程式。此想法錯誤之處在錯將物體所受的合力當成是一種交互作用力，而認為此合力有反作用力作用於人。

35 – 20 ＝ 15 kg↑（因向上抬有15 kg↑）∴有15 kg↓（∴人感覺上有15 kg↓）∴N ＝ 60 + 15 ＝ 75 kg（∴正向力 N 為體重+15 kg）。（文本解題想法，30440）

研：你的列式與力圖有關係嗎？

小慶：有，因為人施力35公斤向上，物重20公斤向下，合力15向上，因為作用力反作用力，所以15公斤向下作用在人，再加人的體重60，就等於75。（訪，20411）

研：但是你的力圖看起來，35減20應該向上耶？為什麼向下力量60要加向上力量35減20？

小宏：這個圖怪怪的，我覺得有點畫錯，不過我覺得35減20應該向下，再加體重的重，應該是整個地對人的重。（訪，30214）

4.繪出迷思力圖類型 3 而列出錯誤列式類型 3

畫出迷思力圖類型3的學生，若腦中據以列式的力圖為如圖3之力圖，以物體和人為系統，將人作用於物體35 kgw 之力當成是系統的內力，視整個系統呈靜力平衡，故列出錯誤列式類型3之 N = 60 + 20的方程式。此想法錯誤之處在當人作用於物體向上之力大於物體所受向下之重力時，物體會向上作加速運動，不可將加速運動的物體和靜止不動的人，選為一個靜力平衡的系統。

研：為何你沒有用到所有在力圖上的力量？

小儒：我就假設人跟物體是一個系統，然後人對物體施的力是內力，然後題目是要算地面作用於人的力，等於是地面作用於這個系統的力，然後系統受向下力是物重20公斤重加人重60，等於80。

研：所以你力圖畫人提物35公斤重向上，事實上沒有用到？

小儒：我有標示內力阿，讓別人能夠知道這是內力。（訪，20409）

研：那麼35沒用到，為何會畫出來？

小勛：沒用到？有啊！這樣才知道向上施力35，因為是先看題目再畫圖，再由圖型判斷去寫式子，不一定圖形標的東西都要用到，圖形的意義只是要了解題目的意

思，真的要用時只需要選取想要用的。（訪，30242）

根據以上迷思力圖類型3的研究結果，我們把文本繪出相同迷思力圖類型3之學生腦中呈現的四種據以列式力圖，整理為表4，解釋此力圖類型學生之四種列式。並將此四種據以列式的力圖由左至右分為以下四種類型：正確系統正確力概念；錯誤系統迷思力概念；正確系統迷思力概念；錯誤系統正確力概念。其中只有同時具有正確系統及力概念的學生，才能於腦中呈現正確系統正確力概念的據以列式力圖，列出正確的式子。雖然研究者在測驗時已對學生強調必須畫出解題列式所需之力圖，但由表4可看出，除列出錯誤列式類型1的學生外，其餘學生文本的力圖均與腦中據以列式的力圖不同，經晤談這些學生發現，他們多認為文本的力圖只是為了澄清題意，待需列式時，才於腦中呈現真正據以列式的力圖，致使有些在文本力圖的力量，沒有在列式中出現，或是有些沒有在文本力圖的力量，卻在列式中出現。

綜合上述力圖與列式關係及想法的結果，我們發現學生列式取決於腦中據以列式的力圖，而腦中據以列式的力圖與文本上所繪的力圖可能不同，以致出現下列看似矛盾的結果：繪出正確力圖，和迷思力圖類型2或3的部份學生，均能列式正確；繪出迷思力圖類型3之學生的列式分散於各列式類型。

三、阻礙學生繪出正確力圖的主要因素為系統選取錯誤及力的迷思概念

本節擬藉由前述兩項的研究結果、學生文本上所寫的解題想法及研究者晤談學生的資料，分析學生無法於文本上繪出正確力圖的原因，結果分述如下：

(一)系統選取問題

1.未有系統概念

研究者由晤談學生發現，部分學生沒有系統概念，不清楚力圖與選取的系統有關，選定不同的系統，系統所受的外力就不同，故所對應的力圖也不同。

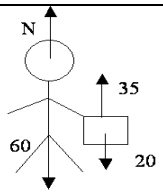
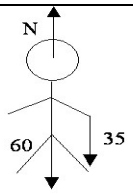
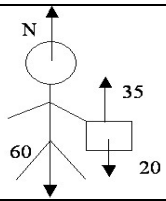
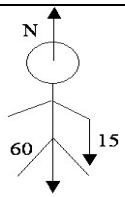
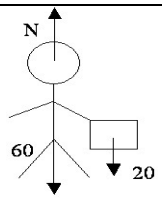
研：你是以誰為系統？

小順：我沒想過這個問題，因為系統那個我搞不清楚。（訪，30245）

2.選取錯誤的系統

繪出迷思力圖類型1之學生所犯的錯誤是錯將靜止不動的人，和加速向上運動的物體選為一個系統，故無法畫出正確的力圖。可能原因是這些學生認為，互相接觸的物體必須視為同一個系統，完全未考慮若物體的運動狀況不同，不可以選為同一系統，以運動狀況相同的方式處理。

表 4：繪出迷思力圖類型 3 學生腦中據以列式的力圖

迷思力圖類型 3	學生腦中據以列式的力圖			
	正確列式 N = 60 + 35	錯誤列式類型 1 35 + N = 60 + 20	錯誤列式類型 2 N = 60 + (35 – 20)	錯誤列式類型 3 N = 60 + 20
	正確系統正確力概念	錯誤系統迷思力概念	正確系統迷思力概念	錯誤系統正確力概念
					

3.未分割系統與環境

繪出迷思力圖類型2及3的學生，仍各有佔全部學生的8.6% 及11.0% 列出正確的方程式，顯示這些列式正確的學生腦中據以列式之力圖亦為正確，但文本上力圖所犯的共同錯誤是未分割系統與環境，故即使這些列式正確之學生腦中思考的是正確力圖，仍無法在文本上畫出正確的力圖。可能原因是這些列式正確的學生，將解題歷程中的力圖，當作是表徵題意的情境圖。

研：所以你這物重20是多畫的？有畫但是沒用到？

小元：對！算吧，因為都是先全部看完，題目給的我都會全部畫出來。

研：然後再選系統？

小元：對，如果題目出少一點的話，看到題目沒有用到的，我就不會寫上去，可能是第一次看這個題目，我就直接都畫。（訪，30240）

(二)無法正確辨識作用於系統的外力

1.無法分辨作用於所選取系統的力是內力或外力

繪出迷思力圖類型3而列出錯誤列式類型1的學生，除了錯將人和物體視為一個系統外，亦錯將此系統內，人施於物體向上35 kgw 之力，當作是作用於此系統之外力，顯示其無法分辨作用於所選取系統的力是內力或外力。可能原因是這些學生對「力」本質的誤解，將力視為一種「實體」，而非兩物體間的「作用」。

小祥：///，因為這個人60公斤重，然後物體重20公斤重，這個人用35公斤重向上拉，然後地面作用於此人的力是向上，所以說60加20會等於向上的正向力 x 加35，所以x 等於45。（訪，20406）

2.未能完整考慮作用於所選取系統之所有外力

部份學生未能在力圖標示地面作用於人的正向力，此錯誤將導致所繪的力圖減少一外力。顯示學生並無方法可確認作用於系統之外力的個數，以致發生未能完整考慮作用於所選取系統之所有外力的現象。

(三)力的迷思概念

1.將「運動」視為一種「力」

繪出迷思力圖類型3而列出錯誤列式類型2的學生，錯將物體所受向上合力15 kgw 視為作用力，故推論此合力有向下15 kgw 之反作用力作用於人，顯示學生不了解作用力必須要有施力者，但合力並無施力者，故不為作用力。究其原因可能根源於學生將「運動」視為一種「力」。

施力對物體向上35，物體受合力向上15 kgw，相對對人作向下15 kgw，所以35 – 20 + 60 ＝ 75。（文本解題想法，20411）

2.將力視為一種「實體」，而非兩物體間的「作用」

經晤談發現，部分學生將人的重量視為人的一種「特性」，而非地球與人「交互作用」的結果，究其原因可能根源於學生對「力」本質的誤解，將力視為一種「實體」，而非兩物體間的「作用」。此點亦與表4繪出迷思力圖類型3而列出錯誤列式類型1之學生，將人施於物體35 kgw 之力視為人與物體組成系統之外力的研究發現相同，將會造成學生繪出錯誤的力圖。

研：你如何由題目畫出力圖？

小瑜：因為物體有***本身的重量***向下，……，再加上***人本身的體重***60公

斤，就是答案了。（訪，30201）

綜合上述的研究結果，我們發現學生在解題歷程中，無法畫出正確力圖的原因有三：(一)未有系統概念，或選取錯誤的系統，或未分割系統與環境；(二)無法分辨作用於所選取系統的力是內力或外力，或未能完整考慮作用於所選取系統之所有外力；(三)學生腦中存有力的迷思概念，將「運動」視為一種「力」，或將力視為一種「實體」，而非兩物體間的「作用」，故造成學生無法繪出正確的力圖。

伍、結論與建議

一、結論

本研究有以下數點的研究發現，值得深入探討：

(一)學生具合力有反作用力的迷思概念

合力是諸力的合成，力圖上若已有諸力就不宜再畫合力，若學生在力圖上同時畫出諸力及合力，其可能原因是學生認為合力是交互作用力，然合力並無施力來源，故不為交互作用力。例如研究者在課堂上請學生畫出物體在光滑斜面上加速下滑的力圖，許多學生除了畫出重力及正向力外，常會多畫出重力與正向力的合力（下滑力）。本研究進一步發現，繪出迷思力圖類型3而列出錯誤列式類型2的學生，認為物體受合力15 kgw向上之作用力，所以有15 kgw向下之反作用力作用於人，更加確認有部分學生將合力視為交互作用力。

(二)多數學生無法在文本畫出正確的力圖

本研究發現在解題歷程中，畫出正確力圖的學生，僅為全部學生的6.7%，顯示多數學生未能畫出正確的力圖，與張慧貞（2007）的研究發現相同。究其原因為系統選取問題、無法正確辨識作用於系統的外力及力的迷思概念。其中以系統選取最為關鍵，原因是學生求解力學計算問題時，必須先選定系統，再辨認作用於此系統的所有外力，並推求這些外力的合力，才能列出正確的方程式。例如畫出迷思力圖類型2的學生，雖然畫對題目所有已知的力量，但仍有少數學生列出錯誤的方程式，即因選取錯誤的系統所致，足見系統選取對解題的重要性。

(三)學生文本的力圖偏向表徵題意的情境圖與腦中據以列式的力圖可能不同

Hestenes（1995）指出可藉由外在表徵大致推論內隱的內在表徵，但本研究發現繪出迷思力圖類型3之學生所列的方程式分散於各列式類型，及部份繪出迷思力圖類型2或3的學生仍能列式正確。經深入訪談後得知，學生在文本上所繪的力圖（外在表徵），偏向 Van Heuvelen 與 Zou（2001）所指的情境圖，並非腦中據以列式的力圖（內在表徵），而學生文本上的列式則取決於腦中據以列式的力圖，故產生繪出迷思力圖之學生仍能列式正確的現象。因此解讀學生於文本所畫的力圖，尚需配合晤談資料進行校正，方能得知學生腦中據以列式的力圖。研究者推測學生不願意在文本上畫下腦中據以列式力圖的原因有二：一為教師平日教學時，並沒有特別訓練學生描繪據以列式的力圖；另一為學校只重視答案的考試方式，養成學生偏重答案，忽視力圖的心態，但仍需更進一步的研究佐證。

(四)學生腦中據以列式的力圖若為正確則可列出正確的方程式

雖然繪出迷思力圖類型2及3的學生，文本上畫出錯誤的力圖，但仍各有佔全部8.6%及11.0% 的學生列式正確。經深入訪談後發現，這些學生同時具有正確系統及力的概念，故能於腦中呈現正確的據以列式力圖，

列出正確的式子。

整體而言，本研究利用要求學生必須描繪解題所需力圖的資料收集方式，與其他將力圖當作迷思概念的診斷工具，要求學生描繪於特定情境之物體受力之力圖的研究相較，可讓學生在更開放的情境中描繪力圖，因而發現學生在求解計算問題歷程中，無法描繪正確力圖的原因，有些已超越了「力的迷思概念」的範疇，屬於系統選取的問題。另一方面，本研究也藉由力圖與列式的相互驗證，發現學生文本上的力圖，可能與腦中據以列式的力圖不同，亦有別於其他相關的研究，因此應具有相當的學術價值。

二、建議

基於本研究的結果與發現，針對教師的教學與未來進一步的研究，提出以下的建議：

(一)教學的建議

依據前述學生腦中據以列式的力圖若為正確則可列出正確的方程式，但腦中據以列式的力圖可能與文本力圖不同，且文本力圖偏向表徵題意情境圖的研究結論，建議教師應利用學習單，引導學生熟悉看到題目後，先畫情境圖，再畫腦中據以列式力圖，最後才列式的解題步驟，強迫學生在學習單上外顯腦中據以列式的力圖，並鼓勵學生與同儕及老師分享討論腦中據以列式的力圖，以幫助學生發現可能選取了錯誤的系統，或出現了力的迷思概念。此外，教師亦能藉由分析學生在學習單上外顯之腦中據以列式力圖，擬定適合的教學策略，協助學生建立正確的系統及力的概念。

此外，教師於評量時，建議使用必須列出算式及畫出列式所需之力圖的計算考題，以看出學生內隱的迷思概念。例如本研究即利用必須列出算式及畫出力圖的計算考題，發現學生選取錯誤的系統及具有合力有反作用力的迷思概念。

(二)研究的建議

後續的研究宜以本研究發現學生無法繪出正確力圖的實徵性資料為基礎，提出解決方法，幫助學生畫出正確的力圖。已有研究發現（Hestenes, 1995; Jiménez & Perales, 2001; Turner, 2003），學生無法畫好力圖的原因是情境圖表徵與力圖表徵間的鴻溝太大，因此若在情境圖與力圖表徵間，加上具有連結此兩表徵間關係、建立描繪力圖必須先選定系統概念、確認外力個數及減少「力之迷思概念」發生等優點的系統圖表徵，將有助於改善學生無法畫出正確力圖的現狀。故評估及改進系統圖表徵，可成為日後進一步研究的方向。

致　　謝

感謝許志逸老師協助力圖分類，以及承蒙兩位審查委員細心的指正，並惠賜寶貴建議，對本文裨益良多，謹致謝忱。

參考文獻

1. 左台益、蔡志仁（2001）。高中生建構橢圓多重表徵之認知特性。**科學教育學刊，9**（3），281-297。
2. 邱韻如（2006a）。大一普物教學的迷思之我見我思。**物理雙月刊，28**（3），554-562。
3. 邱韻如（2006b）。**從學生對牛頓第三定律的迷思概念探討教學上的一些問題**。論文發表於中華民國第 22 屆科學教育學術研討會。台北市：國立臺灣師範大學公館校區。
4. 張春興、林清山（1995）。**教育心理學**。台北市：東華書局。
5. 張慧貞（2007）。**創新物理教材教法：理論與錦囊**。台中：逢甲大學出版社。

6. 黃永和（1997）。「教學表徵」－教師教學的法寶。**國教世紀，178**，17-24。
7. 劉嘉茹、侯依伶（2004）。國三學生板塊構造運動概念學習之心智狀態研究。**科學教育學刊，12**（4），399-420。
8. Ainsworth, S. E. (1999). The functions of multiple representations. *Computer & Education, 33*(2/3), 131-152.
9. Champagne, A., Gunstone, R., & Klopfer, L. (1983, May). *A perspective on the differences between expert and novice performance in solving physics problems*. Paper presented at the meeting of the Australian Science Education Research Association, Sydney, Australia.
10. Court, J. E. (1993). Free-body diagrams. *The Physics Teacher, 31*, 104-108.
11. Court, J. E. (1999a). Free-body diagrams revisited-I. *The Physics Teacher, 37*, 427-433.
12. Court, J. E. (1999b). Free-body diagrams revisited-II. *The Physics Teacher, 37*, 490-495.
13. Driver, R., Guesne, E., & Tiberghien, A. (1985). Some features of children's ideas and their implications for teaching. In R. Driver, E. Guesne, & A. Tiberghein (Eds.), *Children's ideas in science* (pp. 193-201). Milton Keynes: Open University Press.
14. Dufresne, R. J., Gerace, W. J., & Leonard, W. J. (1997). Solving physics problems with multiple representations. *The Physics Teacher, 35*, 270-275.
15. Fisher, K. (1999). Exercises in drawing and utilizing free-body diagrams? *The Physics Teacher, 37*, 434-435.
16. Galili, I., & Bar, V. (1992). Motion implies force: Where to expect vestiges of the misconception. *International Journal of Science Education, 14*(1), 63-81.
17. Halloun, I., & Hestenes, D. (1985). The initial knowledge state of college physics students. *American Journal of Physics, 53*(11), 1043-1055.
18. Heller, P., Keith, P., & Anderson, S. (1992). Teaching problem solving through cooperative grouping. Part 1: Group versus individual problem solving. *American Journal of Physics, 60*(7), 627-636.
19. Hestenes, D. (1995). Modeling software for learning and doing physics. In C. Bernardini, C. Tarsitani, & M. Vincentini (Eds.), *Thinking physics for teaching* (pp. 25-66). New York: Plenum.
20. Hestenes, D. (1996). Modeling method for physics teachers. In E. F. Redish, & J. S. Rigden (Eds.), *The changing role of physics departments in modern universities* (pp. 935-958). College Park, MD: AIP Press.
21. Hieberrt, J., & Carpenter, T. P. (1992). Learning and teaching with understanding. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 65-97). New York: Macmillan.
22. Jiménez, J. D., & Perales, F. J. (2001). Graphic representation of force in secondary education: Analysis and alternative educational proposals. *Physics Education, 36*, 227-235.
23. Mattson, M. (2004). Getting students to provide direction when drawing free-body diagrams. *The Physics Teacher, 42*, 398-399.
24. Meriam, J. L., & Kraige. L. G. (2003). *Engineering mechanics*. New York: Wiley.
25. Plotzner, R. (1994). *The integrative use of qualitative and quantitative knowledge in physics problem solving*. Frankfurt: Peter Lang.
26. Puri, A. (1996). The art of free-body diagrams.

Physics Education, 31, 155-157.

27. Reif, F. (1995). Millikan Lecture 1994: Understanding and teaching important scientific thought processes. *American Journal of Physics, 63*(1), 17-32.
28. Rosselli, R. J., Howard, L., & Brophy, S. (2006). A computer-based free body diagram assistant. *Computer Applications in Engineering Education, 14*, 281-290.
29. Savinainen, A., Scott, P., & Viiri, J. (2005). Using a bridging representation and social interactions to foster conceptual change: Designing and evaluating an instructional sequence for Newton's third law. *Science Education, 89*(2), 175-195.
30. Thijs, G. D. (1992). Evaluation of an introductory course on "force" considering students' preconceptions. *Science Education, 76*(2), 155-174.
31. Turner, L. (2003). System schemas. *The Physics Teacher, 41*, 404-408.
32. Van Heuvelen, A. (1991). Learning to think like a physicist: A review of research-based instructional strategies. *American Journal of Physics, 59*(10), 891-897.
33. Van Heuvelen, A., & Zou, X. (2001). Multiple representations of work-energy processes. *American Journal of Physics, 69*(2), 184-194.
34. Whiteley, P. (1996). Using free body diagrams as a diagnostic instrument. *Physics Education, 31*, 309-313.

A Study of the Relationship between High School Students' Force Diagrams and Equation Representations in Problem Solving

Hsing-Kuo Tsai[1], Chin-Chang Chen[2] and Huey-Por Chang[2]

[1]Graduate Institute of Science Education, National Changhua University of Education

[2]Department of Physics, National Changhua University of Education

Abstract

The purpose of this study was to explore the types of high school students' force diagram representations and their relationship with equations in problem solving, and analyze the reasons for high school students' not drawing force diagrams to solve problems correctly when they face Newton's third law computational problems. One hundred and sixty-three senior high school students were administered a written problem solving test. Interviews with 28 students from the 163 students were conducted to understand their thinking when they solved Newton's third law computational problems and the reason why they could not draw force diagrams to solve the problems correctly. The research tools included "the computational test of action and reaction force" and "the outline of the interview". The results of the study were as following: The students had misconceptions that the resultant force has a reaction force; most students could not draw appropriate force diagrams to solve problems correctly; the force diagrams in the test were different from those used by the students; the essential condition for the students to construct appropriate mathematical equations was the correct force diagram conceptualized by the students.

Key words: Force Diagram, Newton's Third Law, Representation, Problem Solving