科學教育學刊
2011, 第十九卷第二期, 101-122

Chinese Journal of Science Education
2011, 19(2), 101-122

數學課程實施——一位國小資深教師的個案研究

徐偉民

國立屏東教育大學　數理教育研究所

(投稿日期：民國99年6月16日，修訂日期：民國100年4月12日，接受日期：民國100年4月18日)

摘要：本研究的目的在瞭解教室內數學課程實施的情形，並探討影響教師數學課程實施的因素。以一位任教超過十年的國小資深教師爲對象，採用個案研究法，透過教學觀察和訪談來蒐集資料。結果發現，在課程實施方面，雖然大部分源自教科書，但是個案教師會調整問題的情境和表徵方式；在數學任務的類型上，個案教師大部分採用高認知需求的數學任務，並以解題、發表、討論的方式來實施，過程中強調不同表徵間的連結。在影響課程實施的因素上，本研究發現個人的教學知識、信念和角色定位，對個案教師數學課程實施的影響較大，相較之下教科書的特色、學生的表現和脈絡等因素影響較小，但還是會影響個案教師數學任務的使用與實施。

關鍵詞：國小教師、數學課程、課程實施

壹、研究緣起與目的

教科書是中小學學校學習生活最重要的一部分，提供了教學內容和順序(Nicol & Crespo, 2006)，是影響教師教學的最主要因素(Grouws, Smith, & Sztajn, 2004)。因此，許多國家在進行數學教育改革過程中，教科書內容的改變便是主要的焦點之一。例如，美國由國家科學基金會資助發展符合改革取向的標準本位(standard-based)數學教科書(如中學的Mathematics in Context)；臺灣近十年來數學教育改革的主要焦點，也在於教科書內容的改變，從學科本位、學生本位到能力本位的發展歷程(鍾靜，2005)。這些都說明企圖從教科書內容的改變，來影響學生數學學習的結果，達成數學教育改革的目的。

不過從課程的多重意義來看，教科書是屬於「書寫課程」(written curriculum)，是根據理念編制並以文字和符號呈現的靜態課程，和教師在教室內動態實施的「實施課程」(enacted curriculum)並不完全相同(Stein, Remillard, & Smith, 2007)，因爲教師會根據本身的知識、教學信念、以及學生學習特性與需求，來詮釋教科書的內容(Lloyd, 2008;

Tarr et al., 2008)，不一定完全依照教科書的內容來實施(Brown, 2002; Remillard, 2005; Remillard & Bryans, 2004)。教科書的內容(書寫課程)和教室內的實施課程並不是一條直線的關係，而是一個多因素相互影響的複雜歷程，而且教室內的實施課程更直接影響學生的數學學習結果。

Stein等(2007)指出，在1970、80年代，數學課程和學生數學學習之間的關係並未受到數學教育研究者的重視。受到 “No Child Left Behind” 政策的提出，以及美國數學教師協會(National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 1989)出版《學校數學課程和評量的標準》一書的影響，政府和研究者開始重視數學課程與學生數學學習結果之間的關係，以檢驗所提出的課程計畫的有效性。包括檢驗不同取向數學課程的實施方式(Grouws, 2008)，或是從教室內的數學課程實施，來瞭解對學生數學學習可能的影響(Silver, Mesa, Morris, Star, & Benken, 2009)，或是從課程使用(curriculum use)的忠實程度，來瞭解教師如何使用教科書以及相關影響因素(Lloyd, 2008; Remillard, 2005)；在臺灣，數學課程的研究也逐漸受到研究者的重視，但大都是針對數學教科書進行內容的分析(吳麗玲、楊德清，2007；徐偉民、徐于婷，2009；陳仁輝、楊德清，2010)，以瞭解不同國家或版本教科書內容的差異。

在數學課程改革一段時間後的今天，數學教育研究者開始關注課程內容改革的成效。因此，數學課程的研究開始受到重視，尤其是教室內課程實施和書寫課程(教科書)之間的忠實程度(Brown, Pitvorec, Ditto, & Kelso, 2009)。但過去的研究焦點大都在於教師使用教科書內容的一致性，探討教師在課程使用過程中扮演的角色(如Lloyd, 2008; Remillard, 2005)，或是進行不同國家教科書的比較，分析不同國家課程改革的趨勢與焦點(如陳仁輝、楊德清，2010；Charalambous, Delaney, Hsu, & Mesa, 2010; Son & Senk, 2010)，似乎較缺乏教室內數學課程實施的探究，但是教室內的課程實施卻是直接影響學生數學學習的關鍵。影響教師課程實施的因素複雜，呈現的面貌也多元，在初探的研究議題、以及獲得豐富的數學課程實施面貌的考量下，本研究以一位具有豐富數學教學經驗的資深國小教師爲對象，透過長期的觀察與訪談來瞭解其教室內數學課程實施的情形，以及影響個案教師數學課程實施的因素，以作爲後續相關研究探討的基礎。

其中，「課程實施情形」就其意義上來說，就是指課程多重意義中「實施課程」的部分(Stein et al., 2007)，而數學課程實施探究的焦點與面向，以及影響教師課程實施的因素，將從相關的研究與文獻探討中，來形成本研究資料蒐集與分析的啓發，以達成本研究設定的研究目的。

貳、文獻探討與啟發

一、課程的多重意義

課程本身的意義是多重的，對於不同的使用者而言，代表的意義也不同(Stein et al., 2007)。Goodlad (1979)最早把課程區分爲理念課程、正式課程、知覺課程、運作課程和經驗課程等五種不同層次的課程。象徵著從理想的課程，經由教師的詮釋和實施，成爲教室內學生所經驗的課程。之後，Glatthorn (1987)也把課程區分爲建議的課程、書面的課程、教授的課程、支持的課程、評量的課程、學習的課程和潛在的課程等七類。雖然分類的方法不同，但都指出課程的多重意義，以及教師對於課程詮釋和實施的重要。研究發現教師會根據其所面對的學生和特

殊的教室情境，主動設計與建構課程，以達成教學目標(Ben-Peretz, 1990; Remillard, 1999)；課程使用的研究也發現，教師會主動詮釋和修正教科書的內容，而非完全的使用(Remillard, 2005)。可見正式的書面課程和教室內的課程實施之間並非簡單的直線關係，而會經歷教師個人的詮釋與轉換。

再從數學課程和學生數學學習的關係來看，2003年TIMSS的報告指出，教室內實施的課程，和國定課程或教科書比較起來，對學生的數學成就有更直接的影響(Mullis, Martin, Gonzalez, & Chrostowski, 2004)；而Stein等(2007)將數學課程分爲書寫課程、意圖課程和實施課程三類(書寫課程是指教科書，意圖課程是指教師「意圖」實施的課程，實施課程是指教室內「實際」實施的課程)，同樣指出教室內實施的課程，和學生數學學習的表現有更直接的關係，而且教室內數學課程的實施會受到教師本身、學校組織和政策脈絡、以及學生的影響，而與教科書內容不同。因此可知，教師教室內數學課程的實施，才是影響學生數學學習的關鍵。

二、數學課程實施的焦點與面向

(一)數學課程實施的焦點

實施課程是由「教室內師生共同參與的活動」所建構而成(Cuban, 1992; Remilliard & Bryans, 2004)。因此，數學課程的實施是由「教室內師生共同參與的數學活動」所組成。但是，教室內參與的數學活動爲何？觀察或探究教室內數學課程的實施要以什麼爲焦點？Stein等(2007)主張以「數學任務」(mathematics tasks)爲焦點，包括探究教師使用數學任務的來源、類型和實施方式，來瞭解教室內數學課程實施的情形。「數學任務」包括了教師在數學課堂中所採用的方案、問題或練習等，而且一個數學任務會引發教室內一個工作時段，學生在該時段中致力於特定數學概念的學習(Henningsen & Stein, 1997)。以數學任務爲焦點來瞭解數學課程的實施有幾個理由：首先，教室內教學的實施，通常是由數學教學的任務所組成，包括了教室內所進行的任務、活動和問題；其次，學生在教室內所從事的任務，決定了他們學到哪些數學內容和如何學習數學；最後，透過數學的任務可以讓研究者瞭解到教室內的課程是如何實施(Stein et al.)。此外，數學教科書在改革過程中主要改變的焦點，也在於數學任務的類型和呈現方式，改革版本和傳統版本的教科書在數學任務的呈現上有很大的差異(Stein et al.)；甚至檢驗教師的數學課程實施是否符合改革取向，教師使用的數學任務也是重要的指標之一(Silver et al., 2009)。因此，可以以教師教學時所使用的數學任務爲焦點，作爲探究和瞭解教室內數學課程實施的依據。

(二)數學課程實施涉及的面向

教室內數學課程實施涉及哪些面向？或許可以從過去相關研究得出啓發：Silver等(2009)和Stein, Smith, Henningsen與Silver (2000)都從數學課中教師所使用的數學任務，以及學生解決數學任務時所需要的認知需求，來判斷教師的數學教學是否符合標準本位數學課程的目標，以及是否達成以理解爲目的數學教學的目標；Artzt與Armour-Thomas (2002)也從數學課中教師所分派的數學任務、營造的學習環境和師生互動的方式，來瞭解教師的數學教學是否符合以理解爲目的的目標。從這些相關的研究來看，發現除了都以數學任務作爲分析的焦點外，也都探討數學任務的實施方式。Stein等(2007)更明確指出，以數學任務作爲探究和瞭解教

室內數學課程實施的焦點，並且從數學任務的來源、類型和實施方式三個面向，來瞭解教室內數學課程實施的面貌。其中在數學任務的來源上，從過去課程使用的研究中發現，教師使用數學任務的來源包括了完全使用教科書、部分改編教科書和完全自編三種(Nicol & Crespo, 2006; Remillard & Bryans, 2004)。Lloyd (2008)把教師的課程使用譬喻成一條連續的直線，直線一端是完全依賴和使用教科書，另一端是隨興創作而不使用教科書，完全依據個人的知識和經驗來設計，由此可知教師教室內使用數學任務的來源。

在數學任務的類型上，依學生解題時所需的認知需求來看，由低到高可以分爲四種不同類型的數學任務：記憶(memorization)、缺乏意義連結的程序(procedures without connections)、有意義連結的程序(procedures with connections)、和作數學(doing mathematics; Stein et al., 2000; Stein et al., 2007)。記憶型和缺乏意義連結的數學任務，屬於低認知需求的問題，解題時學生只要透過記憶背誦或規則演練就可以成功解題，不需要真正的理解；有意義連結的程序或是作數學的問題，則屬於高認知需求的問題，學生必須要真正的理解，並選擇適當的策略或表徵才能解決問題。低認知需求的問題，著重在基本事實與計算技巧的熟練；高認知需求的問題，強調生活問題的解決、推理與應用。不同類型的數學任務，會影響學生數學學習焦點、數學能力和態度的發展。

在實施的方式上，可以從數學任務實施過程中師生所採取的行動和互動方式來探討(Stein et al., 2007)。在數學教學改革的主張中，強調以學生爲中心，以理解爲目的(Hudson & Miller, 2006; Kilpatrick & Silver, 2000)，認爲教師採取的行動不再只是資訊傳遞的模式，而是要營造一個有助於刺激學生思考的環境、設計學習與解題的活動、提問能刺激思考的問題、並提供解題時的引導與支持(Verschaffel & De Corte, 1996)。使學生除了具備數學的概念和計算能力外，也具有溝通、解題、推理和評析等能力(教育部，2003；NCTM, 2000)，以符合未來社會與生活之所需。此外，數學任務的類型不同，其實施的方式和焦點也有所不同：低認知的數學任務著重以記憶公式或關係解題，或強調運算程序的熟練，實施的方式以例行性問題練習爲主，學習的焦點在於程序的熟練。而高認知的數學任務則呈現較複雜的問題情境，要求學生在思考和探索的過程中，來創造解題的方法並理解數學的概念(Silver et al., 2009)，因此在實施過程中會提供學生適度的鷹架協助，以及更多探索、解釋和說明的機會，以達成概念理解、以及溝通、推理等能力的發展(Stein et al.)。雖然高低數學任務的學習焦點不同，但過去的研究發現，有些教師會採用傳統且傳遞知識的方式，來實施高認知需求的數學任務，而使學生以低認知的方式來學習(Henningsen & Stein, 1997)。

三、影響教師數學課程實施的因素

無論從課程的多重意義，或是從課程使用發展的歷程來看，都主張教師是課程實施過程中的主動參與者與詮釋者，在實施數學課程時，會受到個人所具備的知識、信念、角色定位、學校組織和政策脈絡、以及教室的結構和規範所影響(Henningsen & Stein, 1997; Remillard, 2005; Stein et al., 2007)。意即，書寫課程(教科書)和教室內的課程實施並不是簡單的直線關係，而是教師本身資源和課程特色之間的互動，同時在互動的過程中還考量到所處的環境脈絡和學生反應，才成爲教室內課程實施的面貌。從過去數學課程相關的研

究和文獻來看，可以歸納出教師在數學課程實施時會受到以下幾個因素的影響：

(一)教師個人

主要是指教師個人所具備的知識、信念、和對自我專業角色的定位。教師的知識大致包含了教師對於數學個人的知識、教學的知識、學生的知識等；而信念一般分爲對於數學本質的信念、對於數學教學與學習的信念。教師的知識和信念兩者之間有密切的關係，對教師的課程實施有很大影響；而專業角色的定位是指教師如何看待自己所扮演的角色與功能，它是一個整合性的，結合了知識和情感兩部分，通常是與社會情境脈絡的互動下發展與建構而成的(Henningsen & Stein, 1997; Lloyd, 2008; Remillard, 2005; Stein et al., 2007; Tarr et al., 2008)。

(二)學生反應

指學生課堂上的學習態度和反應，教師會根據學生的反應來調整課程實施的方式(Henningsen & Stein, 1997; Stein et al., 2007; Tarr et al., 2008)。

(三)教科書特色

指教科書的內容與意圖，包括內容編排的方式、編輯的哲學理念等(Remillard, 2005; Stein et al., 2007; Tarr et al., 2008)。

(四)脈絡

是指課程實施場域的特定脈絡，包括課程分配的時間、學校地區的文化和特色、教師教學專業的支持、以及相關的政策等部分(Henningsen & Stein, 1997; Lloyd, 2008; Stein et al., 2007; Tarr et al., 2008)。

雖然過去文獻得出教師在數學課程實施時，會受到上述因素的影響，但是除了Remillard (2005)指出教師個人和教科書特色是兩大主要因素外，大多數研究並未指出影響教師課程實施的主要因素爲何，以及因素間可能的互動關係。這一方面可能因爲課程相關的研究還在探索的階段，另一方面是因爲過去的焦點大多集中在探討課程實施和教科書內容的一致性。數學課程實施的複雜性與探索性，適合以個案的方式進行探討，來瞭解影響教師課程實施的因素，以便對數學課程實施的面貌有更清楚地瞭解。

四、文獻的啟發與本研究的關連

從課程的多重意義或是從課程使用的研究結果來看，都可以瞭解到教室內數學課程的實施，對學生的數學學習有最直接的影響。但是，如何探究教師教室內數學課程實施的情形？以什麼爲焦點來分析？這些是過去相關研究較少提及的部分，也是引發本研究進行探究的最主要原因。

「數學任務」是教室內數學課程實施主要的內容與活動，影響教與學的焦點和師生的互動，在過去數學課程改革的過程中，教科書中數學任務的類型與呈現方式有很大的不同，從強調技巧熟練與直接介紹的任務，轉向強調理解應用與探索推理的任務(Stein et al., 2007)。雖然教科書的內容是影響教師教學的主要因素(Grouws et al., 2004)，但是研究上發現，教師並非教科書的忠實使用者(如Remillard & Bryans, 2004)，而且也發現教師會以傳統傳遞固定答案，或是強調程序性練習的方式來實施改革版的教材或高認知需求的任務(Henningsen & Stein, 1997; Silver et al., 2009; Stein et al.)。由此來看，雖然可以以數學任務爲焦點，來瞭解教師教室內數學課程實施的情形，但不能只依據教師所使用的數學任務類型，來理解其數學課程的實施，還必須瞭解教師數學任務的實施方式，

才能完整呈現教室內數學課程實施的情形。這是本研究之所以採用Stein等的建議，從數學任務的來源、類型和實施方式三個面向，來探討教師教室內數學課程實施的原因。而且，教室內數學課程的實施，其實是一個歷經教師個人詮釋和轉換的過程，過去相關研究指出影響教師數學課程使用或實施的因素，包括教師個人、學生反應、教科書特色和脈絡等(Remillard, 2005; Stein et al.; Tarr et al., 2008)。過去的發現則提供本研究探究與分析的參考，同時希望藉由個案教師長期且深入的探討，試圖瞭解影響教師課程實施的主要因素，以作爲後續數學課程實施研究探討的基礎。

參、研究方法

一、研究方法與對象

從教科書使用研究的發展趨勢和相關研究來看(如Remillard, 2005)，都採用個案詮釋的方式，來瞭解教師教室內的課程實施。這一方面是由於課程實施是高度個人化的歷程，另一方面是數學課程實施的研究尚在探索與理解的階段，因此適合以個案的方式，來瞭解教師課程實施的複雜歷程與其主要考量。因此，本研究採個案研究法，希望針對一位具有豐富教學經驗的資深教師爲對象，進行一年的觀察與訪談，以瞭解其教室內數學課程實施的情形，以及其課程實施時考量的因素。選擇資深教師爲對象，是希望藉由其豐富的教學和課程經驗，以及良好的表達能力，以獲得豐富的資料爲考量(Lincoln & Cuba, 1985)，而非要作一般化的推論。

參與本研究的許老師，畢業於師資培育大學的語文教育學系，在14年的教學經驗中，有8年在市區學校服務，6年在鄉村學校服務的經驗，擔任過自然科科任與級任導師的職務，同時也擔任過4年縣數學科輔導團的輔導員，在輔導團期間接觸許多數學教育相關的理論與想法，並將其應用到數學教學中。因爲輔導團的身份與經驗，使許老師經常有機會到其他學校和其他教師分享關於數學教學的理念、教材的分析與實施的成效(約有15個場次)、以及擔任數學領域92正綱的宣導教師(約有8場)。此外，許老師也曾主動報名參加暑期遠哲基金會所辦的數學營隊，來提升自己數學教學的專業。由此可知，許老師不但有豐富的數學課程和教學經驗，也有良好的表達能力，符合本研究篩選對象的標準。目前她擔任六年級導師的職務，學生有27位，是從五年級帶上來的。學校位在鄉村地區，家長工作以農工爲主，社經地位普遍不高。

二、資料的蒐集

本研究蒐集資料的期間爲2006年9月至2007年6月爲止，透過教學觀察錄影和訪談來蒐集資料，以下分別說明不同資料蒐集的方法與焦點。

(一)教學觀察和錄影

爲了要瞭解許老師數學課程實施的情形，所以採用教學觀察和錄影的方式來蒐集資料。在一學年的研究期程中，在許老師的同意下每週錄兩節課(但每學期初的前4週、月考前1週和月考週不錄影，因爲許老師表示學期初的混亂和月考前的複習不適合錄影，再扣掉六年級提早2週畢業，共觀察錄影了18週，其中2週因學校事務，而只錄影一節課，共觀察錄影34節課)，透過觀察和錄影來瞭解許老師教室內數學課程實施的情形。而觀察和錄影的焦點，將採用Stein等(2007)對於探究教師課程實施的建議，以教室內使用的數學任務和實施方式爲焦點來進

行觀察。之所以不選擇某一數學主題(如數與計算)來作完整觀察和錄影的目的，是因爲每個主題教師課程實施的方式可能有所不同，爲瞭解許老師整體數學課程實施的情形，所以採取每週兩次的觀察錄影，相信透過一年的觀察和錄影的資料，應該可以代表許老師整體數學課程實施的情形。錄影的內容除了作爲資料分析的依據外，也作爲訪談許老師的依據，瞭解其課程實施時考量的因素。

(二)訪談

訪談的焦點和實施方式依據過去相關的研究主張來規劃。過去研究建議從數學任務的來源、類型和實施方式來瞭解教師數學課程實施的情形；同時發現教師數學課程的實施時受到教師個人、教科書特色、學生反應和脈絡等因素的影響，前三個因素偏向教室內的微觀層面，後一個則偏向教室外的鉅觀層面。結合上述理論的架構，本研究規劃兩種訪談方式，一是立即性訪談。在許老師教學完後，立即進行簡短的半結構式訪談，焦點在於課程實施的三個面向，包括許老師採用的數學任務類型、來源和實施方式，並根據這三個面向設計訪談的大綱。例如：「我發現您似乎特別強調概念澄清或表徵連結的問題，為什麼」(數學任務的類型)、「您今天呈現的問題為什麼和教科書不同」(數學任務的來源)、「您為什麼採用小組合作來讓學生進行解題」(數學任務的實施)等，從許老師的回答中來瞭解影響其課程實施的因素；二是每月一次的定期深度訪談。先播放當月許老師的教學影片，針對數學任務類型和實施進行訪談(因爲來源可能會遺忘)，同時特別針對學校脈絡進行訪談。例如：「學生家長對學生學習表現的要求或期待，是否對您的數學教學產生影響」、「學校的政策或舉辦的活動，是否會影響您的數學教學」、「學校是否提供相關的教學支持或資源來協助您的數學教學的實施」等，而且請許老師舉出具體的例子來說明。一方面再次確認許老師課程實施時所考量的微觀層面，另一方面也從學校地區的文化和政策、課程分配的時間、以及學校教學專業支持等鉅觀層面來瞭解影響許老師課程實施的因素。此外，也在教學後立即性訪談和每月定期訪談中，加入關於學生的反應和個人角色定位或教學目標設定，對其課程實施的影響，例如：「班上學生的數學程度和學習動機如何？他們的程度和動機對您的數學教學產生何種影響」、「您認為自己的數學教學，有達成自己所設定的目標嗎？符合自己設定的角色定位嗎」等，希望透過兩種不同的訪談方式，以及多方焦點的訪談，來瞭解影響許老師課程實施的因素。不過，實際的訪談問題，都會根據當時的情況來作調整與增加，以獲得完整且豐富的資料爲考量。

三、資料的分析

本研究蒐集的資料包含了教學觀察錄影和訪談兩大類，每種類別的資料均轉錄成文字並進行編碼，編碼以「日期—類別」爲原則，而日期採「月—日」的方式呈現。編碼最主要的目的，是希望從歸類和濃縮的資料中，發現一些共同的概念或現象，作爲日後資料展示的依據。觀察的資料由於是動態的歷程，主要進行數學任務的計數與歸類的分析。由於個案老師數學任務的實施以布題和發表討論爲主，所以在數學任務的計數上，包含布題後的討論、發表與澄清等計數爲同一題。如果同時給類似的任務要求學生練習或思考(例如同時給學生4個小數乘整數的算式，要求學生寫出相對應的文字題)，並以同樣的方式來實施，則計數爲同一題；如果在課程開始時，複習上一節課概念所使用的

數學任務，也列入數學任務的計數。而在數學任務的歸類上，將針對數學任務的來源、類型和實施的方式進行歸類：數學任務的來源將根據過去課程使用的研究發現作爲分類的參考(如Lloyd, 2008)，包含和教科書完全相同(包含任務情境、數字、表徵方式等)、部分調整、以及完全不同三類；而數學任務的類型則採取Stein等(2000)分類的標準，依學生解題時所需的認知需求將數學任務分類爲記憶型、缺乏意義連結型、意義連結型和作數學四種類型，四種數學任務的定義如表1；而數學任務的實施，則以任務爲分析單位，分析實施歷程中師生所進行的行動(如教師講述或溝通討論等)和實施的焦點等。上述三個面向的分析，主要是根據Stein等(2007)對於數學課程實施分析的建議；而訪談資料的分析，主要是瞭解影響許老師數學課程實施的因素，包括教師個人、學生、教科書特色和脈絡等。觀察和訪談的資料採用持續比較的策略(Dye, Schatz, Rosenberg, & Coleman, 2000)，以及類屬分析的方法(陳向明，2004)，在資料與資料、資料和理論之間不斷進行對比，然後提煉出相關的類屬或概念，以瞭解許老師數學課程實施的情形，以及對其課程實施時的主要考量進行詮釋，以達成本研究所設定的研究目的。

肆、研究結果

一、許老師教室內數學課程實施的情形

(一)數學任務的來源

許老師會在課程剛開始時複習上一節課所學的概念(0928觀察)，或針對學生在習作練習題上犯的錯誤，採用類似的問題讓學生進行討論和解題(0925觀察)，也會在課堂中延伸類似的問題，讓學生有推理或熟練的機會(1002觀察)。因此，課堂上實際使用的數學任務比教科書中的任務多。在一年觀察期間，教科書中共有57個數學任務(以包含問題內容和解題歷程計數爲一個數學任務，六上和六下分別有35、22個數學任務)，但是許老師總共使用了79個數學任務，其中有12個數學任務和教科書中的內容完全相同(佔15.00%)；41個任務源自教科書，但是進行部分的微調(佔52.00%)，包括對於任務情境、數字、或表徵方式(指圖像、符號、具體物等呈現的方式)的調整，但目的相同。例如，「公因數和公倍數」單元中，課本採用列舉法，許老師採用以積木排列(0911觀察)；「比率和百分率單元」中，課本只呈現分數的表徵，許老師還透過小數的表徵，或是以圖示來呈現(0305觀察)。雖然教科書中有57個數學任務，但許老師並不會完全使用教科書中所呈現的數學任務，因此，有4個教科書中的任務許老師並未使用到。

表1：數學任務的類型表

數學任務類型		定義
低認知需求	記憶型	透過記憶和背誦的方式進行解題。
	缺乏意義連結型	應用固定的規則和程序進行解題，或任務本身缺乏挑戰性。
高認知需求	意義連結型	要求解釋、比較或評鑑，或是強調不同多重表徵進行解題。
	作數學	能抽離複雜的情境並選用適當的策略和表徵進行解題，或從已知的程序中去創造新的解題方法。

此外，在額外增加的26個任務中(佔33.00%)，其中18個任務和教科書的內容類似，大部分在課程一開始的時候用來複習前一節課所學的概念或前置概念(例如在分數乘法單元開始前，要求學生以圖示方式畫出1/2，0914觀察)，或是進行完一個數學任務後再出類似的任務讓學生來推理與應用，以檢驗學生的理解程度(例如學生完成3 × 0.10的算式和圖示後，再出一個3 × 0.01的問題要求學生寫出算式，1002觀察)；有8個任務和教科書的內容完全不同(佔10.00%)：1個是在「圓周」單元中計算弧長(教科書只強調圓周長)，1個是「縮圖」單元中繪製不規則圖形(教科書繪製規則圖形)，2個在「列式和等式」單元中呈現的表徵形式和教科書不同(教科書沒有將未知數放在分母的類型，許老師的題型有)，另外有4個任務是教科書中沒有出現的「擬題」類型的數學任務：只提供算式，要求學生寫出符合算式意義的問題情境。整體來看，許老師教室內使用數學任務的來源大部分源自教科書，但大部分會針對情境、數字或表徵方式進行微調，完全採用教科書中數學任務的比例並不高，同時還自編了教科書中所沒有的數學任務。由此來看，許老師在數學課程實施過程中，扮演的是偏向主動調整與使用教科書中數學任務的角色。

(二)數學任務的類型

低認知的數學任務，強調的是規則的記憶或計算的熟練；高認知的任務，則需要理解後，再選擇適當的策略或表徵來解題。依據表1的定義將許老師在教室內使用的數學任務進行歸類，將屬於透過公式記憶、一階單位換算或定義來解題的任務(記憶方式)，歸類爲記憶型；透過直接測量和報讀、算式計算(屬應用固定程序來解題)、和單步驟文字題(問題較缺乏挑戰性)等任務，歸類缺乏意義連結型，此兩類均屬於低認知需求的任務。不過若在單步驟文字題中，強調的是開放觀察、比較、或是要求透過不同表徵(如同時以算式和圖示)來呈現解題歷程，則會歸類爲意義連結型；而兩步驟的文字題(需要選擇和決定)、開放性的觀察和比較(需要比較和評鑑)、強調表徵之間連結(多重表徵)的任務，歸類爲意義連結型；而提供算式要求學生擬題(瞭解意義和創造)則歸類爲作數學，這兩類任務屬於高認知需求的任務。許老師在使用的79個數學任務中，低認知的任務有16個，其中記憶型的任務有2個，1個是在「速率」單元中說明順流逆流速率計算的公式，不過在解題前，許老師透過舉例的方式來說明順流逆流公式的由來(0416觀察)，另1個題是透過分數的定義來解題(0914觀察)。而缺乏意義連結型的任務有14個，包括了算式計算的練習與討論(例如化成簡單整數比，1106教學觀察)、直接測量和報讀(例如測量圓弧長和圓心角度，1204觀察)、或單步驟的文字題(例如列式中的單步驟問題，0419觀察)。低認知需求的任務佔全部的20.00%。

而高認知的數學任務有63個，佔全部的80.00%。其中，有4個是屬於作數學型的任務，許老師要求學生在算式意義理解的前提下，去創造出符合算式意義的文字題(1002、1106、1214、0430觀察)，例如：請學生列出「y -14 = 8」的文字題(0430觀察)。其餘59個都是強調不同表徵之間關係和兩步驟文字題等屬於意義連結型的數學任務，佔全部的75.00%。包括在分數乘除法單元中，強調算式和圖像之間的關係(0925、1218觀察)；在比和比值中，強調比的表徵和乘除表徵的異同(1030、0122觀察)；在列式與等式、速率等單元中兩步驟的文字題

(0412、0419觀察)。在意義連結型的任務中，許老師經常針對不同表徵的部分請學生說明，除了讓學生瞭解有多元解法外，也讓學生選擇較哪一種是有效的表徵方法，並提供應用的機會，例如(師生對話中，T代表個案教師，Sn代表座號n號的學生，SS代表多位學生，以下皆同)：

T：……甲作甜糕用5公斤糯米，2公斤糖；乙用10公斤糯米，3公斤糖，我們要怎麼判斷誰比較甜……？

(以下為學生解題方式的呈現)

S19：糯米：糖 ＝ 糯米：糖
5：2＝10：4
×2×2
糖4公斤 ＞ 糖3公斤

S12： 甲： 乙：
5×2＝10 糯米＝10
2×2＝4 糖＝3
A：甲比較甜

S25：2÷5＞3÷10 甲：2÷5＝0.40
0.4 0.3 乙：3÷10＝0.30
A：甲比較甜

(只呈現部分解法，大多數以比的形式呈現)

S12：甲的米5公斤要用2公斤的糖，所以10公斤米就需要4公斤的糖，所以甲比較甜。

T：現在請S19……。

S19：糯米：糖 ＝ 糯米：糖，5：2＝10：4。

T：……這是甲的，算完之後甲的糯米跟乙一樣，所以就是甲比較甜對吧！那再請S25同學。

S25：1公斤的糯米有要多少糖……甲1公斤糯米用0.40公斤，乙1公斤用0.30公斤。

T：所以有很多種方法，那我們看哪一種方法比較可以持久，所以要出新的題目囉！(甲做甜糕時用5公斤糯米3公斤糖，乙用8公斤糯米5公斤糖；1030觀察)

許老師在教室內使用數學任務的類型表如表2。

(三)數學任務的實施方式

1.以學生解題、發表、討論為主的任務實施

從整體來看，許老師數學任務的實施方

表2：許老師教室內使用數學任務的類型一覽表

數學任務類型		比率	舉例
低認知需求	記憶型 (定義、公式記憶解題)	2(3.00%)	船速100km/hr，水流速度2km/hr，那麼逆流和順流的速度是多少？(事先講解順流和逆流公式的由來，0416觀察)
	缺乏意義連結型 (直接測量和報讀、算式計算、單步驟文字題)	14(18.00%)	0.10 x 3，如何用直式計算？(0928觀察)
高認知需求	有意義連結型 (兩步驟文字題、開放性觀察和比較、表徵的連結)	59(75.00%)	一塊地用3/4有機肥，1/2塊地要用多少包有機肥？請畫圖或寫算式。(0921觀察)
	作數學 (根據算式擬出文字題)	4(5.00%)	請同學造0.30公升 x 10算式的文字題(1002觀察)
小計		79(100.00%)	

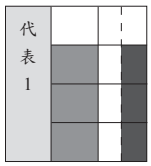
註：四捨五入結果可能超過100.00%。

式，主要是以解題、發表和討論爲主，並且透過小組合作和個別解題兩種形式來進行。在許老師使用的79個數學任務中，有36個任務採用小組合作進行解題，其餘是採用個別解題的方式來進行。除了9個任務因爲進行到下課、2個任務在戶外進行實測(0319觀察)、1個以速率公式解題(0416觀察)、1個進行未知數的列式(0419觀察)外，其餘66個任務許老師都會要求學生進行解題的發表與說明，並經常針對學生特殊或錯誤的解法，帶著全班學生進行比較與討論，藉此釐清重要的解題概念。在活動實施的歷程中，學生除了有發表自己解法的機會，也有觀摩他人解法的機會，並從比較中釐清概念。例如，許老師布了一題問題：「一塊地用3/4包有機肥，1/2塊地要用多少包有機肥？」要求學生以畫圖或算式解題，若以圖形呈現則希望學生呈現出解題的歷程。各組學生討論完後上臺呈現各自的解法，許老師並針對兩位學生圖示上的差異進行比較與說明。

T：一塊地用3/4包有機肥，1/2塊地要用多少包有機肥？
(以下為學生解題方式的呈現)

S20：3/4包×1/2＝3/8包

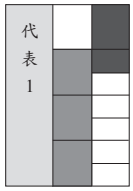
S4：



3/4包×1/2＝3/8包

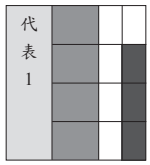
S2：3/4包×1/2＝3/8包

S1：



3/4包×1/2＝3/8包

S22：



3/4包×1/2＝3/8包

T：……有沒有發現S1與S4的圖形有差別？

SS：圖形不一樣。

T：你們看S1的圖是否怪怪的，本來在下面的，現在你又把他畫在上面了，所以由此可知你不是很瞭解。好現在我們請S4講一下你是如何算的？

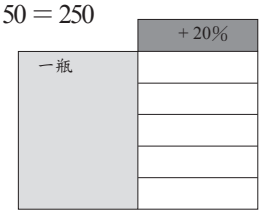
S4：因為原本是3/4包，然後把他分成兩邊，所以是3/4 × 1/2 ＝ 3/8。(0921觀察)

因爲許老師採用溝通、討論的方式來實施數學任務，因此在師生互動方面，偏向採用雙向的互動，讓學生有機會來表達自己的解題思考歷程。在34節課的觀察中，許老師每節課都提供學生上臺解釋解法的機會(66個數學任務要求學生說明，其餘13個是因爲進行到下課，或是在戶外進行實測等)，尤其是解法比較特殊的學生，而且透過學生的解釋和自己的補充，來強調解題的「關鍵概念」。學生的解釋通常是在小組或個人解題完後進行，例如在「比率和百分率」單元中有以下的討論：

T：請問「多20.00%後變成300毫升，那請問原來是有多少毫升呢」？
(以下為學生解題方式的呈現)

S1：300×1/6＝50
300−50 ＝250
A：250毫升

S2：300÷6 ＝50
300−50＝250



S3：300−300 ÷ 6＝300−50＝250

T：我們請S2上臺講解。

S2：因為本來一瓶有五格。因為多了20.00%所以多了一格，所以有六份東西，所以300 ÷ 6 ＝ 50，所以原來有五份就是50 × 5 ＝ 250毫升。

T：我再講一次，從第一格到第五格是？

SS：一瓶。

T：所以多了20.00%是多少呢？

SS：1/5。

T：所以你們看有幾份呢？

SS：6份喔！(0308觀察)

2.強調不同表徵的連結

從細部來看，許老師在實施數學任務的過程中，經常提供學生許多操作和畫圖的機會，包括在「公因數和公倍數」單元提供小組操作積木和畫方格紙，來引入最大公因數和最小公倍數的概念(0911觀察)；在「圓面積」單元提供學生以直尺和筆畫圓的經驗，透過畫圖來瞭解問題的意義(1214觀察)；在「生活中的大單位」單元提供測量的工具，並實際到教室外進行測量(0319觀察)等。在79個數學任務中，有44個任務許老師提供學生操作或畫圖的的機會來進行解題(佔56.00%)。此外，在學生解題過程中，許老師通常採開放的態度，讓學生選用不同表徵來呈現同一個問題的解題歷程，並針對不同表徵的解法進行討論，包括討論圖像和算式之間的關係(1218、0308觀察)、提供具體物和算式之間的連結機會(0911、1109觀察)、列表和算式之間的連結(1026、0409觀察)、 以及不同符號表徵之間的關係(例如「比例和百分率」單元中的小數和分數，0305觀察)。在79個數學任務中，有58個任務讓學生有機會以不同的表徵進行解題(佔73.00%)，希望透過不同表徵間的呈現，來瞭解問題和算式的意義。

T：誰是奸商呢？

(以下為問題的呈現)

甲

豬油(公斤)	1	2	3
價錢(元)	10	20	40

乙

豬油(公斤)	10	30	1,000
價錢(元)	100	300	10,000

SS：甲。

T：為什麼？請同學上臺講。

S20：因為甲的第三個多了10元，所以甲是奸商。

T：還有沒有不同的講法。

S24：3 × 10 ＝ 30，40 × 10 ＝ 400，所以甲是奸商。

T：我們有比較專業的用語嗎？

SS：有。(引導學生用比值的表徵來呈現，並得出甲是奸商的結論，1106觀察)

從教室內使用的數學任務的來源、類型和實施方式三個面向來看許老師數學課程實施的情形，發現在數學任務來源上，雖然許老師會主動調整教科書中的數學任務，但大部分任務還是源自教科書(15.00%相同，75.00%進行部分微調或增加同類型任務)；在使用的數學任務類型上，許老師使用的數學任務以高認知需求的任務爲主，其中出現

最多的是強調意義連結型的數學任務；而在數學任務的實施上，許老師採用解題、發表、討論爲主的實施方式，實施過程中除了偏向採取雙向的互動方式，讓學生有表達自己想法的機會外，也強調瞭解題過程中不同表徵之間的連結。這三個面向的所構成的整體，可以瞭解許老師教室內數學課程實施的面貌。

二、影響許老師教室內數學課程實施的因素

過去的研究和文獻指出，教師本身、學生、教科書、和脈絡是影響教師數學課程實施時的因素。因此，本研究以此四個因素來詮釋與檢視對許老師教室內數學課程實施的影響，以提供後續研究探討的基礎。

(一)教師個人

從許老師訪談的資料中，發現大致可以從個人的數學教學知識、數學教學和學習的信念、自我專業角色定位、以及過去的經驗四個層面，來說明對許老師在數學課程實施時的影響。在數學教學的知識上，許老師經常在訪談中提及數學教育上的專有名詞，像是離散量、連續量、圖形表徵、擬題、單位量、基準量等，同時也說明如何透過圖像表徵或教具的操作，來協助學生理解核心的概念，以及概念理解後對於後續相關概念學習的影響：

> 這堂課我的目標就是要讓他們可以做到跟基準量作比較，因為他們之前已經有學過相關的東西了，那這樣子我到後面作乘法啊除法啊等的觀念的時候他們就比較容易瞭解。(0914訪談)
>
> ……你不要一直告訴他真分數換成假分數是怎樣計算的……你必須是要有那一些圖像式的東西，然後再給他們去計算，再讓他去歸納出計算的東西，他會一輩子記牢在心裡面。(0925訪談)

此外，許老師還透過數學教學相關書籍的閱讀，來增進自己的數學教學相關的知識，並且試著將理論的觀點應用在教學上，或是透過相關資料的閱讀(例如教學指引)和自己教學經驗的比較，來瞭解自己過去教學的缺失，作爲教學改進的參考：

> ……今年我就有參考了○○教授的書還有一些教學上的資料，還有研習會的那12本書，以及自己的教學經驗還有挫折感裡面，我就可以發現我自己是發生了哪些教學上的迷思。(0921訪談)
>
> ……教學研究地方可以讓老師參考，裡面有列出學生在那個部分會遇到困難、在那個地方會有迷思等等的概念，然後會希望你透過什麼樣的方式去教導孩子……我自己就想說與其自己教學時候會碰壁，那倒不如就是先看別人研究好的東西，這樣教學也有個依據。(0122訪談)

在數學教學和學習的信念上，許老師認爲數學學習最重要的在於理解，尤其是概念的理解，這不僅影響著學生後續的數學學習，而且學習的目的並不是在複製老師原有的知識，而是要進行觀察和歸納，來發展屬於自己的理解，並內化成自己的知識。而且他相信學生有能力來發展符合自己能力的思考和解題的方法，不過老師應該要提供學生理解的機會。所以她在實施過程中提供教具操作和畫圖等多元表徵的方式(在79個數學

任務中，有44個任務提供畫圖或操作的機會)，讓學生可以從圖示或操作中，理解數學的概念，同時在課堂上也花許多時間在引導學生進行概念的理解與討論，而不是反覆的去強調規則的練習(例如0921、1023觀察)。其中，許老師特別重視畫圖對於學生理解的幫助：

> 我就很注重他們去做歸納和觀察的結果，你自己去內化成你自己的東西，再也不是我都給你，而是你自己去內化你自己的東西，那一種東西才是最實在的。(0928訪談)
>
> 我要的不是複製我的知識，複製我的知識只能複製我的計算……他要學習的是什麼，他除了複製我的計算能力，他還必須把老師教的知識整合起來，這才是他帶的走的能力。(0419訪談)
>
> 我問學生……你覺得補習班老師的方法還有我教的方法，你們覺得哪一種你們比較聽的懂？他們都會跟我說老師你的方法比較聽的懂！因為我有畫圖，透過畫圖來讓他們去看出我要的是什麼東西。(0104訪談)

在自我專業角色的定位上，許老師從進入師院就讀後，就立志當一位好老師，所以花很多的時間準備和改進自己的教學(0322訪談)。許老師在教學時除了不把負面的情緒帶到課堂上，以免影響學生的學習權利外，同時認爲自己教學時扮演的是一個表演者，一方面要提供學生愉快的學習經驗，另一方面要扮演協助和提供鷹架的角色，透過引導和討論，讓學生探索數學概念，從中建立自己的理解與學習的興趣：

> 我上課我就是把自己當作是一個表演者，上課就好像是小丑跟觀眾一樣，小丑是為了什麼？是為了娛樂大家，至於憂愁的那一面回家自己去處理……其實小朋友他們也感受到了。(0412訪談)
>
> ……我應該把決定權放回給學生……小朋友可以找到比我更好的方式……而這個方式絕對不是我教給他們的，而是他們自己自發性的去想出來的。(0416訪談)
>
> ……雖然他們的發表也許是有錯誤的……但是至少看到他們是很踴躍的發表……我最大的收穫點在於，小朋友願意主動的再去發掘其他新的題目，因為他們做下去了，引起他們很大的興趣感……。(0419訪談)

在過去的經驗上，許老師經驗的來源有二，一是不希望學生重蹈過去自己不愉快的學習經驗，所以堅持提供學生操作或畫圖的經驗，以增進學生對於數學概念的理解：「……國中老師都不肯給我們實作，所以我那時候就幾乎都不會」(1214訪談)；二是爲人母的經驗，讓她開始從母親的角度來看待自己的學生，希望自己的教學讓所有學生都有學好數學的機會，同時透過多重表徵的方式提供學生理解的機會：

> 老師都直接教我們規則，然後就讓我們去作題目……我根本也就不懂到底為何要這樣做？(0918訪談)
>
> ……我自己的小孩顧好就好，那別人對你的孩子也會這樣想，所以如果你都這樣對待別人的孩子，那別人也會同樣對待你的小孩。(0322訪談)
>
> 重點在於說你把孩子當成什麼？如果

說你把學生當成是你的孩子，你會想盡辦法去讓他瞭解。(0419訪談)

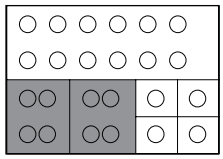
(二)學生的反應

學生在課堂上的反應和態度，會影響教師教室內數學任務的選用和實施方式。為了要瞭解學生在學習過程中可能出現的反應或迷思，許老師會主動閱讀教學指引(0122訪談)、參考板橋教師研習會出版的叢書或學者的觀點(0921訪談)、蒐集學生解題時的迷思概念(0305訪談)，以及持續的進行教學計畫和反省(0122訪談)，來掌握學生在學習時可能的反應與出現的迷思，並在實施過程中針對學生的迷思或表現來進行討論與調整，甚至多布一個類似任務來檢驗(1228觀察)。

今天像第一題他們會用3 ÷ 1是讓我蠻訝異的，小孩子會看成3 ÷ 1是因為他們畫圖去看的原因，但他們無法解釋為什麼是3，所以他們答案寫對，計算過程寫錯。(此題是文字題，一組學生畫圖並寫出。「3/4 ÷ 1/4 = 3 ÷ 1 = 3/4，答3箱」)在這裡我會比較想要學生可以知道自己錯在哪裡……我想要他們知道他們在比較的是誰，所以我布了同樣單位量的問題，比如說五分之一……。(許老師又布了4/5 ÷ 2/5的文字題，1228訪談)

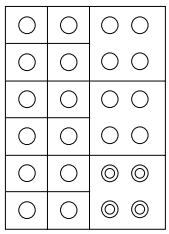
T：一盒水梨有12個，吃掉其中的2/3，請問吃掉多少個？請四位同學生上臺畫一下。

(以下為學生解題方式的呈現)

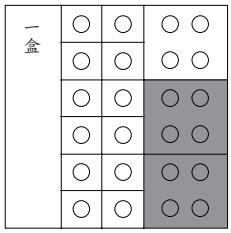


2/3盒 ＝ 8個

12 × 2/3 ＝ 8個

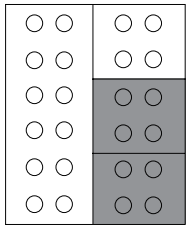


(一盒) (2/3個)



(12個) (2/3盒)

A：8個



2/3盒

T：……好，現在看到第二位同學，請問他是錯在哪裡呢？

SS：因為全部是2/3盒，可是他把答案寫成2/3個。

T：現在看第三位同學，請問這樣是不是很清楚呢？

SS：是的

T：那像第一位同學，因為他都畫出來了，所以我允許他寫算式了。(0925觀察)

(三)教科書特色和脈絡因素

在訪談過程中，許老師很少提及其課程實施時考量到教科書的特色。或許是因爲在4年數學領域輔導團教材分析和教學分享的經驗，以及參加研習或接觸相關的理論，使許老師對於數學課程的目標和教學實施的方向有一定程度的瞭解。再加上個人對數學教學和學習的信念、自我專業角色的定位等因素的考量，使許老師主動地選用教科書中的數學任務和實施方式：如果教科書中的問題特色和自己的觀點相同或相似，則採用；如果教科書中的問題內容不適合學生的生活經驗，則調整。同時雖然會參考教科書所提供的教學資源，來進一步瞭解教科書中數學任務編排的用意，但不會完全的接受，而會和過去的教學經驗或學生的表現作比較。雖然如此，許老師還是表示目前教科書版本的編排方式和她的構想比較接近，所以在使用起來比較得心應手。這或許是許老師在課程實施時，之所以有90.00%的數學任務源自教科書(含部分調整、增加)的原因。

> 課本的編排是跟我的構想是很接近的……我發現裡面的內容還有還教學的一些技巧也是都跟我很接近的……對我來講我是覺得那是非常得心應手的。(0104訪談)
>
> 我想說課本裡面的題目比較不能跟他們生活經驗相結合，那這個甜糕的問題在每個鄉下的孩子應該都會有經驗，所以我就把它帶進來。(1030訪談)
>
> 我之前在看教學研究的時候，它裡面有說小孩子碰到四則運算或者是比率的問題的時候，最大的困難點是不知道要用加、減、乘、除，那其實不是，我覺得就我們班來講他們是不知道這樣的答案確定是對的嗎？這是以我們班的情況來講啦！那我今天的部分還是以課本為主……。(0305訪談)

而在脈絡因素上，許老師在訪談中較常提到數學課程時數的不足，但她不會因時間不足而挪用其他課程的時間來上數學，也不會因時間不足而加快課程實施的步調，以單向規則講解的方式來進行。不過許老師瞭解到自己強調溝通、討論和提供學生解釋機會的實施方式，會使學生對於解題的熟練度不足，或是影響高程度學生的發展。所以，她利用下課的時間和回家作業的方式，讓學生進行熟練，以彌補課程時數不足的限制；或是另外給程度好的學生資優題目的練習，補足在教學中對他們的忽略。意即，在課程時數不足的情況下，許老師還是採用解題、討論、溝通等活動來進行課程的實施，但透過回家作業來提供不同程度學生的需求，並提供練習與熟練的機會。此外，過去參加數學領域輔導團的經驗，提供許老師較多的教學專業上的支持，包括曾經進行教材概念分析、較多參與課程與教學改革專業成長活動的機會、瞭解數學教學的趨勢和目的，並且試著將其理論的觀點應用在自己的數學教學上，發現有不錯的成效(1129訪談)。意即，在參加輔導團期間，除了獲得許多數學教學專業成長的機會外，也獲得許多數學教學的知識與觀點，同時也在實際應用中，更確定了自己想要呈現的數學課程實施的樣貌。

> ……我也不想再去挪用其他的課餘的時間，比如說藝術與人文或是綜合課的時間，這一些課有這一些課要上的東西，所以我不想要再挪用這一些課的時間來上數學課。(0308訪談)
>
> 我如果單純的帶比跟比值的話這樣會

相當的快，可是他不知道為什麼？(1026訪談)

熟練度其實我都是用回家作業，早上還會讓他們做一些題目，說實在的熟練度還是不夠，為什麼都還不夠呢……說實在的時間還是不夠啦。(0322訪談)

你看我在教還是都叫那些弱勢的，那些優秀的學生在上課時沒有去照顧他們……我只能另外撥時間給較優秀的學生，給他們一些資優的題目練習。(0322訪談)

像我現在在學新的東西，我還是需要活動化、具體化的東西來幫助我的學習……參加正網的研習，我就聽到公因數、公倍數……要用「列舉式的發表」……然後我才知道什麼是「列舉法」。(1214訪談)

(四)影響許老師數學課程實施的因素

從上述呈現的資料發現，雖然文獻中指出教師在數學課程實施時會考量包括教師本身、學生、教科書特色、以及脈絡等四個因素，但是結合觀察與訪談的資料，發現影響許老師數學課程的實施主要是個人的因素，包括：許老師具備的數學教學知識，例如強調基準量的重要，所以在分數單元中要求學生畫圖時一定要畫出代表「1」的圖形(0914、0921觀察)；對於數學教學和學習的信念，例如主張數學學習的焦點在於概念的理解，所以課程實施的方式提供不同表徵連結的機會，以及提供學生說明的機會；對自我專業角色的定位，例如認爲教師要扮演協助和提供鷹架的角色，所以實施過程中提供許多溝通和討論的機會讓學生建立對數學概念的理解；以及個人過去的經驗，因爲不希望學生重複自己過去不愉快的學習經驗，提供學生操作和畫圖的經驗，增進數學學習的理解。而其他三個因素對許老師數學課程實施的影響，雖然不如個人因素這麼大，但是都會影響她課程實施前後的決定：許老師雖然並未因爲教學時數不足(脈絡因素)而調整數學任務的選用和實施方式，但是會調整課後回家作業的形式與內容；許老師在課程實施前會考量學生的上課反應和檢視教科書的特色(主觀編輯意圖和客觀編排特色)，但她通常透過課前的準備(如閱讀教學指引和學生的解題紀錄)，來瞭解學生可能的迷思概念，以及教科書中數學任務的內容和呈現方式是否和自己的觀點一致，然後對教科書中的數學任務，進行主動的選用、調整和增加。雖然許老師在實施過程中，會根據學生的解題反應(作業中或課堂中)來多布類似問題以檢驗學生的理解(例如1002、1228觀察)，但是從問題的內容和實施的方式來看，還是符合許老師個人的數學教學和學習的信念，以及個人專業角色的定位。由此來看，影響許老師數學課程實施較大的是個人因素，而且其個人因素包含了數學教學知識、數學教學和學習的信念、自我專業角色定位和過去經驗四個層面。不過值得一提的是，參加數學輔導團4年的經驗，提供許老師許多教學專業發展的機會與支持(脈絡因素)，使她在參與專業成長活動與實際教學嘗試中，增進了自己的數學教學知識和經驗，並爲自己教學信念的發展奠下基礎。

伍、討論

本研究採用了Stein等(2007)的主張，以數學任務作爲探究與瞭解教師教室內課程實施的焦點，同時從數學任務的來源、類型和實施方式三個面向的整合，作爲瞭解個案教

師教室內數學課程實施面貌的基礎。如果單獨看數學任務的來源，則將與課程使用的研究類似，探討的焦點將在教師使用的問題和教科書內容的一致程度；如果只探討數學任務的類型，則無法真實反映教室內課程實施的面貌，因爲研究發現教師即使選用高認知需求的數學任務，但可能因爲實施的方式，而使得學生以低認知的方式進行學習(Henningsen & Stein, 1997)。因此，必須結合三個面向的理解，才能瞭解教師教室內課程實施的面貌。而綜合這三個面向來看許老師數學課程的實施，發現許老師不僅採用較多的高認知需求的數學任務，而且實施方式上以溝通討論爲主，在過程中採取雙向的互動方式，讓學生有表達自己想法和解釋的機會。這樣的課程實施方式和改革文件中的主張一致(如教育部，2003；NCTM, 2000)，而且從Silver等(2009)檢視的標準來看，許老師的課程實施是比較偏向提供學生較多概念理解的機會。

雖然過去研究指出影響教師數學課程實施的因素包括教師個人、學生反應、教科書特色和脈絡等，但是Stein等(2007)建議未來的課程研究，應著重在瞭解影響因素之間的互動關係，以瞭解「在何種情況下實施何種課程最爲有效」。雖然本研究只是個案研究，無法提出確切的互動關係，但是從所蒐集的訪談和觀察的資料來看，發現許老師主要根據個人的因素來決定數學任務的選用、調整和實施，相較之下教科書特色和學生反應並非是其課程實施時的主要考量，而且許老師會根據個人的知識、信念和專業角色定位，來主動詮釋教科書的特色和學生的課堂反應。影響許老師數學課程實施的主要因素雖然和過去研究者提出的架構(如Remillard, 2005)和研究發現不同(如Henningsen & Stein, 1997)，但卻呼應了教師是主動課程的詮釋者與實施者的主張，而且是影響數學課程實施的主要因素(如Lloyd, 2008; Stein et al.)。不過特別提醒的是，或許是許老師的特殊經歷和背景所獲得教學專業上的支持(參加數學輔導團、以及主動閱讀教學相關書籍和參加研習)，才有這樣的結果。但對於不同背景的教師，是否有不同影響數學課程實施的因素？是否和許老師有相同情況？值得未來進一步的探究。

陸、結論與建議

一、結論

本研究歷經一學年的時間，透過教學觀察錄影和訪談，並採用Stein等(2007)的建議，以數學任務爲焦點，來瞭解一位國小六年級資深教師數學課程實施的情形，並對其課程實施提出詮釋，以瞭解其課程實施時考量的因素。結果發現，在數學任務的來源上，雖然大部分源自教科書，但是個案教師會調整問題的情境和表徵方式；在數學任務的類型上，個案教師大都採用高認知需求的數學任務爲主，並且以互動討論的方式來實施，過程中提供學生解釋與說明的機會。而在影響個案教師數學課程實施的因素上，發現影響課程實施的因素包括教師個人、學生反應和教科書特色和脈絡等。其中影響較大的是教師個人的因素，包括教學知識、信念、專業角色定位和個人過去經驗等。其次是來自脈絡因素的影響，而且參與數學輔導團的專業的支持，對其個人教學知識和信念的形成有所幫助。學生的反應和教科書的特色影響較少，而且個案教師會主動詮釋學生的反應和教科書的特色。雖然影響個案教師數學課程實施的因素和過去研究的主張有所不同，但也呼應教師是數學課程實施中最關鍵因素的主張。本研究架構與發現可以作

爲未來探討數學課程實施的參考，以進一步釐清數學課程改革、課程實施、以及學生學習表現關係的基礎。雖然本研究只是個案研究，未來在引用本研究的發現時，宜謹慎處理，避免發生過度推論的情況。不過，本研究呈現個案教師數學課程實施的結果，可以提供現場教師一個和自己的課程實施作比較與反省的參考，讓現場教師更瞭解自己數學課程實施的情形，以及背後影響的因素。同時，也從個案教師的影響因素中，瞭解到參加教學專業團體和個人角色定位(或教學熱忱)對於自己數學課程實施的影響，作爲未來規劃或提升自己教學專業成長的參考。

二、建議

根據本研究的發現，提出三方面的建議，供未來研究者參考。首先在課程實施的研究上，本研究採取了以數學任務爲焦點，並從問題的來源、類型和實施方式三個面向來瞭解教師在教室內「整體」數學課程實施的面貌。但不同的數學主題，教師課程實施的方式可能有所不同，因此未來可以採用本研究對於探究課程實施的焦點和面向，來針對不同的數學主題進行探討，以便對教室內課程實施的面貌有更清楚地瞭解；其次在影響教師課程實施的因素上，本研究發現教科書、學生和脈絡等並非是影響個案教師課程實施的主要因素，這樣的發現和過去的研究或文獻中的主張有所不同，但由於只是個案研究，無法類推到其他個案，因此建議日後研究者可以針對不同地區和採用不同版本教科書的教師進行探討，以便對影響教師課程實施的因素有更進一步的理解。甚至可以進行量化的研究設計，來試圖釐清影響因素之間的互動關係；最後關於課程實施和學生數學學習之間的關係，建議透過大樣本的資料蒐集，選用或開發具有信效度的測驗工具，並採用量化分析的方法來瞭解不同課程實施方式對於學生數學學習的影響。

誌謝

本文感謝國科會提供經費協助(計畫編號：NSC 95-2511-S-153-002)與參與研究的教師。本文的論點爲作者所有，不代表國科會。

參考文獻

1. 吳麗玲、楊德清(2007)。臺灣、新加坡與美國五、六年級分數教材佈題呈現與知識屬性差異之研究。**國立編譯館館刊**，**35**(1)，27-41。
2. 徐偉民、徐于婷(2009)。國小數學教科書代數教材之內容分析：臺灣與香港之比較。**教育實踐與研究**，**22**(2)，67-94。
3. 教育部(2003)。**國民中小學九年一貫課程綱要：數學學習領域**。臺北市：作者。
4. 陳仁輝、楊德清(2010)。臺灣、美國與新加坡七年級代數教材之比較研究。**科學教育學刊**，**18**(1)，43-61。
5. 陳向明(2004)。**社會科學質的研究**。臺北市：五南。
6. 鍾靜(2005)。論數學課程近十年之變革。**教育研究月刊**，**133**，124-134。
7. Artzt, A. F., & Armour-Thomas, E. (2002). *Becoming a reflective mathematics teacher: A guide for observations and self-assessment*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
8. Ben-Peretz, M. (1990). *The teacher-curriculum encounter: Freeing teachers from the tyranny of texts.* Albany, NY: State University of New York Press.
9. Brown, M. (2002). *Teaching by design: Understanding the interactions between teacher practice and the design of curricula*

innovation. Unpublished doctoral dissertation, Northwestern University, Evanston, IL.

10. Brown, S. A., Pitvorec, K., Ditto, C., & Kelso, C. R. (2009). Reconceiving fidelity of implementation: An investigation of elementary whole-number lessons. *Journal for Research in Mathematics Education*, *40*(4), 363-395.
11. Charalambous, C. Y., Delaney, S., Hsu, H.-Y., & Mesa, V. (2010). A comparative analysis of the addition and subtraction of fractions in textbooks from three countries. *Mathematical Thinking and Learning*, *12*(2), 117-151.
12. Cuban, L. (1992). Curriculum stability and change. In P. W. Jackson (Ed.), *Handbook of research on curriculum* (pp. 216-247). New York: Macmillan.
13. Dye, J. F., Schatz, I. M., Rosenberg, B. A., & Coleman, S. T. (2000). Constant comparison method: A kaleidoscope of data. *The Qualitative Report*, *4*(1/2). Retrieved November 30, 2008, from http://www.nova.edu/ssss/QR/QR4-1/dye.html
14. Glatthorn, A. (1987). *Curriculum leadership*. Glenview, IL: Scott Foresman.
15. Goodlad, J. (1979). *Curriculum inquiry: The study of curriculum practice*. New York: McGraw-Hill.
16. Grouws, D. A. (2008, November). *Opportunity to learn: Three indices*. Paper presented at the Conference of Investigating the Relationships between Mathematics Teaching and Development of Curriculum. Chiayi, Taiwan.
17. Grouws, D. A., Smith, M. S., & Sztajn, P. (2004). The preparation and teaching practice of United States mathematics teachers: Grades 4 and 8. In P. Kloosterman & F. K. Lester, Jr. (Eds.), *Results and interpretations of the 1990 through 2000 mathematics assessments of the National Assessment of Educational Progress* (pp. 221-269). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
18. Henningsen, M., & Stein, M. K. (1997). Mathematical tasks and student cognition: Classroom-based factors that support and inhabit high-level mathematical thinking and reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education*, *28*(5), 524-549.
19. Hudson, P., & Miller, S. P. (2006). *Designing and implementing mathematics instruction for students with diverse learning needs*. Boston : Pearson/Allyn and Bacon.
20. Kilpatrick, J., & Silver, E. A. (2000). Unfinished business: Challenges for mathematics educator in the next decades. In M. J. Burke & F. R. Curcio (Eds.), *NCTM 2000 Yearbook-Learning mathematics for a new century* (pp. 223-235). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
21. Lincoln, Y. S., & Cuba, E. G. (1985). *Naturalistic inquiry*. Newbury Park, CA: Sage.
22. Lloyd, G. M. (2008). Curriculum use while learning to teach: One student teacher's appropriation of mathematics curriculum materials. *Journal for Research in Mathematics Education*, *39*(1), 63-94.
23. Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Gonzalez, E. J., & Chrostowski, S. J. (2004). *TIMSS 2003 international mathematics report: Findings from IEA's trends in international mathematics and science study at the fourth and eighth grades*. Chestnut Hill, MA: TIMSS & PIRLS

International Study Center, Boston College.
24. National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
25. National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
26. Nicol, C. C., & Crespo, S. M. (2006). Learning to teach with mathematics textbooks: How preservice teachers interpret and use curriculum materials. *Educational Studies in Mathematics*, *62*(3), 331-355.
27. Remillard, J. T. (1999). Curriculum materials in mathematics education reform: A framework for examining teachers' curriculum development. *Curriculum Inquiry*, *29*(3), 315-342.
28. Remillard, J. T. (2005). Examining key concepts in research on teachers' use of mathematics curricular. *Review of Educational Research*, *75*(2), 211-246.
29. Remillard, J. T., & Bryans, M. B. (2004). Teachers' orientations toward mathematics curriculum materials: Implications for teacher learning. *Journal for Research in Mathematics Education*, *35*(5), 352-388.
30. Silver, E. A., Mesa, V. M., Morris, K. A., Star, J. R., & Benken, B. M. (2009). Teaching mathematics for understanding: An analysis of lessons submitted by teachers seeking NBPTS certification. *American Educational Research Journal*, *46*(2), 501-531.
31. Son, J.-W., & Senk, S. L. (2010). How reform curricula in the USA and Korea present multiplication and division of fractions. *Educational Studies in Mathematics*, *74*(2), 117-142.
32. Stein, M. K., Remillard, J., & Smith, M. S. (2007). How curriculum influences student learning. In F. K. Lester, Jr. (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 319-369). Charlotte, NC: Information Age.
33. Stein, M. K., Smith, M. S., Henningsen, M. A., & Silver, E. A. (2000). *Implementing standards-based mathematics instruction: A casebook for professional development*. New York: Teachers College.
34. Tarr, J. E., Reys, R. E., Reys, B. J., Chávez, Ó., Shih, J., & Osterlind, S. J. (2008). The impact of middle-grades mathematics curricula and the classroom learning environment on student achievement. *Journal for Research in Mathematics Education*, *39*(3), 247-280.
35. Verschaffel, L., & De Corte, E. (1996). *Number and arithmetic*. In A. J. Bishop, M. A. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick, & C. Laborde (Eds.), International handbook of mathematics education (pp. 99-137). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic.

科學教育學刊
2011, 第十九卷第二期, 101-122

Chinese Journal of Science Education
2011, 19(2), 101-122

A Case Study – How Did an Experienced Teacher Implement Mathematics Curriculum in Her Classroom?

Wei-Min Hsu

Graduate Institute of Mathematics and Science Education, National Pingtung University of Education

Abstract

The purpose of this study was to explore how an experienced elementary school teacher implemented mathematics curriculum in her classroom, and to identify factors that were considered during the implementation process. Case study methodology was used to study a sixth-grade teacher with more than 10 years teaching experience. The primary data sources were classroom observations and teacher interviews collected during the 2006-07 school year. Findings of this study indicated that the teacher actively chose and then frequently adjusted mathematics tasks from the textbook. Most of the tasks she used during her teaching were classified as high cognitive demand mathematical tasks. She regularly implemented these tasks in an interactive way and provided many opportunities for students to discuss and explain their thinking as they worked on and completed the tasks. The teacher usually actively interpreted the students' reactions and took account of textbook features in deciding how to implement mathematics tasks. This study also found teacher identity, which included her teaching knowledge, beliefs about students and teaching, and professional role identity, had significant impact on her curriculum implementation. The limitations of the teaching context that the teacher faced did not seem to be considered during her curriculum implementation.

Key words: Elementary School Teacher, Mathematics Curriculum, Curriculum Implementation