科學教育學刊
2013, 第二十一卷第四期, 371-400
DOI: 10.6173/CJSE.2013.2104.01

Chinese Journal of Science Education
2013, 21(4), 371-400

國小教師的數學教學專業知能成長研究——以PPt在因數與倍數教學上的應用為例

吳金聰[1、*]　劉曼麗[2]

[1]屏東縣立復興國小
[2]國立屏東教育大學 數理教育研究所

摘要

本研究旨在探討，國小教師參與「以簡報(Power Point, PPt)應用在因數與倍數教學」的專業知能成長鷹架歷程與成效。參與成長團隊的老師有四位，但進行教學試驗者有二位。本研究以行動研究進行專業知能成長，蒐集與分析質化與量化資料瞭解教師的成長歷程與成效；為了進一步瞭解教師的成長是否反映在學生身上，更蒐集教學前後學生喜歡上數學課的情形進行卡方考驗，使用試卷蒐集學生前後測資料進行共變數分析。研究發現：教師可在「教材理解、設計轉化、教學反省、再教學反省」之成長模式下，在團隊安排的垂直與水平鷹架策略及避免負向因素與營造正向因素下，進行因數與倍數的教學簡報專業成長，不但解決了專業成長問題且精進教師的數學專業知能；而教師的知能精進，也進一步帶動參與教學之學生的數學學習成績與喜愛態度之改善，且達到顯著水準。

關鍵詞：因數與倍數、國小教師、專業成長、數學教學、簡報

壹、研究動機與目的

所謂「良師興國」是指師資的好壞關係著國家的興衰，因為師資的良窳影響未來學生的培育。柳賢(2003)也指出：「師資培育過程中，除了職前師資培育外，教師在實際從事教學工作後，仍須持續地專業發展。」由此可見教師專業成長的重要。但國人一般把小學教學工作視為半專業，張德銳(2000)對此表示：「其最大的原因是國內過去長期缺乏專業自主的空間與能量」因此，若要讓國人體認教師專業成長的重要，認為教學工作是一種專業，就得重視如何提升教師的專業水準，當然數學教育也不例外。

在研究者的經驗或相關文獻中，都發現學生學習最感到困難(Gray & Tall, 1993)、討厭(林碧珍、蔡文煥，2005；陳淑美，1998)的領域是數學，研究者與學校教師交換意見，也獲得類似的回應。因此如何讓學生對數學學習不感到困難、討厭？最好的辦法就是透過團隊進行專業成長以改善教師的數學教學專業(吳金聰，2008)，藉由教學的改善，進

*通訊作者：吳金聰
(投稿日期：民國101年8月10日，修訂日期：民國101年12月19日，接受日期：民國102年2月24日)

而讓學生的數學學習不再困難、討厭。但又該如何進行教師的數學教學專業成長呢？研究者從國內外學者(吳金聰，2008；林碧珍，2000；Entonado & Garcia, 2003; Raymond & Leinenbach, 2000)的研究中發現，行動研究可促進教師的數學專業成長；而研究者也從相關文獻(陳淑芳，1998；張菀珍，1997；Bikmaz et al., 2010)中發現，鷹架理論可運用於專業成長，並自95年起，將鷹架理論結合行動研究精進教師的數學教學專業知能，發展出專業成長模式(吳金聰，2008)。此模式運作時，團隊會依成員的需求選擇最需增能的教學方法來改善最需精進的數學教學單元，進而以鷹架的觀點給予課程安排與成長支援。歷經一年多的專業成長，研究者察覺課程安排與成長支援的鷹架在專業成長中的重要性，因而興起進一步研究的動機。

現今是資訊科技的時代，資訊融入教學的能力已成爲教師必備的教學能力之一(林宏隆、黃國鴻，2006)，更重要的是其有利於數學學習(謝哲仁、林榮貴，2006；譚寧君，2007；Tseng, Wang, Lin, & Hung, 2002)。在資訊軟體中，PPt具有普及的優點，且以PPt爲教學平臺進行數學教學有益學生學習(譚寧君，2007)，尤其PPt的功能可將問題設計成動態圖像，不但能引起學生的學習動機，更能協助學生瞭解題意與解題(吳金聰等，2010)。但就本研究的團隊成員而言，以資訊科技融入教學，尤其是以PPt設計簡報並融入數學教學，正是成員所欠缺的專業知能，當然也成爲團隊成員最需增能者。

在成員需要改善的數學教學單元中，成員認爲「因數與倍數」最爲需要。其不管是相關文獻(周文忠，2002；黃培甄、葉啓村，2005；Çamlı & Bintaş, 2009; Orhun, 2002; Vergnaud, 1983)或自己的教學經驗，都發現學生的學習不理想，尤其在語文與問題轉譯上；但從相關文獻(謝哲仁、林榮貴，2006)可發現，語文與問題轉譯的問題，可藉由動態圖像協助學生理解題意，掌握各種外在表徵間的關係。故，以PPt的功能設計「因數與倍數」教學簡報，利用其動態圖像協助學生學習是非常適合的。

基於上述的理由，本研究藉由PPt簡報設計與教學的增能，改善「因數與倍數」單元的數學教學；而此簡報設計與教學的增能，是藉由「教材理解、設計轉化、教學反省、再教學反省」的專業成長鷹架模式(參見「參、研究方法」)來實踐。故，本研究的目的是：在專業成長鷹架模式下，探討簡報應用在「因數與倍數」教學上的專業成長鷹架歷程及其成效。期望本研究可供從事教師專業成長者之參考。

貳、文獻探討

一、數學教學專業知能的內涵

專業知能(expertise)包括專業知識和專業能力(簡茂發、彭森明、李虎雄，1998；Flexner, 1983)。因此，本研究認爲數學教學專業知能的內涵包含數學教學專業知識和數學教學專業能力。本研究歸納柳賢(2003)、姚如芬(2006)、Fennema與Franke (1992)、Shulman (1986)等的觀點，認爲數學教學專業知識至少包含學科知識(Content Knowledge, CK)、學科教學知識(Pedagogical Content Knowledge, PCK)、一般教學知識(Pedagogical Knowledge, PK)。而學科的教學科技應用知識(Technological Pedagogical Content Knowledge, TPCK)是因應科技在教學上的應用而生(Mishra & Koehler, 2006)，與本研究有密切關係，因此一併納入成員需精進的專業知識。

這些知識內涵陳述如下：

(一) CK

數學領域內所包含的概念、知識。

(二) PCK

把學科知識轉化成學生能理解的知識。換言之，教師如何表徵(representing)和轉化(formulating)數學知識，使學生能了解的知識；也就是教師以有用的形式、類比、例證、例子、解釋及證明來表徵學科知識，讓學生能夠理解的知識(柳賢，2003)。但有關學生的先備知識、迷思概念，本研究也列入PCK。

(三) PK

教學知識強調的是教學技巧、原理、策略，對學生學習的了解等(姚如芬，2006)，但有關教室管理的知識本研究也列入PK。

(四) TPCK

又稱TPACK (Koehler & Mishra, 2009)指教師能依教學需求，結合學科知識、教學方法和科技支援，設計適合學習需求的教學，也就是把科技轉化爲解決教學問題的知識(劉怡甫，2010；Mishra & Koehler, 2006)。

教師具有上述的教學專業知識是否就具有教學專業能力呢？Shulman (1987)認爲教師所獲得的專業知識，需經過理解、轉化(transformation)、教學、評鑑、反省、新理解等歷程，才能讓學生獲得這些知識。本研究認爲，教師應經此歷程才稱得上具有這些專業能力，因爲在「理解、轉化、教學」歷程中，教師可能會產生一些教學問題，宜再透過「評鑑、反省、新理解」來改善。故，專業成長若只有對話，只能停留於理解與轉化步驟，這是一種靜態的專業知識獲得，必須再將知識付諸教學，才能確定教師是否消化吸收知識而擁有駕馭知識的能力。故，本研究把數學教學專業能力，視爲數學「教學」的專業能力，須進入教學現場才易獲得。

上述知識內涵是本研究資料分類、編碼後，代號的判別依據，更是用以判斷教師教學是否有收穫或成長的資料之一。

二、數學教學專業知能成長的鷹架

可能發展區(zone of proximal development)的理念是由Vygotsky所提出，其原指學習者自己實力所能達到的水平，與經由他人協助後可能達到的水平，二水平間的差距就是可能發展區(Vygotsky, 1978, as cited in Bikmaz et al., 2010, p. 26; Van Der Stuyf, 2002; Tudge, 1992)，在這種情形下所給予的協助叫鷹架作用(scaffolding)。因此，搭鷹架是指他人在可能發展區給予的協助。學童在可能發展區內，可透過和具有文化經驗及更有能力的同儕進行互動與共同解決問題，以發展學童的心智(Rogoff, 1990)。鷹架觀念早期被應用在學童的學習，用以說明社會對認知發展的影響，進而影響學童的學習；但成人的學習也如同學童需要他人的協助與支援，因而也被應用在成人的學習。國內也有研究(吳金聰，2008；陳淑芳，1998)將鷹架理論運用於教師專業成長，發現同儕給予教師的鷹架協助可幫教師提升專業知能。因此，本研究應用鷹架理論規劃教師專業成長。

Dyson (1990)提出鷹架的編織(weaving)觀點，認爲鷹架包含垂直(vertical)與水平(horizontal)二個層次。垂直鷹架是指，配合學習者的動機與需求，將教學內容結構化，並在教學互動中提高認知的複雜度，以培養應用能力(陳育琳、徐照麗，2007)；將學習內容結構化就是將學習內容加以組織安排；

就認知負荷的觀點，若學習內容安排適當則可降低外在認知負荷，增進學習(陳密桃，2003；Paas, Renkl, & Sweller, 2003; Paas & Van Merriënboer, 1994)。就專業成長而言，要達到怎樣的專業知能，宜透過團隊安排成長課程(吳金聰等，2010)。水平鷹架是指，教師或更有能力的同儕，配合學習者的社會背景與經驗，支持其學習(陳育琳、徐照麗，2007)。就專業成長而言，教師欲獲得專業知能，宜有同儕或專家學者在旁邊協助支援(吳金聰等)。

本研究認爲，若把教師專業成長時他人所給予協助的鷹架類比爲階梯(如圖1)，未經協助者，猶如無階梯(鷹架)可協助，教師要達到更高的專業知能，不但吃力且困難(圖1左圖)；若獲得他人的協助，則猶如有階梯(鷹架)可協助(吳金聰，2008)，教師要達到更高的專業知能，可能較爲省力且容易(圖1中圖)。若把階梯作螺旋狀，一個階梯猶如一個螺旋，一個螺旋當作一步驟或一循環的專業成長，螺旋內，向上的學習內容安排是教師成長的垂直鷹架，兩旁的專家、學者、同儕支持是成長的水平鷹架(圖1右圖)。故，數學教學專業知能成長的鷹架是：在教師能承受的範圍內，適度安排教師欲成長的課程，並鼓勵教師在互動中精進數學教學知能；在此鷹架下，專家、學者與同儕，配合教師的經驗與專業背景，採用有效的鷹架策略(scaffolding strategy)，降低認知負荷，支持教師的專業成長。

鷹架策略是一種教學策略，是指在學習者的可能發展區內，提供學習者個別化的支持(Bikmaz et al., 2010)，只要支持具有激勵學習、引導協商、發展思考、或學習責任的遷移(Turner et al., 1998)，都可視爲鷹架策略。鷹架是在教學者與學習者積極參與的互動過程中產生，但因學習者能力的不同，而有偶發(contingency)、撤除(fading)、責任遷移(transfer of responsibility)等不同性質的鷹架(Van De Pol, Volman, & Beishuizen, 2010)，換言之，在學習過程，當學習者能力較差時，教學者宜在可能發展區內視學習者的需要給予適當的支持；但當學習者變得更獨立時，教學者則應逐漸撤除這些鷹架(Rosenshine & Meister, 1995)，進而逐步把學習責任轉移到學習者(Van De Pol et al., 2010)。所以，鷹架策略的實施可視學習者的能力，給予不同程度的支持，所承擔的學習責任也不同——程度較差者，需要較大較多的支持，學習責任大部分，甚至全部由教師承擔；程度普通者，所需的支持視學習者的需要而定，學習責任由師生共同承擔；程度較高者，幾乎，甚至撤除所有的支持，學習責任大部分，甚至全部由學生承擔。

本研究整理中外學者的研究(毛炳楠，2005；陳定邦，2004；Bikmaz et al., 2010;

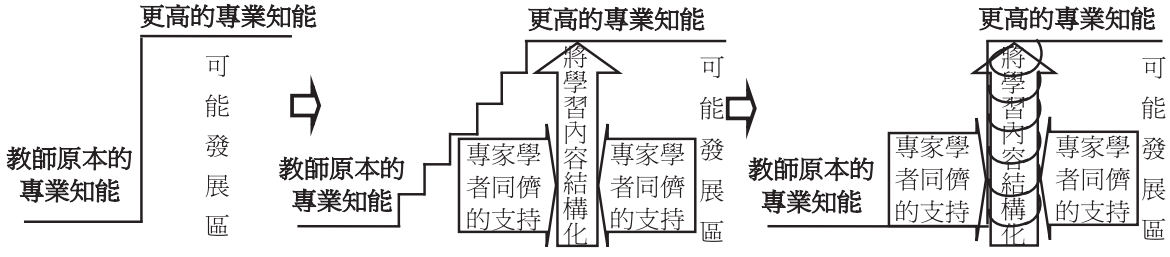

圖1：專業成長的鷹架圖

Hartman, 2002; Van Der Stuyf, 2002)，把應用在教學上的鷹架策略分成教導、指引、釐清、共同參與、促進、實踐等類。「教導」類有直接教學、示範、指導(directing)、簡化等策略，當學習新內容，或內容較複雜或困難時可加以運用；「指引」類有提示(cueing)、暗示(hints)等策略，當學習遇困難而難以回答或難以完成工作時，給予些許線索指引思考方向；「釐清」類有提問、查證(verifying)、解釋、澄清等策略，當要瞭解事實、釐清真相時，可加以應用，但前二個屬於教學者想釐清的，後二個屬於學習者想釐清的；「共同參與」類有討論、合作等策略，當要團隊互動、探討以共同學習、激發新點子或解決問題時，可加以使用；「促進」類有激勵(prompting)、鼓勵與讚美等策略，當要促使學生更積極參與學習或激發其內在動機時，可加以運用；「實踐」類有嘗試錯誤、練習(practicing)、回饋等策略，當學後需要實作時，可用嘗試錯誤以試驗所學，可用練習以鞏固所學，而實作情形則宜給予回饋。由於這些策略都是教師或同儕對學習者的學習「支持」，因此屬於水平鷹架；又，這些水平鷹架策略都建立在教學者與學習者的積極「互動」基礎上，此互動「直接」影響成長者的學習，因此本研究視之為支持性的「直接」水平鷹架策略。

若把教師專業成長的學習比喻成教學：專家、學者、或同儕猶如教師或更有能力的同儕，參與成長者猶如學生；那麼，這些策略也可以加以轉化運用，供本研究教師專業成長之參考(轉化運用情形請參見「參、研究方法」中的「二、本研究的成長模式與實施步驟」)。

三、數學教師的專業成長模式

本研究的垂直鷹架就是團隊的成長課程安排，而課程安排涉及成長模式的步驟規劃。該如何規劃數學教師的專業成長模式？本研究先探討相關研究再陳述本研究的規劃。

有關教師專業成長模式大致可分個別引導(individually guided)、觀察／評鑑、發展／改善歷程、訓練、探究五種模式(Spark & Loucks-Horsley, 1990)。這些模式取向不同，但可歸納出這些專業成長大致上有計畫、觀察、評鑑、分析、需求、反省等概念。一個成長模式可能由數個步驟組成，而這些概念正可做為本研究規劃成長步驟之參考。

國內也有學者(吳金聰，2008；李源順、林福來，1998；林碧珍，2000；姚如芬，2006)發展數學教師專業成長模式。李源順與林福來(1998)提出「校內數學教師專業發展的互動模式」，此模式是一種社會建構的模式。此模式認為師生互動促進同事互動(外環)，而互動帶動教師對教學問題的察覺、解決、反思(內環)，內、外環的交流則促進教師專業知識的發展。此模式點出專業成長的概念有：互動、察覺、解決、反思，而這些概念與行動研究的執行、觀察、省思(McNiff & Whitehead, 2002)等有一些類似，且強調互動的特色。

林碧珍(2000)提出「小學教師數學專業發展模式」。其成員共同參與團體聚會，反省討論教學，再回到教室教學以反省與澄清教學知識和信念。討論是促進專業發展的動力，討論內容來自教室觀察、教學案例、及解題類型分析。透過團體的互動可促進教師的省思與認知衝突，加速教師專業知識發展。模式中的觀察教學與團體討論之成長方

式，具有行動研究的執行、觀察、省思等的概念。此模式點出專業成長應有的概念有：討論、觀察、互動、教學、反省、分析等。此模式詳細、具體，容易讓人看出如何進行成長，對於教師的教學具有診斷、開處方的特色。

姚如芬(2006)發展「數學教學模組」的成長團體運作模式，其以數學教學模組爲成長的活動。成員透過「起、承、轉、合」四個循環歷程，促進專業成長；成長經歷「預備期→基礎期→實作與分享期→統整期」四個時期，成長過程提供教學與研究的資源及情感的支持。此模式的「起→承→轉→合」蘊含行動研究的計畫、執行、觀察、省思等概念，而模式中的預備期、基礎期、分享與實作期、統整期則蘊含階段性成長。其可看出專業成長的全貌與階段性成長。

從上述的成長模式可統整出需求、計畫、分析、教學(執行)、觀察、評鑑、討論、互動、反省、察覺、解決等的概念，但大致都蘊含行動研究的計畫、執行、觀察、反省等概念。而國內三位學者的模式也有各自的特色：李、林氏模式強調互動，林氏模式有具體、診斷與開處方的特色，姚氏模式具階段性成長的特色。因此，研究者(吳金聰，2008)就這些概念與特色規劃模式，並融合行動研究的「計畫、執行、觀察、反省」的循環歷程(McNiff & Whitehead, 2002)，以及Shulman (1987)所提「理解、轉化、教學、評鑑、反省、新理解」的知識獲得循環歷程，經行動研究發展出「教材分析、教學設計、教學觀察、再教學觀察」等四個步驟之成長模式(如圖2)。以行動研究的循環歷程來看，教材分析與教學設計進行行動研究的「計畫」，教學觀察與再教學觀察則進行行動研究的「執行、觀察、反省」；以Shulman的循環歷程來看，藉教材分析「理解」教材，藉教學設計「轉化」教材，藉教學觀察與再教學觀察進行「教學、評鑑、反省、新理解」，藉這些步驟逐步提高認知的複雜度，以培養應用能力(四步驟的詳細運作情形請參見「參、研究方法」中的「二、本研究的成長模式與實施步驟」)。此模式以「教學」爲主軸，是研究者歷經一年多的研究發展修正而成，具有行動研究的精神且模式具

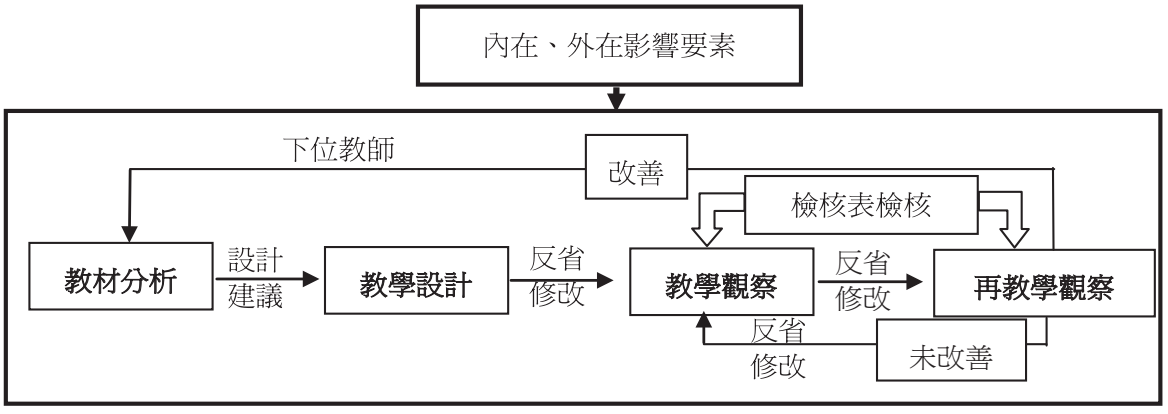

圖2：動態數學專業能力運作模式四

資料來源：吳金聰(2008)。**精進國小教師的數學專業知能之行動研究**(頁432)。未出版之博士論文，國立高雄師範大學教育學系，高雄市。

體易瞭解。

研究中也發現一些阻礙成員成長的問題，這些問題影響成員的成長，是影響模式運作的因素，其又分內在與外在二類因素。

本研究重新檢視與分析吳金聰(2008)的研究，發現內在與外在因素下還可再區分正向與負向因素。內在因素涉及成員個人本身，其正向因素有「溝通成長需求、促進成長收穫」等，可促進成員的學習；其負向因素有「成長動機不足、信念不當、認知負荷過重、不知如何實踐知能、無法承受拍教學影片的壓力」等，會阻礙成員的學習。外在因素涉及團隊運作或外在環境，其正向因素有「溝通成長計畫、利用檢核表成長、彈性利用時間、提供適當教學策略、使用優質軟體」與「邀請專家學者支援」等，前者屬於團隊運作，後者屬於外在環境，這些因素可增進或支援成員的學習；其負向因素有「未提供成長目標、成長時間延遲或準備不足、提供不當教學策略、學習氣氛不佳、使用不良軟體」與「校務過多、私事干擾、外在環境壓力過重」等，前者屬於團隊運作，後者屬於外在環境，其干擾成員學習。故，負向的內外在因素會妨礙專業成長；但正向的內外在因素會促進、協助、支援專業成長，其不見得直接影響成長者的學習，卻「間接」影響學習，因此本研究視之爲支持性的「間接」水平鷹架。因此，如何安排正向因素和排除負向因素以協助成員專業成長，是本研究需努力的地方。本研究據此重新修改模式，以做爲本研究的成長模式(參見「參、研究方法」)。

四、PPt運用在數學教學的相關研究

資訊融入教學是未來教學的趨勢，而研究者從相關研究(柯重吉，2006；謝哲仁、林榮貴，2006；譚寧君，2007；Tseng et al., 2002)發現，以資訊融入數學教學有益於學生學習。這些研究所使用的軟體以excel、Geometer's SketchPad (GSP)、PPt、或flash居多，而設計者大都利用動畫功能將數學情境、概念加以圖像表徵協助學生學習。但這四種軟體以PPt較爲普及(譚寧君)，與其它軟體相較它有易取得、容易操作與修改的好處。故，若要教師使用這些軟體設計教材協助教學，要以PPt最可行且有益推廣。雖然PPt有上述的好處，但國內教師有資訊融入教學能力不足的問題(林正彬，2003；林宏隆、黃國鴻，2006)；而本研究的成員也有此問題。故，如何透過專業成長幫成員搭鷹架解決問題也是本研究的目的。

就數學教學而言，PPt可提供真實或有趣的情境提高學習效果，讓學習慢者反覆觀看，減少課堂板書時間(蘇柏奇，2006)，更可將抽象的數學知識與概念以圖片或動畫呈現，具有「圖像表徵」的功能(吳金聰等，2010)，讓數學變得容易理解，有益於學生數學概念與知識的建立，甚至促進或加速學習(Budin, 1999)，可協助老師提升教學品質。但一般使用PPt進行教學，卻也遭受內容條列呈現以致訊息支離破碎，動畫吸引學生以致忽視內容，教學易照著簡報念及欠缺師生互動(陳明璋，2006；蘇柏奇)，甚至削弱學生口語表達與空間推理的能力(Tufte, 2003)的批評，這些批評也反映在PPt運用在數學教學上。會有上述二種截然不同的評價，本研究認爲，這與PPt設計及其教學有很大的關係。訊息破碎與忽視內容的問題，可能與簡報設計不當有關；照著簡報念、欠缺互動與削弱口語表達的問題，可能與教學者習慣使用講述教學有關；削弱空間推理能力的問題，可能與教學者未能提供具體物或平面圖形供學生操弄

有關。本研究認爲，設計PPt進行教學，不宜整個教學過程只使用PPt進行教學，也應配合其它的教學方法、教具進行教學，尤其對部分低成就學生而言，具體物的操作不是動畫所能取代的(吳金聰、戴翠華、譚寧君、劉曼麗，2011)。

設計簡報進行數學教學雖有其優點，但並不表示只要使用設計好的簡報進行教學就無往不利，而需發揚其優點，避免其缺點。PPt的最大優點就是可利用其功能，設計出動態的圖像協助學生學習數學知識、概念、及問題解決；但其缺點是，若設計不當，反造成學生學習的負擔，阻礙學習。例如，視覺與聽覺二套訊息處理系統同時出現可降低負荷，但如果同一系統同時接收相同性質的訊息(如：文字與圖畫)，則會增加負荷(Sweller, Van Merriënboer, & Paas, 1998)；簡報中提供與教學目標無關或多餘的聲音(Moreno & Mayer, 2000)、圖片、或文句，反而增加認知負荷，降低學生的理解(Bartsch & Cobern, 2003)。另外，一般人修改、設計或使用簡報時，常犯「字太小或過多、文字與背景顏色相近、同一頁面不同資訊過多、字與圖過於花俏」(Roblyer, 2003／魏立欣譯，2004)等的毛病，這些毛病就訊息處理的觀點，會增加學生學習的認知負荷，使簡報的優點難以發揮。所以，成員進行專業成長時，宜考量因倍數的數學知識與概念該如何圖像表徵才能促使學生理解；但也得避免上述同一系統的二套訊息同時呈現，避免無關訊息(包含圖、文、聲)的出現，避免字太小、顏色太相近、同一頁面訊息太多的毛病。

五、因倍數的教學研究

因數與倍數的學習影響學生日後因式、倍式及多項式的學習。但據國內外研究指出，學生在因數與倍數的學習有許多困難與迷思概念(周文忠，2002；黃培甄、葉啓村，2005；Çamlı & Bintaş, 2009; Orhun, 2002; Vergnaud, 1983)，如：先備知識不足、語文與問題轉譯有困難、漏列或多列因倍數、使用關鍵字解題。在本研究的教學者經驗中，學生也有類似的困難與迷思。要解決這些困難與迷思，國內學者研究後提出建議：教學前，宜讓學生建立乘除法的意義並熟練乘除計算技能；教學時，宜設計富有生活化、情境化的情境(謝哲仁、林榮貴，2006)，引導學生正確瞭解題意，以簡單明確的文字來定義因倍數，且讓學生有操作具體物聯結因數與倍數意義的機會，及教導學童運算的技巧以協助演算與意義的連結(黃國勳、劉祥通，2003)。學者(Çamlı & Bintaş, 2009)研究指出，電腦視覺化的教學有益於最小公倍數與最大公因數的問題解決教學，而國內謝哲仁與林榮貴更指出，教學時宜搭配電腦動態圖像，讓學生理解問題的意義，掌握各種外在表徵間的關係變化，產生具體可操作的心像。因此，本研究如何利用PPt的功能將學者的建言設計成動態圖像，以解決「語文與問題轉譯有困難」和「引導學生正確瞭解題意」的問題，更是本研究的重要成長內容。

參、研究方法

一、研究伙伴的背景與教學方法

參與研究的主要伙伴有T1、T2、Ta、Tb，由T1、T2進行教學試驗，但礙於篇幅，本研究主要是針對T1進行資料蒐集與分析。本團隊的主持人由T1與T2輪流擔任。研究期間，T1、T2都是東東縣興興國小(匿名)五年級的同儕教師，二人在本研究前都未有PPt數學簡報設計與教學的經驗；參與本研究前，

他們都有21年的教學經驗，及5年以上的高年級數學教學經驗。T1曾任教資源班，也當過數學輔導員；T2參與研究期間亦在數理教育研究進修。研究期間，Ta和Tb是瑞瑞國小教師，只參與對話，協助T1與T2成長並未進行教學試驗。Ta是六年級數學教師，剛教過五年級，有18年教學經驗，但在以PPt簡報融入數學教學上頗有心得且成效不錯；她指導成員利用PPt的功能設計數學教學簡報，並提供教學建議；Tb是資深的數學教師，有近30年的數學教學經驗，善於利用具體物與圖像進行數學教學，對數學教學很有見解；二者是本研究的專家教師。成長時也邀請數理教育研究所P1教授、數學系退休P2教授參與討論，他們是本研究的學者。總之，Ta、Tb、P1、P2都在團隊運作下，對T1、T2提供水平鷹架。

使用的教材是暫行綱要所規範的五年級數學課本。教學時，以PPt爲教學平臺，教師藉由簡報的呈現與圖像表徵進行教學。但並非整個教學只播放PPt進行教學，也視教學需要進行小組討論或全班討論：在PPt引導下，當題目簡單時，只進行全班討論或教師講述；題目難或複雜時，則先小組討論解題再進行全班討論或教師講述，最後引導學生進行歸納總結。整個教學流程中有小組討論、全班討論、教師講述，但也配合布題需要，播放動畫協助學生瞭解題意，或讓學生操作教具。

二、本研究的成長模式與實施步驟

本研究修改第一位研究者(吳金聰，2008)所發展的模式，重新建構出本研究的模式(如圖3)，此模式的教材理解、設計轉化、教學反省、再教學反省等四步驟，就是教師專業成長的垂直鷹架之課程結構。以下就此課程結構陳述其主要內涵：

(一) 教材理解

1.教材分析：由分析者(如T1)於成長聚會時，針對其成長內容(如因與倍數)蒐集1至12冊的相關教材，進行教材內容與能力指標的分析。2.報告與對話：分析者於聚會時向大家報告分析結果，大家再針對分析進行對話。3.反省：分析者針對對話進行反省以達教材理解。

(二) 設計轉化

1.教材設計：由設計者(如T1)針對欲設計的單元，將教材內容加以消化吸收轉化後，進行簡報與教學活動設計(簡稱教案)。2.報告與對話：於聚會時向所有的成員報告教材設計，並對設計進行對話。3.反省：設計者針對對話進行反省以達轉化的目的。4.修改：設計者再將其轉化修改簡報與教案。

(三) 教學反省

1.教學實踐：教學者(如T1)依修改後的簡報與教案，於其他成員(如T2)的班級進行教學，並攝影教學。2.觀察與對話：聚會時，播放攝影之教學給四位成員及1位學者觀看，成員觀看後以「數學教學觀察檢核表」(簡稱數檢表)檢核教學，並對教學深入討論、對話或給予教學回饋。3.反省：教學者針對討論、對話或回饋進行反省，以達到教學、評鑑、反省、產生新理解的目的。4.修改：教學者將「新理解」再加以轉化，進行第二次的簡報與教案修改。

(四) 再教學反省

教學者(如T1)依第二次修改的簡報與教案，隔週再到自己的班級，進行同一節課的教材教學，其鷹架歷程與「教學反省」步驟

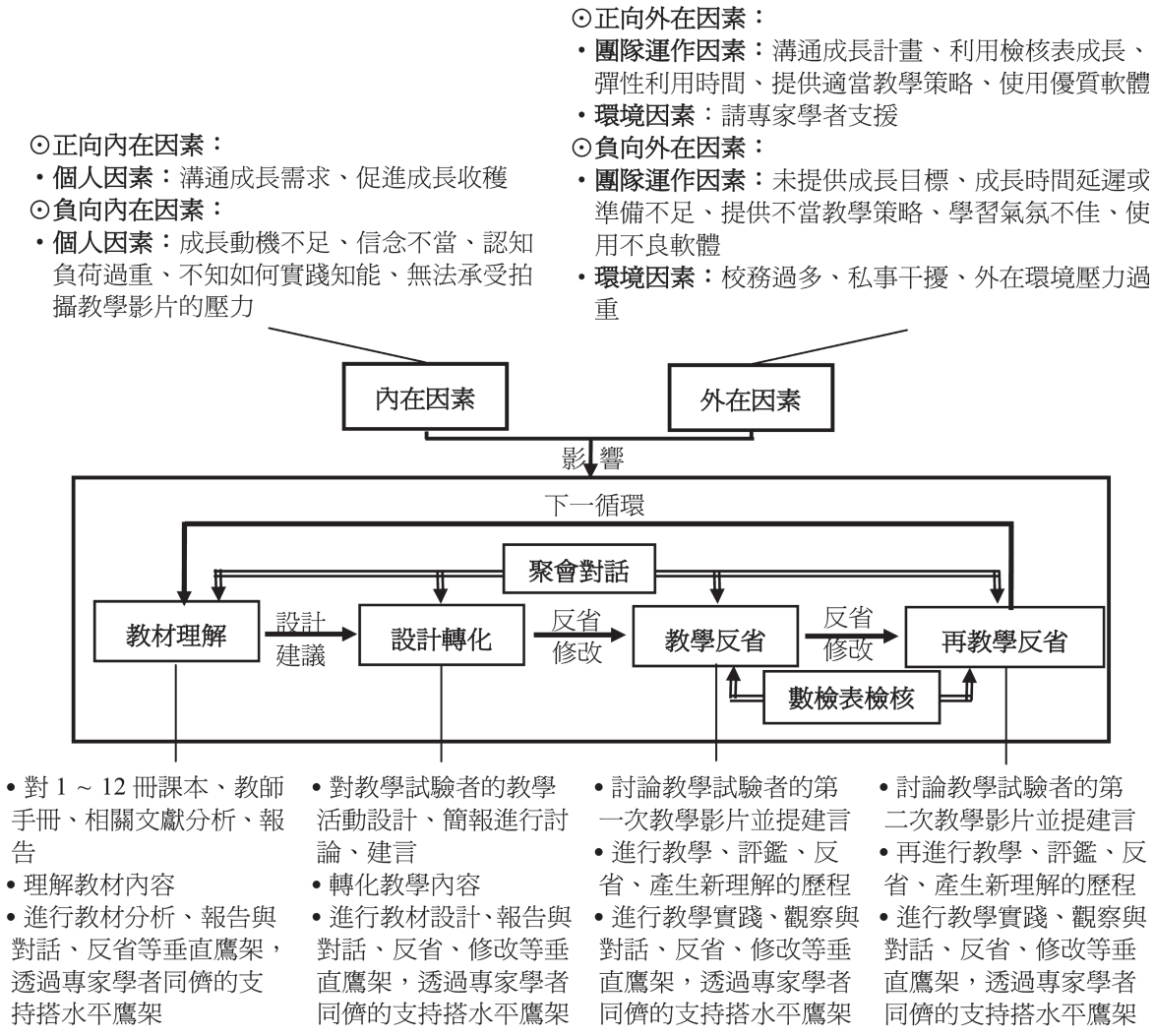

圖3：數學教學專業知能成長運作模式

相同，並進行第三次簡報與教案修改。

模式中，每一步驟都經由團隊成員間、或與專家學者的「聚會對話」實踐垂直鷹架的課程，以促進成員的互動與知能成長，一步驟進行一次聚會。而每一步驟下又有「教材分析／教材設計、報告與對話、反省、修改」或「教學實踐、觀察與對話、反省、修改」等的垂直鷹架策略，使成員由「紙上談兵」到「教學實踐」的過程中，透過討論與實踐逐步提高認知的複雜度，培養應用能力。至於垂直鷹架的課程內容，則由成長者依其需求選擇，其是否可行，端看成員的專業知能是否改善或精進，甚至是否進一步促進學生學習。此模式是一循環過程，若教學者的教學有改善，則進行另一主題的成長。

專業成長時，除了要注意垂直鷹架的課程安排外，也要留意水平鷹架的支持性策略。因此，研究前、研究中(四步驟)，除了安排正向因素與排除負向因素外，也安排直接水平鷹架策略支持成員成長。正向因素就

是間接水平鷹架策略，其間接影響成員的參與和成長，其又分內在與外在二因素(內容參見圖3)。圖3的「透過專家學者同儕的支持搭水平鷹架」就是透過團隊的學者、專家、同儕對成員實施直接水平鷹架策略，團隊依已往的經驗在四步驟中安排如下的鷹架內容：在「教材理解」步驟安排「解釋、澄清、提問、討論、簡化」等策略；在「設計轉化」步驟安排「示範、指導、解釋、澄清、提問、合作、討論」等策略；在「教學反省」與「再教學反省」步驟安排「示範、指導、解釋、澄清、提問、回饋、討論」等策略。至於這些策略如何支持成長，舉例如下：當成員對於增能的知識、概念或技能不清楚或有疑問時，採用「解釋」策略；技能不知如何進行時，採用「示範」或「指導」策略；當知識概念錯誤或有迷思時，則採用「澄清」策略。教材理解、教學設計、及觀看教學後對教學問題，可對成員「提問」問題；問題或知識技能過於複雜時，則將問題「簡化」分成幾個問題，或以流程圖展示；對於成員的提問則給予「回饋」。技能學習時，可採用「合作」策略；問題待解決或共同設計教學時，則採用「合作」與「討論」策略。水平鷹架策略是否可行，端看其是否讓團隊「順利運作」或「支持(如：具有激勵學習、引導協商、發展思考、或學習責任的遷移，以促使成員互動、對話，進而協助建構知識)」成員成長。本研究藉由這些策略的實踐來改善或解決教學問題。至於實踐情形請參見「肆、研究結果與討論」的「一、專業成長歷程」。

三、資料蒐集方法

本研究的主要研究方法是行動研究，用以協助教師進行專業成長；蒐集與分析質化與量化等多元資料以瞭解教師的成長歷程與成效。主要資料蒐集方法有：使用錄音蒐集團隊聚會、訪談、舉手調查的資料；使用錄影蒐集教學資料；使用電腦蒐集教學設計、簡報、反省單、數檢表等文件資料。數檢表由劉曼麗等(2007)所發展，用以檢核教師的教學，該表共有：營造良好的數學學習情境、掌握教學內涵、善用教學技能、做適當的布題和進行解題與溝通、進行適當的評量、給予學生回饋和反思機會等六個觀察內涵，共21項檢核。本研究從這些資料中，蒐集成長歷程中遇到的成長問題，解決這些問題的垂直鷹架策略與水平鷹架策略，及成長成效的資料。

爲了進一步瞭解教師的成長成效是否反映在學生身上，使用共變數分析學生成績，使用卡方分析學生喜愛數學課的情形。在五上第一週使用前測試卷，蒐集T1的學生與對照班學生(未參與成長團隊教師的學生)的前測成績；正式教學(第二、三週，二班教學節數都是6節，練習數量一樣)後，立即以後測試卷，蒐集二班學生的後測成績。以前測資料爲共變量進行共變數分析，以瞭解T1班的後測成績是否優於對照班。前測試卷內容爲四下數學教材，與因倍數有關者爲主，其餘次之(如表1)，後測試卷內容爲教學試驗的「因數與倍數」教材(如表2)，二者都採用雙向細目表編題，再經預試，求得前測試卷的信度α值是.86，預試篩選後的所有試題，難易度都介於.25與.89間，鑑別度都在.21與.77間；後測試卷的信度α值是.88，預試篩選後的所有試題難易度介於.39與.86間，鑑別度介於.26與.94間。

在五上第一週，正式教學前，以「你在四年級的時候喜歡上數學課嗎？」之問題，蒐集T1的學生在四年級學習數學時的喜愛情

表1：前測雙向細目表

內容	目標				題數總和
	知識題號	理解題號	應用題號	分析題號	
整數乘和除	5		1、6、13、16、17	22	7
分數和小數		3、9	10	11	4
四則		12	4、7、14、15、18	2	7
容量、時間、長度、面積		8、20、21	24	19、23、25	7
題數總和	1	6	12	6	25

表2：後測雙向細目表

內容	目標				題數總和
	知識題號	理解題號	應用題號	分析題號	
整除、因數	9	6、8		11	4
公因數	2	13	16		3
倍數	10、12				2
判別2、3、5、10的倍數			15	1、3、4	4
公倍數		5、6、18	14	17	5
題數總和	4	6	3	5	18

形；正式教學後，以「你喜歡上五年級的數學課(指因倍數)嗎？」之問題，蒐集T1的學生在因倍數課的數學學習喜愛情形。

爲了深入瞭解學生喜歡上數學課的看法，本研究也以「你希望老師(T1)使用什麼方法進行數學教學？為什麼？」爲題，先讓全班學生以舉手的方式說出他們的意見，等窮盡所有的意見後，就這些意見逐項進行可複選的舉手調查(如：你也有同樣想法的舉手？)。

四、資料分析與處理

所蒐集的質化資料，分析前先對質化資料進行分類、歸納、編碼的歸類處理，最後對歸類資料給予命名。這些資料歸類後，其命名說明於下：資料與成員「個人」有關者，歸類爲內在因素；與「團隊運作或環境」有關者則歸類爲外在因素。在內在與外在二類因素下，資料屬於阻礙或干擾成員學習者，則歸類爲負向因素；若資料屬於促進、增進或支援成員學習者，則歸類爲正向因素。另，水平鷹架是指教師或更有能力的同儕，配合學習者的社會背景與經驗支持其學習(陳育琳、徐照麗，2007)。所以，資料屬於「支持」成員學習者，被視爲水平鷹架策略；這些策略資料，「直接」影響成長者的學習，視之爲「直接」水平鷹架策略，如：示範、指導、解釋、提示、澄清、提問、簡化、回饋、合作、討論……等，本研究亦以此編碼；若策略資料是「間接」影響成長者的學習，則視之爲「間接」水平鷹架策略，如：學習氣氛不佳、校務過多……等(其餘參見圖3)，本研究亦以此編碼。專業知識，依其意義(參見貳、文獻探討「一、數學教學專業知能的內涵」)歸類成CK、PCK、PK、TPCK。歸類資料時，由二位質性研究者爲之，對於不一致的資料，則透過討論形成共

識。資料的蒐集與分析是以不預設立場的態度，及持續不斷、週而復始的比較查證過程進行分析與探討。爲了使研究更真實亦採三角校正的方法(不同的人、資料、時間)蒐集與分析資料。引用資料的代號順序：日期、蒐集資料的來源與對象。如：「970828聚師」表示「97年8月28日」在「團隊聚會」蒐集「教師」的資料，其餘的「訪、教、設、簡、省、檢、試、問、調」分別代表「訪談、教學、教學設計、簡報、反省單、數檢表、試卷、問卷、舉手調查」的資料代號；「生」代表學生，「T或師」代表同儕或專家教師，「P」代表教授。

量化資料分析時，先對資料進行統計。例：對數檢表的資料，先分別統計二次教學(教學觀察與再教學觀察)數檢表上的各項檢核項目，在「優、可、待努力」等選項的勾選加總統計，再比較二次教學的差異。對於學生的前後測數學學習成績數據，則以同校五年級一個班級作爲對照組(學生四升五年級時，學校依國語和數學的成績排序並採S形編班。正式研究時，二班的教學時數、練習數量皆一致)，以前測分數做共變量進行共變數分析。也對T1班級教學前後二次的學習喜愛數據，以卡方統計進行改變的顯著性考驗。舉手調查的資料，則對所蒐集的各項意見進行百分率統計 ── (該項意見人數 ÷ 全班人數) x 100%。統計後，就研究目的對這些資料進行交叉比對分析，以了解達成研究目的的情形。

本研究以成長歷程所遇到的問題及所實施的垂直與水平鷹架策略鋪陳成長歷程。垂直鷹架策略是否可行，端看成員的專業知能是否改善或精進，甚至是否進一步促進學生學習。直接與間接水平鷹架策略是否可行，端看其是否讓團隊「順利運作」或「支持」成員成長。此外，也以成員的CK、PCK、PK、TPCK是否有收穫、成長或改善，數檢表檢核改變情形，及學生成績的共變數分析與喜好卡方分析，來瞭解專業知識的成長成效；若知識進一步實踐於教學，則表示知識轉化成能力。

肆、研究結果與討論

一、專業成長歷程

成長歷程依專業成長團隊運作前與運作過程，陳述垂直鷹架及水平鷹架的歷程。

研究者(吳金聰，2008)研究發現一些影響教師專業成長的因素(參見貳、文獻探討的「三、數學教師的專業成長模式」)，因此在成長團隊「運作前」設法安排正向因素(也就是安排間接水平鷹架策略)，排除負向因素，例：團隊運作前邀有成長信念、有成長動機、不怕拍攝教學影片的教師參與成長團隊；向教育處提出「成長計畫」之研習申請時，計畫中明訂聚會日期可視需要調整，且教材理解與設計轉化步驟安排在暑假進行。第一次聚會時，進行需求調查，並與所有成員充分溝通成長計畫，團隊最後選「PPt資訊融入數學教學」爲成長增能的方法；第二次聚會時，請Ta分享她的資訊融入教學經驗，以促發成員的成長動機；第三次聚會時，邀學者P1參與「數檢表的內涵討論」之討論，讓成員知道檢核的內涵，且讓成員有一目標指引。也邀學者P2參與團隊聚會；另外由T1進行教學試驗，其選「因數與倍數」爲成長內容，團隊以此內容，規劃成長課程(垂直鷹架，如表3)，共進行8次聚會，每次約2小時。

除了團隊「運作前」事先安排間接水平鷹架策略外，團隊「運作過程」也隨著成

表3：成長日期、垂直鷹架、試驗者、參與者一欄表

次數	日期	垂直鷹架內容	試驗者	參與者	主持人
1	0801	研究需求與計畫討論		T2、T1、Ta、Tb	T1
2	0802	資訊融入教學分享與應用		T2、T1、Ta、Tb	T1
3	0813	數檢表的內涵討論		T2、T1、Ta、Tb、P1	T2
4	0820	因數與倍數教材理解	T1	T2、T1、Ta、Tb、P2	T2
5	0826	因數與倍數設計轉化	T1	T2、T1、Ta、Tb	T2
6	0917	因數與倍數教學反省	T1	T2、T1、Ta、Tb、P2	T2
7	0924	因數與倍數再教學反省	T1	T2、T1、Ta、Tb、P2	T2
8	1112	反省與展望		T2、T1、Ta、Tb、P2	T1

長的需求，臨時採取一些支持成員但卻間接影響成員成長的間接水平鷹架策略，例如：1.隨時瞭解成員的成長狀況，並給予支持與協助；2.以最高畫質攝影教學；3.教學反省與再教學反省二步驟的間隔至少一星期，讓教學者有足夠時間修改教學；4.教學後一星期內進行討論，以免時間久了遺忘等。間接水平鷹架實施後，雖然仍有學校事務過多或處理私事、成長時認知負荷過重等因素干擾成員參與或成長；但在團隊彈性調整時間、成員的支持與成長動機下(971112聚師)，明顯減少或減輕負向因素的影響；且從表3可發現，成員全程參與，表示這些間接水平鷹架策略可促使成員順利參與專業知能成長(970802、0813、0820、0826、0917、0924聚師)。

模式運作期間，除了使用上述的間接水平鷹架策略外，團隊依已往的經驗，也預期在教材理解、設計轉化、教學反省、再教學反省等四步驟的垂直鷹架課程及其策略下，會運用到「示範、指導、解釋、提示、澄清、提問、簡化、回饋、合作、討論」等「直接」水平鷹架策略，這些策略於「聚會討論」過程直接支持成員成長。除了上述的直接水平鷹架策略外，團隊也因應成長需求採用其它非預期的策略，例如：1.分別在布題後、小組討論後、全班討論後，立即暫停播放教學影片並深入討論(深入討論)；2.質疑他人的觀點(質疑)；3.分享簡報設計或教學經驗(分享)；4.對簡報設計或教學提出建議(建議)；5.使用檢核表檢核教學(檢核)；6.意見不同時透過爭辯使真相越辯越明(爭辯)等，這些策略也直接支持成員的成長。至於直接水平鷹架策略在四步驟中的運用歷程爲何？礙於篇幅，本文只針對活動三「公因數」的四步驟陳述成長歷程，及此歷程下的「直接」水平鷹架。

(一) 教材理解的歷程

T1在聚會前，先對「因數與倍數」一單元的能力指標、教學文獻、課本等進行「教材分析」(垂直鷹架)，以理解教材的來龍去脈、內容、迷思概念；並於聚會討論時進行「報告與對話」(垂直鷹架)。「討論」的知識主要是CK、PCK。例：整除的定義(CK)；定義要說明清楚，先讓學生概念理解，概念建立之初題目少、數字小、不宜教短除法，主要在幫學生釐清定義(PCK)；宜將文字題轉化成圖像表徵(PCK)；學生易混淆因數與倍數的文字題(PCK)；……(970820聚師)。以下是「公因數」教材理解對話中，有關分享、澄清、提問等水平鷹架舉例：

P2：因數的教學要從整除開始，

很多大學生不瞭解什麼叫整除？……2 ÷ 0.5 = 4，有沒有整除，他說有……定義不清楚

Tb：所以定義要清楚。

P2：定義不瞭解就無法溝通，所以定義要很清楚。……這是很抽象的東西，2是不是0.5的倍數？是啊！但這裡要在整數裡討論……

T1：小學階段談因倍數，是不是都限定在整數？

P2：都是。

T2：整數有包含負整數嗎？

P2：當然有。

(970820聚師)

P2「分享」其在大學的教學經驗，提出一般大學生有「整除」概念的迷思；也「澄清」T1的「提問」，小學階段所談的因倍數是限定在整數的範疇；更點出因數教學的重要概念──定義要清楚。

T1在「教材分析」時，也藉由自己的分析進一步指出課本的設計問題：

T1：整除……定義出來了，是不是還要再回到前面文字題，(P2：去連結問題)去連結，比如說，這個分成1組、2組、3組，這個是它的因數，是不是應該要再去討論這個東西！

P2：這個地方(指課本的呈現)給人家的感覺，好像斷掉。

T1：……這是18的因數？代表的是什麼意思？回到文字題去解讀，這樣以後他在解文字題的時候，他比較會從因數的概念去解。

Tb：這個地方老師的歸納很重要

P2：這個地方的鋪陳很重要，老師講話要很精準……要轉化，要和生活情境連結，以後才會用。

(970820聚師)

T1就課本的「教材分析」(垂直鷹架)，於「報告與對話」(垂直鷹架)提出專業知能問題──整除的概念要與文字題連結。此觀點也獲得P2的認同，並進一步指出──要和生活情境連結。

討論後T1「反省」(垂直鷹架)道：「我從中學到許多以前未有的知識[小學的因倍數教學限定在整數(CK)、利用圖像表徵澄清因倍數的意義與文字題題意(PCK)]，並將這些知識與自己的教學經驗結合、互相應驗」(970820省師)。

故，本步驟透過教材分析、報告與對話、反省、運用等垂直鷹架，在互動中，透CK的澄清、PCK的討論，而逐步提高認知的複雜度；也在專家、學者、同儕等的討論、分享、提問、澄清等直接水平鷹架策略下，澄清T1的CK問題並獲得PCK知識。故，T1在CK、PCK方面獲得成長。

(二) 設計轉化的歷程

T1在前一步驟所獲得的知識(利用圖像表徵澄清因倍數的意義與文字題題意)，在本步驟的「教材設計」(垂直鷹架)時，將之轉化運用在PPt簡報設計上。尤其在Ta「示範」和「指導」下，T1利用PPt的功能將「語文與問題轉譯有困難」的情境加以動態圖像表徵(如圖4；TPCK； 970826簡師)。

由於T1設計簡報的經驗較不足，所以花費不少時間。聚會討論時，對教案與教學簡報進行「報告與對話」(垂直鷹架)。「討論」的知識有TPCK、PCK。例：簡報要呈現

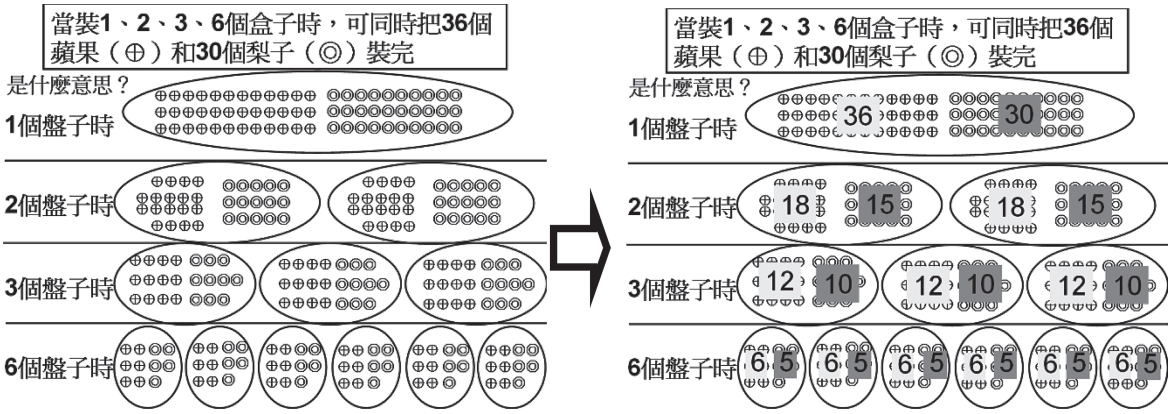

圖4：語意情境動態圖像表徵圖

「分」的動畫，字勿太多(TPCK)；尋找因數時，簡報中最好呈現整除的除式，不能整除的除式則不呈現(TPCK)；利用呈現較多的類似題進行歸納總結，使學生發現這些類似題的最小因數是1，最大是自己(PCK)；在「整除概念」的教學中可延伸以乘法列式尋找因數(PCK；970826聚師)。以下是「公因數」設計轉化對話中，有關建議與分享等水平鷹架舉例：

[布題一：(1)小新要把18個橘子放在盤子裡，每一盤都放一樣多，每幾個放一盤，可以剛好放完？(2)如果改放12個橘子，每一盤都放一樣多，每幾個放一盤，可以剛好放完？(3)在這些放法中，當放幾個時，可以把18個橘子剛好放完，也可以把12個橘子剛好放完？]

Tb：我是建議12個橘子改成12個柳丁，……這裡是18個橘子，又12橘子，學生哪能分的清楚？

T2：學生會不會18個加12個，總共30個

Ta：對啦！這裡是要引入公因數……(Tb：公因數是我們兩個「公家」的)。

T1：妳的意思是說剛開始不要用這樣的題目(Ta：不要)……

Ta：我發現每一個都有練習題，我覺得練習題可以讓他們做總結歸納和複習……我再把這些問題列出來，問他們共同的因數是多少？最小的公因數是多少？讓他們歸納發現1是最小的公因數。

T1：讓他們經驗一下，1是最小公因數。

Ta：對！……因為我們那時候○○版本就是這樣子，……做完活動(練習題)順便複習一下，又再做歸納，概念會比較清楚。(970826聚師)

Tb認爲布題一同時出現18個橘子和12個橘子，易讓學生混淆；因此「建議」將「12個橘子改成12個柳丁」。此外，Ta也依其經驗提出「練習題可以讓他們做總結歸納和複習」的「分享」，且提出進一步引導學生「發現1是最小的公因數」的建議。

T1「反省」(垂直鷹架)：「我原本覺得

我的設計已不錯了，但大家精闢的見解與建議讓我驚訝，也使設計更為完善妥當」(970826省師)，其接受Tb、Ta的建議與分享，「修改」(垂直鷹架)教案與簡報：將12個橘子改成12個柳丁(PCK)；也在活動三的最後練習題，增加「從所有公因數中，你發現了什麼？」(970826設師)的問話以引導學生經驗「1是最小的公因數」等的問話(PCK)。

故，本步驟透過教材設計、報告與對話、反省、修改等垂直鷹架，在互動中討論T1的TPCK、PCK轉化問題；也在專家、同儕的示範、指導、建議、分享等直接水平鷹架策略下，進行第一次的教案與簡報修改(970826設師、簡師)。從T1設計出簡報及其反省、修改來看，其在TPCK、PCK方面獲得成長。

(三) 教學反省的歷程

T1以修改後的教案與簡報，在T2的班級進行第一次「教學實踐」(垂直鷹架)，並拍下教學影片，於團隊聚會放映T1的教學，對T1的教學進行「觀察與對話」(垂直鷹架)；此外也進行以數檢表「檢核」教學和「深入討論」教學之直接水平鷹架策略。「討論」的知識有PCK、TPCK、PK。例：因數的教學過程應強調整除概念(PCK)；學生有漏列公因數的情形，主要是學生心算能力不佳，教學前宜加強心算能力(PCK)；學生解題後，再透過簡報的圖像動畫強化公因數的概念及其意義(TPCK)；名詞定義時可「多花點時間」討論(PK，一般教學領域也會運用)；增加「操作」對弱勢學生較容易理解(PCK)；使用簡報教學可節省時間，但易不自覺使用講述教學(PK；970917聚師)。對話中，也透過大家的「質疑」與「建議」等直接水平鷹架，協助知能成長。例如，大家對於布題一的第(3)題「在這些放法中，當放幾個時，可以把18個橘子剛好放完，也可以把12個柳丁剛好放完？」(970917教師)的教學有如下的對話：

T1：我先布一題(18與12)有關的因數，再導入公因數……我有在黑板上畫圖(如圖5)說明，但沒有讓學生操作。

Tb：這樣後半段的學生真的能理解嗎？……是不是應該讓學生去討論再發表？

T2：這樣學生是不是瞭解每一盤的柳丁數量都一樣多，還有每一盤的橘子數量都一樣多？

T1：時間來不及(T2：對！)……最大的困擾是學生知道不知道我所表達的意思(Tb：對！T2：對！)。

P2：最後變成數字的定義去了！(T2：怕變成教因數，就用因數來表達，教公因數就用公因數)……每一盤都一樣多，這一句話……可能要先澄清(T2：加圖像表徵)……

Ta：這個地方是要引入公因數，我覺得要以盤子來想，不要一下子以個來想，一下子以盤來想……

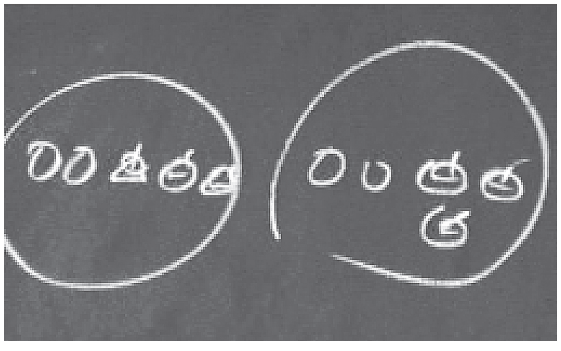

圖5：黑板上的圖

T1：你這個說法剛好是我的第二個布題。公因數的引入有二個，一個是等分除，一個包含除……

Ta：我覺得這個(等分除)會比較容易理解，這裡有好幾個盤子喔！1個呢？可以喔！這裡有9個盤子，可以裝完你，不可以裝完我，這個9絕對不是你跟我共同的因數。

P2：妳那個是比較容易知道公共的意思……不過，重點是你畫的那個圖要和題目的情境連結，你那個題目的意思不是你畫在黑板上的意思(把橘子和柳丁放在一起)，你這個是分開的呢！……每一盤都放一樣多這一句話要澄清一下。

T2：每一盤一樣多，這句話可能是(每一盤裡的)柳丁和橘子一樣多(橘子2個，柳丁也2個)，也可能是每一個盤裡的橘子一樣多(如：每一盤都3個橘子)，每一個盤裡的柳丁一樣多(如：每一盤都2個柳丁)。

T1：我覺得這個PowerPoint，應該先用圖像表徵(Ta：對啦！公因數剛開始……要有圖像出來)……我畫(圖像展示)給它們看……

(970917聚師)

在「設計轉化」步驟，T1雖以「12個橘子改成12個柳丁」解決學生可能不易理解的問題，但對於公因數的教案和簡報並未完全察覺設計上的問題，直到實際教學後，才發現一些教學上的問題，例：Tb認爲應該讓學生討論發表；P2「質疑」布題時的題意與T1在黑板上所畫的圖不一樣；Ta「建議」要以盤(等分除問題)來布題，學生比較容易理解；T2「質疑」所布的題意有二種意思。

T1「反省」(垂直鷹架) Tb的觀點，認爲礙於教學時間且透過圖像表徵也可以達到讓學生理解的目的，因此沒有接受其建議；可是T1在黑板上畫的圖與布題時的語意卻有一些不符的情形。故，T1反省P2、T2的質疑，並接受P2、Ta的建議，其表示：「以包含除引入似乎較難引入公因數的概念，我想這部分可以改由布題二的等分除及圖像表徵來引入(PCK)；另外，布題一可改由因數的複習引入，做為銜接公因數教學之用(PCK)」(970917省師)。

最後T1「修改」(垂直鷹架)教案與簡報：布題一的情境改成等分除，數字改成12個奶油酥餅和6個太陽餅(PCK)，並在Ta「指導」下設計PPt的動畫讓學生理解題意(TPCK；如圖6)。

故，本步驟透過教學實踐、觀察與對話、反省、修改等垂直鷹架，在互動中觀察、討論T1在教時的PCK、TPCK、PK問題；也在學者、專家、同儕等的檢核、深入討論、質疑、建議、指導等直接水平鷹架策略下，進行第二次的教案與簡報修改(970918設師、簡師)。從T1的反省、修改來看，其在PCK、TPCK方面獲得成長。此外，T1在「設計轉化」步驟所獲得的TPCK與PCK，也因教學而將知識成長提升到能力。

(四) 再教學反省的歷程

T1修改好教案與簡報後，在自己的班級進行第二次「教學」，也就是進行第二次的「教學實踐」和「觀察與對話」(垂直鷹架)，及使用第二次的「檢核」與「深入討論」

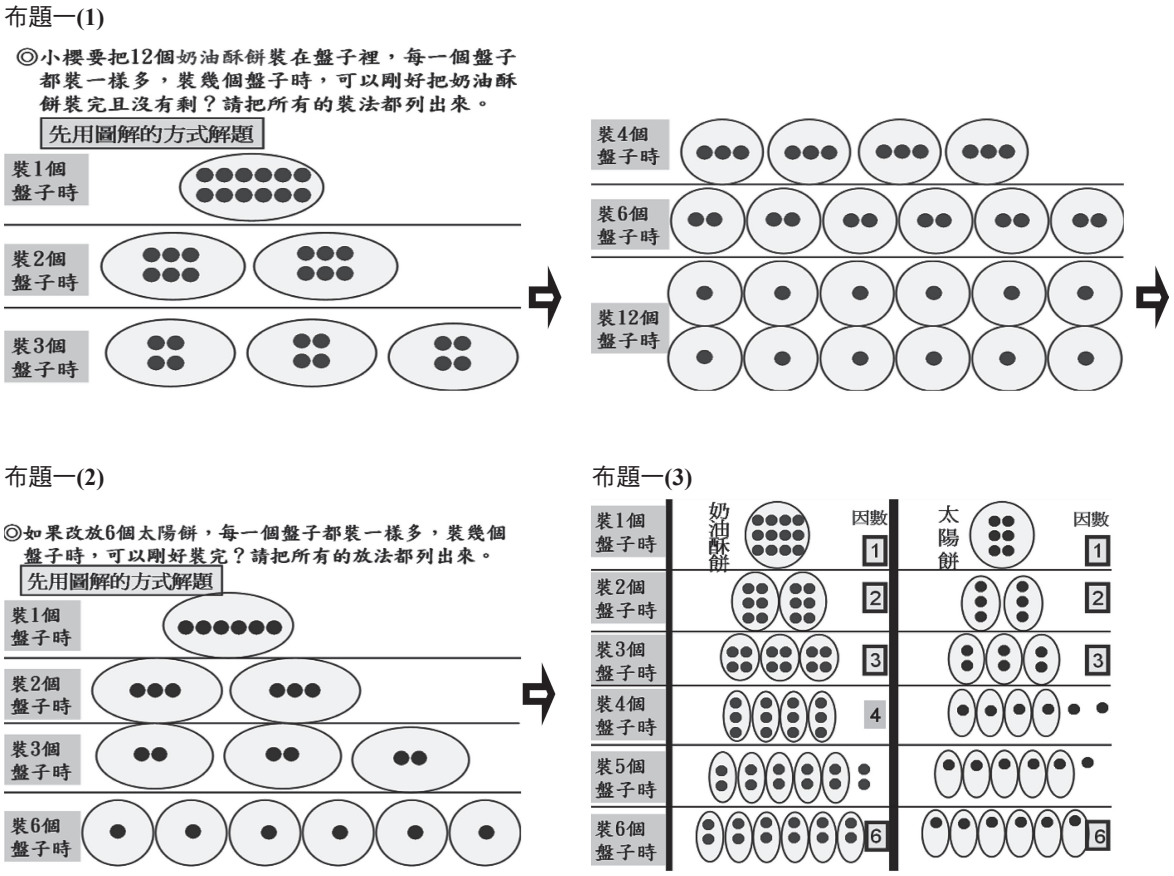

圖6：等分除動畫情境圖

之直接水平鷹架。「討論」的知識以PCK爲主。例：公因數布題數字不要有倍數關係(PCK)；在解題過程「引導學生發現」公因數的定義(PCK)；布題設計應有公因數的「需求感」(PCK)。此外，T1反省自己的教學與學生測驗情形，認爲學生漏列公因數的主因是練習不足；P2對T1的設計流程有不同的意見，但Ta並不認同P2的意見(970924聚師)。對話中，大家因對布題一也有不同的見解，而與T1有一場唇槍舌戰，但也透過大家的建議、爭辯、澄清、示範、簡化、解釋等的直接水平鷹架，協助成長：

P2：這個地方你一開始就用「1」很奇怪……是不是從可以整除開始(如：2)

T1：在活動一因數的地方沒有從1開始，直到這邊(活動三)了才從1開始……

P2：情境要跟因數、公因數掛勾起來……比較有需求感。

Tb：T1的意思是，前面已經有上了，再用圖像很有順序的從1開始去強化概念。

P2：裝的盤子會一樣多，1個盤子而已怎會盤子裝的一樣多，很奇怪……這樣比較不會跟因數的情境有關係……解這個問題的時候，要跟公因數的情境有關

係……要有公因數的需求……

T1：我在第(3)小布題才進來

P2：那是不是一開始(指布題一(1)之前)就進來

Ta：老師，這樣子難呢！我會覺得從前面這樣引進來比較好(P2：先布題(3)這樣出來才有需求感)

T1：但這樣的難度，要學生同時找二個(12，6)的公因數怎麼找？

P2：可以拆開來……題目先出來，教學上還是用你那種方式

Ta：我覺得照T1的教法對小朋友來說會比較清楚(P2：沒錯！程序還是照T1那樣做，只是布題先丟出來)

P2：……公因數要強調這個可以整除，那個也可以整除，要從這個地方出來……(看完布題(3)的教學後，P2在黑板寫出整個引導流程「盤子數可裝否？→除式→整除→因數→公因數」，並加以說明)幾個盤子可以裝？就會出現除式，除式裡面就要感受到整除，整除跟什麼有關？跟能不能裝有關，那盤子數就是餅數的因數嘛！因數再到公因數。解應用題就是要理解情境，要不然感受不到。

(970924聚師)

P2從學生解題的需求感「建議」T1設計教學，但T1、Ta認爲所設計的題目不宜太難。經P2與T1、Ta的「爭辯」、「澄清」，及P2的「示範」、「簡化」流程與「解釋」，使T1的教學知識更精進。

T1「反省」(垂直鷹架)表示：「經過這樣的討論，使我的觀念、教學方法更為成熟」，並採納二者的優點：在布題一布題時就呈現最後求公因數的題目，讓學生感受到在情境中以公因數求解的需求感(PCK)；但也「保留其原有的教學流程」，減輕學生的解題負荷(PCK；970924省師)。T1也將反省轉化成PPt (TPCK)，進行第三次的教案與簡報「修改」(垂直鷹架；970928設師、簡師)。

故，本步驟透過教學實踐、觀察與對話、反省、修改等垂直鷹架，在互動中觀察、討論T1第二次教學的PCK問題；也在學者、專家、同儕等的檢核、深入討論、建議、爭辯、澄清、示範、簡化、解釋等直接水平鷹架策略下，修改教案與簡報。從T1的反省、修改來看，其在PCK、TPCK方面獲得成長。另，T1在「教學反省」步驟所獲得的TPCK、PCK，也因教學而將知識成長提升到能力成長。

在上述活動三「公因數」的四步驟垂直鷹架歷程中，團隊所運用的直接水平鷹架策略中，有討論、指導、澄清、示範、簡化、解釋、提問等7個策略是事前安排並加以實踐的；有提示、回饋、合作等3個策略事前安排但未被運用；但也有分享、檢核、深入討論、質疑、建議、爭辯等6個策略隨團隊運作需要而臨時增加，並發現可資運用者；而文獻中曾被使用但本研究未使用者有：直接教學、暗示、查證、激勵、鼓勵與讚美、嘗試錯誤、練習等7個策略。故直接水平鷹架策略可先安排，但也宜視情況靈活運用；另，激勵、鼓勵與讚美等促進類鷹架比較少用，本研究日後宜增加運用。

從上述四步驟的成長歷程來看，T1的教學知識在原本安排的垂直與水平鷹架及臨時運用的水平鷹架策略下，透過聚會對話而澄清或增能。從成員的反省中可發現，不但T1獲得教學知識甚至能力的成長；連其他參與

的成員也獲得知識的成長。例如，Ta：從T1的設計中獲得教學靈感(970826省師)；名詞定義時最好用圖像表徵，學生易理解的題意(PCK；970917省師)。Tb：簡報的畫面勿呈現太多字(TPCK；970826省師)。T2：澄清一些數學知識(概念或定義)，如因倍數的討論範圍是在整數中(CK；970820省師)；P2的見解讓我獲益良多，如，布題要有需求感(PCK)，要重視中低成就者的反應(PK；970924省師)。這些成長有PCK、TPCK、CK、PK，但每位成員的收穫或成長不同，來源也不一定相同，有的來自教學者的分享，有的來自同儕的互動，有的來自學者的建議。

但T1在PPt設計與使用簡報進行教學的過程中，也有如下問題未解決：1.設計簡報時，不知如何拿捏字的大小與多寡(970826省師，0928簡T1)；2.製作簡報費時費力(970826省師)；3.操作滑鼠有礙行間巡視(970917、0924聚師；0915、0916、0922、0923教T1)；4.有時不知不覺隨著簡報的流程進行講解(逐字念簡報)教學(0915、0916、0922、0923教T1、省師)。此四問題爲負向因素。這些問題在研究期間並未解決。

二、專業成長的成效

本專業成長的成效，除了前節「一、專業成長歷程」所陳述的團員之收穫與成長外，尚有「教學試驗者在數檢表上的表現」、「學生在學習成績與喜愛態度的改變情形」等二方面，以下就這二方面來探討專業成長的成效：

(一) 教學試驗者在數檢表上的表現

本研究也在教學反省、再教學反省二步驟中，由T1、T2、Ta、Tb、P2等五位成員，分別以數檢表檢核T1的教學(影帶)。

T1的第一次「公因數」教學，21項檢核中，有10項是半數以上的成員給予「優」，但未有任何一項全部成員都給予「優」(970907檢師)；T1的第二次「公因數」教學，21項檢核中有18項是半數以上的成員給予「優」，其中有10項全部成員都給予「優」(970924檢師)。與第一次教學比較，T1的第二次教學進步很多，其中以「營造良好的數學學習情境」內涵中的「能善用班級經營策略，以掌握秩序和凝聚學生的專注力」、「能營造正向學習環境」、「能引起學生的學習動機或興趣」等項目；「掌握教學內涵」內涵中的「能呈現有組織的教材內容」、「能呈現正確的數學知識，並能講解清楚明白」等項目；以及「做適當的布題和進行解題與溝通」內涵中的「布題能顧及學生的程度和布題多元」、「能引導學生理解題意和協助學生解題」等項目，改善最多。但也有「做適當的布題和進行解題與溝通」內涵中的「能引導學生說明自己的解題過程或對他人的解題提出質疑或看法」一項稍有退步(970907、0924檢師)。

(二) 學生在學習成績與喜愛態度的改變情形

學生在學習成績與喜愛態度改變的表現成效如下：

就學習成績之成效而言，T1班與對照班的前測平均分數分別是62.81與60.10分，同質性檢定F值 = 2.737，p = .10 > .05，未達顯著水準，具同質性(970903試生)。「因數與倍數」單元之後測平均分數分別是91.76與77.84分(971022試生)，以前測爲共變量進行共變數分析(共變數分析摘要表如表4)，F值 = 14.689，p = .00 < .05，達顯著水準，也就是說，T1的學生上完因數與倍數簡報教學後，學習成績比對照班的成績高且達顯著水準，

表4：共變數分析摘要表

變異來源	*SS*	*df*	*MS*	*F*值
共變項(前測)	7,998.276	1	7,998.276	52.555*
班級	2,235.504	1	2,235.504	14.689*
誤差	9,131.379	60	152.190	

*$p < .05$

成效不錯。

就學生學習喜愛態度之成效而言，T1班級的數學課喜愛改變，有16人(佔全班52%)在四年級時，喜歡上數學課(970904問生)；有25人(佔全班81%)在五年級因數與倍數教學後，喜歡上數學課(980115問生)，$\chi^2_{T1} = 9.000 > \chi^2_{95(1)} = 2.706$，達顯著水準，T1的學生上完因數與倍數簡報教學後，比四年級時更喜歡上數學課。

T1的學生比四年級更喜歡上數學課，是否是教師使用簡報進行教學所造成的？為了深入瞭解學生的看法，本研究以「你希望老師(T1)使用什麼方法進行數學教學？為什麼？」為題，對全班進行訪談及舉手調查(可複選)進行瞭解(980115調生)，發現學生喜歡的教學方法分別是：簡報兼小組討論(77%)、操作教具(48%)、簡報教學(45%)、小組討論(13%)、講述(13%)；此五種教學都在該單元使用過。也就是大部分的學生會喜歡T1以「簡報兼小組討論」進行教學。

三、專業成長的省思

就專業成長歷程而言，團隊在成長運作前與運作中，成員選擇成長內容(因數與倍數)，團隊適度組織安排成長課程(垂直鷹架)；考量內在因素與外在因素中的正向與負向因素，營造與運用支持性的(直接與間接)水平鷹架策略，讓團隊避免或減少研究前曾遭遇的成長問題，且讓成員順利參與和獲得知識與能力成長。這表示事前有組織的安排成長課程，營造正向因素，排除負向因素，是有利於團隊運作及成員的參與和成長。

團隊以「PPt資訊融入數學教學」進行成員增能以解決資訊融入教學的需求，現今T1已能設計一單元的簡報；因此，可逐步撤除Ta的協助。運作過程雖也出現學校事務過多或處理私事、成長時認知負荷過重等負向因素(問題)，但因事前的防範，故影響不大；可是也發現：1.設計簡報時，不知如何拿捏字的大小與多寡；2.製作簡報費時費力；3.操作滑鼠有礙行間巡視；4.不知不覺隨著簡報講解教學(逐字念簡報)等問題(負向因素)待解決。這些問題是研究者(吳金聰，2008)之前的研究未發現的，對於這些問題反省如下：第1個問題，以學生為師，播放簡報並直接問學生就可；第2個問題，以PPt設計簡報雖比flash更易學習與操作，但設計仍費時費力；故，若能透過團隊分工合作，製作簡報時不但省時省力，也可促進彼此的成長；第3個問題，則可透過使用簡報筆來改善；第4個問題，本研究認為簡報引導問話不宜過於冗長，過於冗長，易讓教學者產生逐字念簡報的現象，所以只要呈現重要的關鍵問話就可。本研究結束後，團隊仍陸續以行動研究進行PPt在「等值分數、面積公式、圓面積……」等的應用之專業成長；因此，T1前述的問題也於隔年解決(吳金聰，2010)。

就專業成長的成效而言，從「教材理解、設計轉化、教學反省、再教學反省」等

四步驟的成長收穫來看，T1在團隊的垂直鷹架課程安排，及專家、學者、同儕的水平鷹架支持下，獲得所需的專業知識；從數檢表的檢核統計來看，成員們認爲T1的教學有許多進步，甚至將知識成長推向能力。而其他成員也因參與聚會對話，在PCK、TPCK、CK、PK方面有各自的知識成長。更可貴的是，本研究的教案經試驗、反省、修改後，參與全縣教案設計比賽獲得特優。

從T1的學生數學學習成績來看，成績顯著優於對照班；且T1的學生在「因數與倍數」的數學學習喜愛上也顯著比以前更喜歡上數學課，這表示T1的成長也反映在學生身上。

總之，本研究從不同的時間(如：8次聚會、2次教學)、不同的人(如：T1、其他成員、學者、學生)、及多元資料(如：聚會、訪談、舉手調查、教學、教學設計、簡報、反省單、數檢表)來源中，蒐集質、量化資料；由二位研究者進行研究結果的分析來看，在「參與成長團隊或行動研究可促進教師的數學教學成長」觀點上，本研究結果與林碧珍(2000)、姚如芬(2006)的研究類似。故，本研究的T1在團隊的垂直與水平鷹架運作下，以PPt應用在因數與倍數教學上，是獲得了專業知能的成長，而其他成員也有收穫與成長。

理論上，本研究擷取國內學者發展數學教師專業成長模式的重要概念，並融合「計畫、執行、觀察、反省」的行動循環歷程(McNiff & Whitehead, 2002)，以及「理解、轉化、教學、評鑑、反省、新理解」的知識獲得循環歷程(Shulman, 1987)，經行動研究發展出「教材理解、設計轉化、教學反省、再教學反省」等四個步驟之成長模式。此四步驟結合鷹架理論，將四步驟當作四個垂直鷹架，也就是四次課程學習，「教材理解」鎖定在對整個教材知識的理解；「設計轉化」鎖定在將教材理解的知識轉化成簡報與教案；「教學反省」鎖定在將轉化後的知識加以實踐，進一步成爲能力；「再教學反省」則鎖定在將轉化後的知識與能力，透過再反省以產生新理解，甚至新知識。在四步驟中也安排「教材分析／教材設計、報告與對話、反省、修改」或「教學實踐、觀察與對話、反省、修改」等的垂直鷹架策略；此外，也在四步驟的垂直鷹架實施歷程中，安排間接與直接水平鷹架策略，讓團隊順利運作及支持成員的成長。本研究因垂直鷹架與水平鷹架的運用，而建構出本研究的鷹架模式，成員藉此模式增進專業知能。從「專業成長歷程」中，T1的收穫與成長、T1在數檢表上的表現、學生在學習成績與喜愛態度的改變情形等實務資料來看，T1在CK、PCK、PK、TPCK的知識因成長而提升到更高的CK、PCK、PK、TPCK知識，有些知識甚至轉化成能力。成員能成長，可歸因於成員選擇了「以PPt在因數與倍數教學上的應用」的知能成長，但此成長是來自於此鷹架模式的實踐。因此，本研究將實際的專業成長歷程與文獻探討的專業成長鷹架圖結合(圖1右圖)，一次聚會當作一個螺旋階梯，則可畫出T1的整個專業成長鷹架歷程(如圖7)。

伍、結論與建議

一、結論

要讓國人認爲數學教學是一種專業，要讓學生認爲學習數學不難，要讓九年一貫數學課程落實，都得重視教師的數學專業成長。

本研究發現，成員以「PPt在因數與倍數教學上的應用」爲成長內容，安排「教材理

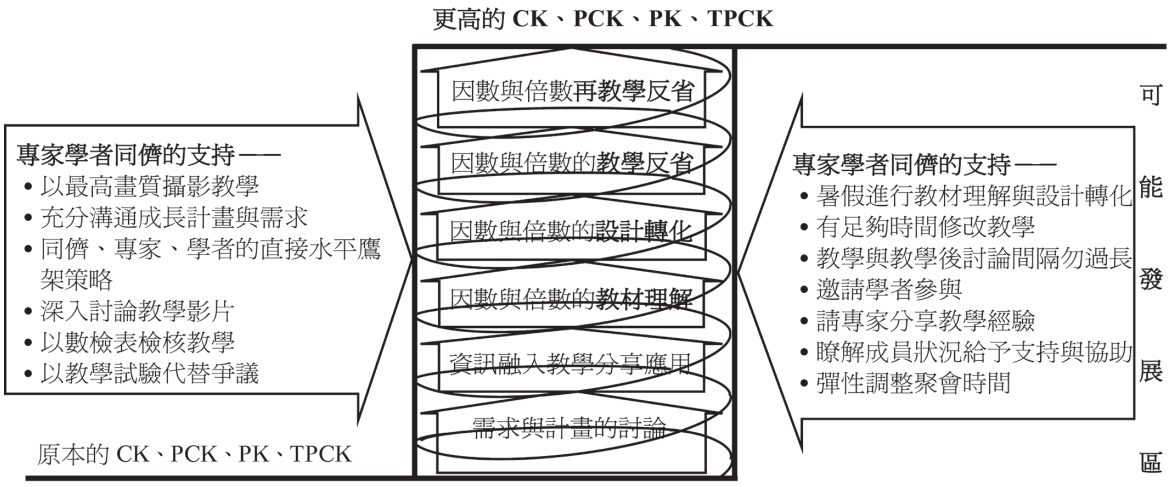

圖7：T1教師數學教學專業知能成長鷹架歷程圖

解、設計轉化、教學反省、再教學反省」等四步驟的垂直鷹架課程，及間接與直接水平鷹架策略，進行專業成長，不但增進教學者甚至參與者的專業知識成長，更促進教學者的專業能力精進，進而使受教學生的數學成績與學習喜愛態度有顯著的改進。學生的成績或喜愛態度的改善，其原因可能來自於教師的簡報教學或其它專業知能成長，但不管如何，這些專業成長都源自於垂直與水平鷹架的實踐。

總之，本研究運用垂直與水平鷹架於數學團隊的專業成長，有益於成員的成長。因此，本研究所使用之鷹架策略、因素、應用PPt簡報進行數學教學等，可供有意組團隊進行數學教學專業成長的教師們參考，其或許可從中獲得啓示。

二、建議

(一) 就專業成長而言

1.宜進行更多成員或更多單元的教學研究

本研究所安排的垂直鷹架課程與水平鷹架策略，有益教師專業成長，故值得參考。但本研究只有二位成員參與教學，且礙於篇幅只分析其中一位成員的資料。故，可再分析另一成員的教學，或做另二位成員的教學，甚至做更多單元的教學研究。

2.靈活安排垂直鷹架的課程結構與策略

本研究的專業成長是由「教材理解、設計轉化、教學反省、再教學反省」組成垂直鷹架課程，在此結構下再視課程目的選擇教材分析、教材設計、報告與對話、教學實踐、觀察與對話、反省、修改等垂直鷹架策略；然而，這些安排可視自己團隊的狀況與需求靈活安排。

3.依團隊狀況採用適合自己團隊的水平鷹架策略

本研究事前針對正向與負向因素，採取預防與準備措施，其減少妨礙成員的參與或成長問題。故，專業成長時，可視團隊狀況排除負向因素，營造正向因素，也就是採用適合自己團隊的水平鷹架策略支持成長。本研究所發現的正向與負向因素及採用的水平鷹架策略則可供參考。

(二) 就PPt簡報教學而言

1.設計PPt簡報進行教學有益學生學習，但宜配合其它教學方法進行教學

以簡報進行教學有益學生學習，故，本研究發展的簡報可供教學者參考使用。但有些數學教學仍需要學生操作、觀察、實做，也需要小組或全班討論；因此，使用簡報教學的教師，仍須依教材、時間、目的、學生狀況，配合實作、小組或全班討論、教具操作……等方法進行教學。

2.以個別指導的方法教導少數個別差異的學生

儘管多數學生喜歡以簡報搭配其它的教學方法上數學，且學生的數學學習成績平均約九十分，但仍有少部分的學生成績不佳。因此，對於那些少數的學生，尤其是低成就者，建議以個別指導的方法教導。

3.組成長團隊合作設計教學簡報

以簡報進行教學，自己設計簡報費時費力，若組成長團隊，透過分工合作，討論教學簡報的設計，並分工製作簡報，不但有利於彼此的專業知能成長，也減輕大家的負擔。

誌謝

本研究爲「屏東縣97年度國民小學數學領域精進教師課堂教學能力『教學專業成長工作坊』」之研究，感謝屏東縣教育處提供經費補助研究，也感謝協助本研究之學者、專家的指導。

參考文獻

1. 毛炳楠(2005)。**國民小學數學教師教學鷹架策略分析之個案研究**。未出版之碩士論文，國立臺中師範學院國民教育研究所，臺中市。
2. 吳金聰(2008)。**精進國小教師的數學專業知能之行動研究**。未出版之博士論文，國立高雄師範大學教育學系，高雄市。
3. 吳金聰(2010，6月)。**資訊融入數學教學之教材研發——以國小五、六年級面積教學簡報為例**。發表於98學年度南區教育部科學教育專案計畫期末報告及評鑑研討會。高雄市：國立高雄師範大學。
4. 吳金聰、王慈燕、戴翠華、蘇峰賢、邱靜雅、林曉雯(2010，7月)。**促進國小教師數學專業成長的鷹架策略與成效之研究——以六年級數學教學簡報製作為例**。發表於以學習者爲中心之中小學數理教師專業成長研討會。屏東市：國立屏東教育大學。
5. 吳金聰、戴翠華、譚寧君、劉曼麗(2011，4月)。**資訊融入數學教學之教材研發——以表面積教學簡報為例**。發表於2011第三屆科技與數學教育學術研討會。臺中市：國立臺中教育大學。
6. 李源順、林福來(1998)。校內數學教師專業發展的互動模式。**師大學報：科學教育類**，**43**(2)，1-23。
7. 林碧珍(2000)。一個以學童數學認知爲基礎的小學教師數學專業發展模式。收錄於國立臺北師範學院(編著)，**八十八學年度師範學院教育學術論文發表會論文集**(頁319-350)。

臺北市：國立臺北師範學院。

8. 林碧珍、蔡文煥(2005)。TIMSS 2003臺灣國小四年級學生的數學成就及其相關因素之探討。**科學教育月刊**，**285**，2-38。
9. 林正彬(2003)。有效提昇國小教師參與資訊融入教學之策略。**研習資訊**，**20**(1)，65-75。
10. 林宏隆、黃國鴻(2006)。國小教師資訊融入教學能力發展之協同行動研究。**國民教育研究學報**，**17**，111-145。
11. 周文忠(2002)。**國小學童因數與倍數迷思概念類型及成因之研究**(NSC90-2521-S-153-002)。臺北市：行政院國家科學委員會。
12. 柯重吉(2006)。現行資訊科技融入方式的探討。**研習資訊**，**23**(5)，89-98。
13. 柳賢(2003)。**運用教學評鑑系統促進中學數學與自然科學教師專業發展之研究(1/3)**(NSC91-2511-S-017-021)。臺北市：行政院國家科學委員會。
14. 姚如芬(2006)。成長團體之「成長」——小學教師數學教學專業之探究。**科學教育學刊**，14(3)，309-331。
15. 陳密桃(2003)。認知負荷理論及其對教學的啓示。**教育學刊**，**21**，29-51。
16. 陳淑美(1998)。數學焦慮症新解藥。**臺灣光華雜誌**，**23**(7)，84-92。查詢日期：2012年10月28日，檢自http://www.taiwan-panorama.com/show_issue.php?id=199878707084C.TXT&table=0&cur_page=2&distype=。
17. 陳淑芳(1998，11月)。**從鷹架觀念談案例故事在教師專業成長的應用**。發表於中華民國幼兒教育改革研究會87年年會暨學術研討會。臺北市：臺北市立師範學院。
18. 陳育琳、徐照麗(2007)。同儕鷹架理論對國三學生數學態度影響之探究。**國民教育研究學報**，**19**，141-168。
19. 陳定邦(2004)。**鷹架之教學概念在成人學習歷程上應用之研究——以空大《統計學》課輔教學為例**。未出版之博士論文，國立臺灣師範大學社會教育研究所，臺北市。
20. 陳明璋(2006，6月)。**數學簡報系統——一個克服數位落差之教師專業發展環境**。發表於第十屆全球華人計算機教育研討會。北京市：清華大學。
21. 張德銳(2000)。**師資培育與教師評鑑**。臺北市：師大書苑。
22. 張菀珍(1997)。鷹架理論在成人教學實務之應用。**成人教育**，**40**，43-52。
23. 黃培甄、葉啓村(2005)。國小六年級因數與倍數單元之創新架構研究。**南大學報：數理與科學類**，**39**(1)，61-89。
24. 黃國勳、劉祥通(2003)。國小五年級學童學習因數教材困難之探討。**科學教育研究與發展季刊**，**30**，52-70。
25. 劉怡甫(2010)。從促進教師發展「學科教學科技知識」能力之觀點看PCK→TPCK→ICT-TPCK的思維脈絡。**輔仁大學深耕教與學電子報**，**23**。查詢日期：2011年1月31日，檢自

http://tlandict.blogspot.tw/2011/05/tpck.html。

26. 劉曼麗、王奎婷、伍原利、林子葉、侯淑芬、張瑋玲等(2007)。**數學教學專業基準**。屏東市：國立屏東教育大學。
27. 謝哲仁、林榮貴(2006)。國小可操作視覺化之數學因數與倍數單元電腦活動輔助學習設計之研究。**理工研究學報**，**40**(1)，23-45。
28. 簡茂發、彭森明、李虎雄(1998)。**中小學教師基本素質之分析與評量**。臺北市：國立臺灣師範大學。
29. 譚寧君(2007)。**利用「數學簡報系統(MathPS)」發展國小數學輔助教材之研究成果報告**(精簡版) (NSC95-2521-S-152-008)。臺北市：行政院國家科學委員會。
30. 蘇柏奇(2006)。**數學教材設計之研究——以知覺理論為基礎**。未出版之碩士論文，國立交通大學理學院碩士在職專班，新竹市。
31. Roblyer, M. D. (2004)。**教育科技融入教學**(*Integrating Educational Technology into Teaching*；魏立欣譯)。臺北市：高等教育。(原作出版於2003年)
32. Bartsch, R. A., & Cobern, K. M. (2003). Effectiveness of powerpoint presentation in lectures. *Computer and Education*, *41*(1), 77-86.
33. Bikmaz, F. H., Çelebi, Ö., Ata, A., Özer, E., Soyak, Ö., & Reçber, H. (2010). Scaffolding strategies applied by student teachers to teach mathematics. *The International Journal of Research in Teacher Education*, *1*, 25-36. Retrieved December 8, 2012, from http://ijrte.eab.org.tr/media/volume1/issue3/3f.hazir.pdf
34. Budin, H. (1999). The computer enters the classroom. *Teachers College Record*, *100*(3), 656-669.
35. Çamlı, H., & Bintaş, J. (2009). Mathematical problem solving and computers: Investigation of the effect of computer aided instruction in solving lowest common multiple and greatest common factor problems. *Internation Journal of Human Science*, *6*(2), 348-356. Retrieved December 7, 2012, from http://www.j-humansciences.com/ojs/index.php/IJHS/article/view/772
36. Dyson, A. H. (1990). Weaving possibilities: Rethinking metaphors for early literacy development. *The Reading Teacher*, *44*(3), 202-213.
37. Entonado, F. B., & Garcia, S. M. (2003). Co-operative learning in the teaching of mathematics in secondary education. *Educational Action Research*, *11*(1), 93-120.
38. Fennema, E., & Franke, M. L. (1992). Teachers' knowledge and its impact. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and lerning* (pp. 147-164). New York: Macmillan.
39. Flexner, S. B. (1983). *The random house dictionary*. New York: Random House.
40. Gray, E., & Tall, D. (1993). Success and failure in mathematics: The flexible meaning of symbols as process and concept. *Mathematics Teaching*, *142*, 6-10.

41. Hartman, H. (2002). Scaffolding & cooperative learning. In H. Hartman (Ed.), *Human Learning and Instruction* (pp. 23-69). New York: City College of City University of New York.
42. Koehler, M. J., & Mishra, P. (2009). What is technological pedagogical content knowledge? *Contemporary Issues in Technology and Teacher Education*, *9*(1), 60-70.
43. McNiff, J., & Whitehead, J. (2002). *Action research: Principles and practice* (2nd ed.). London: Routledge.
44. Mishra, P., & Koehler, M. J. (2006). Technological pedagogical content knowledge: A framework for teacher knowledge. *Teachers College Record*, *108*(6), 1017-1054.
45. Moreno, R., & Mayer, R. E. (2000). A coherence effect in multimedia learning: The case for minimizing irrelevant sounds in the design of multimedia instructional messages. *Journal of Educational Psychology*, *92*(1), 117-125.
46. Orhun, N. (2002, September). *Solution of verbal problems using concept of least common multiplier (LCM) and greatest common divisor (GCD) in primary school mathematics and misconceptions*. Paper presented at the Humanistic Renaissance in Mathematics Education Conference. Palermo, Italy.
47. Paas, F., Renkl, A., & Sweller, J. (2003). Cognitive load theory and instructional design: Recent developments. *Educational Psychology*, *38*(1), 1-4.
48. Paas, F., & Van Merriënboer, J. J. G. (1994). Variability of worked examples and transfer of geometrical problem-solving: A cognitive load approach. *Journal of Educational Psychology*, *86*(1), 122-133.
49. Raymond, A. M., & Leinenbach, M. (2000). Collaborative action research on the learning and teaching of algebra: A story of one mathematics teacher's development. *Educational Studies in Mathematics*, *41*(3), 283-307.
50. Rogoff, B. (1990). *Apprenticeship in thinking: Cognitive development in social context*. New York: Oxford.
51. Rosenshine, R. V., & Meister, C. (1995). Scaffolds for teaching higher-order cognitive strategies. In A. C. Ornstein (Ed.), *Teaching theory into practice* (pp. 132-153). Boston, MA: Allyn and Bacon.
52. Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, *15*(2), 4-14.
53. Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, *57*(1), 1-22.
54. Spark, D., & Loucks-Horsley, S. (1990). Models of staff development. In W. R. Houston, M. Haberman, & J. P. Sikula (Eds.), *Handbook of research on teacher education: A project of the association of teacher education* (pp. 234-251). New York: Macmillian.

55. Sweller, J., Van Merriënboer, J. J. G., & Paas, F. (1998). Cognitive architecture and instructional design. *Educational Psychology Review*, *10*(3), 251-296.

56. Tseng, C., Wang, W., Lin, Y., & Hung, P. (2002). Effect of computerized advance organizers on elementary school mathematics learning. In IEEE Computer Society. (Ed.), *International Conference on Computers in Education, ICCE 2002* (pp. 838-839). Retrieved August 27, 2012, from http://www.informatik.uni-trier.de/~ley/db/conf/icce/icce2002-1.html

57. Tudge, J. (1992). Vygotsky, the zone of proximal development, and peer collaboration: Implications for classroom practice. In L. C. Moll (Ed.), *Vygotsky and education: Instructional implication and applications of sociohistorical psychology* (pp. 155-172). New York: Cambridge University.

58. Tufte, E. R. (2003). *The cognitive style of powerpoint*. Cheshire, CT: Graphics Press.

59. Turner, J. C., Meyer, D. K., Cox, K. E., Logan, C., DiCinto, M., & Thomas, C. T. (1998). Creating contexts for involvement in mathematics. *Journal of Educational Psychology*, *90*(4), 730-745.

60. Van De Pol, J., Volman, M., & Beishuizen, J. (2010). Scaffolding in teacher-student interaction: A decade of research. *Educational Psychology Review*, *22*(3), 271-297. Retrieved December 9, 2012, from http://home.medewerker.uva.nl/m.l.l.volman/bestanden/Van%20de%20Pol%20et%20al%202010.pdf

61. Van Der Stuyf, R. R. (2002). *Scaffolding as a teaching strategy*. Retrieved December 6, 2012, from http://condor.admin.ccny.cuny.edu/~group4/Van Der Stuyf/Van Der Stuyf Paper.doc

62. Vergnaud, G. (1983). Multiple structures. In R. A. Lesh & M. Landau (Eds.), *Acquisition of mathematics concepts and processes* (pp. 127-174). New York: Academic Press.

科學教育學刊
2013, 第二十一卷第四期, 371-400
DOI: 10.6173/CJSE.2013.2104.01

Chinese Journal of Science Education
2013, 21(4), 371-400

A Research of the Growth of Elementary School Teachers' Mathematical Teaching Expertise –An Example of Applying PPt to Teaching Divisor and Multiple

Chin-Tsung Wu[1,*] and Man-Li Liu[2]

[1]Elementary School, Pingtung County
[2]Graduate Institute of Mathematics and Science Education, National Pingtung University

Abstract

This study aimed to explore elementary school teachers' expertise process and effectiveness in participating in the project--teaching divisor and multiple by applying PowerPoint (PPt). Two of four teachers in the team conducted teaching experiment, in which one of them served as the subject of this research. This study conducted action research on theme of expertise, collected quantitative and qualitative data to analyze the impacts on growing process and effectiveness, further, to realize whether the growth of teacher reflected on students' learning, this research conducted chi-square test on analyzing the preference of taking math class, and conducted covariance analysis on data collected pre/post test. From the result, it showed that teacher could follow the growing model of "comprehension of teaching matters, transformation of teaching design, the first teaching practice and reflection, and the second teaching practice and reflection" with the pre-arranged vertical and horizontal scaffolding strategy, avoiding negative factor and creating positive factor, the PPt teaching of divisor and multiple not only solved the problem of professional growth, but improved the expertise of teacher. In addition, such improvement on teachers also brought up the advancement on students' learning performance and attitude on math with significant level.

Key words: Divisor and Multiple, Elementary School Teacher, Professional Growth, Mathematical Teaching, PowerPoint

* Corresponding author: Chin-Tsung Wu