EJ51-1995-139

# 問題中心教學在國中發展之經過、效果及可行性之探討

張靜譽
國立彰化師範大學科學教育研究所

（投稿日期：83年5月17日，接受日期：84年4月14日）

**摘　要：**本文報告作者與兩位國中在職教師合作，在數學課發展「問題中心」教學之經過、實施效果，並討論其可行性。兩班國二學生，分別是常態班和後段班，在兩所學校，參與兩個不同的一年期之研究計畫。本研究中的教學，基本上，是符合數學知識發生是社會建構的理念，和最近美國NCTM在其課程與教學標準(1989，1991)中的主張。結果顯示，兩班實驗學生在學習興趣和段考成績皆有明顯的進步；教室氣氛從沈悶中活轉過來；實驗教師和實驗班的學生對問題中心教學，在態度上亦有非常明顯的轉變，由開始的懷疑和排斥，逐漸轉變成後來的肯定、接受、和喜愛。文末，亦對「問題中心」教學在台灣推廣實施的可能問題加以討論。
**關鍵詞：**社會建構主義，問題中心，數學教學。

## 壹、緒論

### 一、引言

數學教育的改革，近十多年來受到許多新思潮和科技發展的影響，對數學該「教什麼？」和「怎麼教？」與傳統有很不一樣的看法。最近，美國數學教師協會（NCTM）針對未來資訊社會的需要，把數學教育的目的訂在教育下一代成為具有數學素養的國民。因為生活在21世紀，所有的人都需要更多更好的數學(NRC，1989)。為此，NCTM為美國數學教育擬定五個一般性的目標(goals)，即，所有的學生要：1.能重視數學；2.能對自己做數學的能力有信心；3.能解決

數學問題；4.能用數學溝通；5.能用數學推理(NCTM，1989，p.5）。這些目標其實就是要讓所有的學生把他們的數學潛能發展至卓越。如何達成這些目標？NCTM認為在「課程」和「教學」上應做革命性的改造。根據NCTM的標準，從幼稚園到高中，數學課程應以解題、溝通、推理、關聯為核心；教學應以問題為中心，讓學生經由解題(problem solving）和對談(discourse）來達到上述的目標(1989；1991)。如何落實NCTM標準，是目前數學教育社群競相努力的目標。

今日台灣的教育問題嚴重，改革需要殷切（王亢沛等，1993；呂溪木，1985；楊榮祥，1993）。教育部準備於民國八十五年度起實施新課程。相信未來的改革將會受此一時代改革潮流的影響（郭重吉，1992；甯自強，1993）。故宜儘早在國內發展符合NCTM標準的教學，以配合課程改革的需要。作者在美進修時，1987 -1991，NCTM標準剛出爐，且倡導問題中心教學的國際知名學者Wheatley和Cobb當時正在普渡，作者得有機會與他們接觸，故對這種教學有較多的了解和體驗。作者在彰化師大，於1992年九月，開始在附近的國中與王、李(均為假姓）兩位在職教師合作，發展符合NCTM標準且適合台灣教育環境的新式教學，問題中心教學。作者自發展這種教學以來，曾多次目睹教室氣氛從沈悶中活轉過來；王、李兩位教師也多次興奮地表示：採用問題中心教學，學生可以互相討論，學習興緻高，效果好，而且上起課來也比較輕鬆愉快。

本研究的教學一開始是以Wheatley（1991）的問題中心學習模式為藍本。該模式包含三要素：問題、小組、分享。教師課前先為學生準備若干適合討論的問題。再讓學生以小組來做這些問題。教師巡視各組時其目的在促進小組合作解題。最後，組代表上台報告結果供全班討論和分享。然而，本研究在發展這種教學時發現王、李教師的教學情況有時好時壞的現象。她們時而驚訝於教學效果異外的好；時而困惑於為何教學施展不開來。因而，她們不免會有「我錯在那裡？」或「到底我做得對不對？」，「下一步該怎麼辦？」等不知如何是好的困擾。這些困擾發生的情形主要有二：(一)誤用。這種教學中的小組合作解題很容易被教師「誤用」成小組教學，即，由小組成員中會的教不會的，以致效果不彰。(二)迷失。教師突然迷失方向，不知下一步要引導學生往何處去；也不知下一步該如何精進自己的教學。導致這些困擾主要原因之一可能是Wheatley模式過於簡略，理論引導有所不足，特別在學習如何發生和教學如何精進兩項，較少宏

觀的描述，而導致教師會有「誤用」和「迷失」的現象發生。為了減少這些不良現象的發生，同時也為了讓教師有較明確和較完全的理論作為教學上的導引。因此，作者特別從社會建構主義和NCTM（1991）數學教學專業標準的觀點，進一步把「問題中心」教學加以強化和精緻化，而發展成本文中的「問題中心雙環(problem centered double cycles)」 教學模式。不過，本文仍略稱為「問題中心」教學，或PCDC教學。本文報告作者與王、李兩位教師合作，在國中發展問題中心教學的經過，包含PCDC的理論基礎、模式、重點、要領、教學實施效果、以及教師訓練經過。最後，並討論這種教學未來在台灣推廣的可能問題。

## 二、理論基礎：社會建構主義

本PCDC教學模式的發展，在數學哲學上，是基於數學是社會的建構。數學是變動的，是會錯的；數學知識不是既存固定不變的真理，是學習者基於個人已有的知識和經驗創造的；數學概念的意義也不是獨自存在的，而是與社會文化分不開的。所以，書中並無知識，教師口中也無知識，知識是來自學習者主動的建構。這種非傳統的數學觀是以數學家的實務為基礎，把數學知識從社會學的角度加以分析所得的結論。由此觀點，數學家和數學哲學家把數學定義成(Thompson，1992，p.127)：「數學是一種心智活動，包含了猜測，證明，和反駁的一種社會建構，其結果是革命性改變的對象，因而結果的確實性必須依靠它與社會和文化的關係來判斷」。最近，Ernest(1991)集這一類學說之大成，並名之為社會建構主義（social constructivism)，其理由是(p.42)：

1. 數學知識是基於語言知識(慣例和規則)，而語言是社會的建構。
2. 個人主觀的數學知識，發表後，成為被接受的客觀知識需要人與人之間的社會化過程。
3. 客觀知識本身要被了解必須先社會化。

據此，數學知識包含個人主觀的知識和被社會接受客觀的知識。這兩種知識是彼此互相創造和再造的循環關係。即，個人主觀知識發表，經過批判和修訂被社會接受後，成為新的客觀知識；客觀知識表徵，經由語言與客觀知識內在表徵的學習，內化成為個人主觀的知識。所以數學知識的發生，宏觀而言，是主觀知識創造客觀知識，客觀知識創造主觀知識，如此這般不斷循環創造的「創造環(creative cycle)」( Ernest，1991，p.43)。

社會建構主義用來說明知識創造論的基本假設如下（Ernest，1991，p.43-44），

1.個人擁有的數學是主觀的數學知識；

2.主觀知識要變成客觀知識，發表是必要的（但並不充分）；

3.經Lakatos 啟發式（heuristic)發表的知識才是客觀的知識；

4.該啟發式是基於客觀的標準；

5.批判數學知識發表的客觀標準是基於語言和數學的客觀知識；

6.主觀知識大部分是來自客觀知識的內化和再造(reconstruct)；

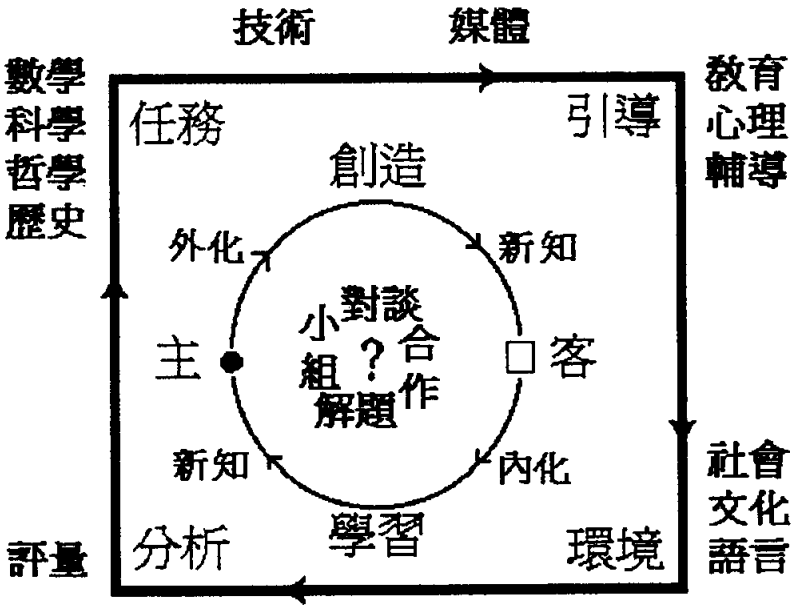
7.個人對數學知識的貢獻可以是增添、重建(restructure)、或再製。

由此，微觀而言，新知識發生的情形有二：第一，主觀知識經由發表創造新的客觀知識，是個人把自己擁有的主觀知識和經驗經過大量簡化，一般化和重組之後，外化或符號化成客觀的知識（Ernest，1991；Vygotsky，1972）；第二，客觀知識經由學習創造主觀的知識，是個人把客觀知識經由學習內化或重建成自己的主觀知識。這兩種情形都需要個人主動的建構和社會磋商的過程（Ernest，1991）。

社會建構主義的精神在NCTM標準中處處可見。作者也相信數學知識是社會的建構。因此，最道地的(authentic) 數學教學，應該是讓學生在教室，於教師的引導之下，以如同數學家在經由解題和討論磋商以創造數學那般，來學習數學或發展數學的功力(power)。數學功力包含探索，猜測，邏輯推理，解題，溝通，關聯的能力。數學功力亦包含了個人自信，堅持，興趣，和氣質的發展（NCTM，1991，p.1)。簡言之，真正好的數學教學就是要讓Ernest的「數學創造環」在教室動起來。

## 三、PCDC模式：問題中心、內圓外方雙循環

讓「數學創造環」在教室動起來，目前已經知道最好的方式是採用問題中心教學，即，教師上課讓學生小組合作解題，再把結果讓組代表上台對全班發表出來，接受大家的批評，經過不斷的反駁和修訂，最後達成全班的共識（NCTM，1991；Wheatley，1991）。因此，以問題為中心，在教師的引導下經由解題和對談讓「數學創造環」動起來，是本研究發展新式教學的基本模式（參見圖一）。




圖一、問題中心雙環，PCDC，教學模式。

由圖一，圖中心的？表問題，左邊的●表個人擁有的主觀知識，右邊的□表已被社會接受的客觀知識，例如，教科書的內容。此一模式說明，教室內學習的發生是一主觀知識和客觀知識不斷創造循環的歷程。教師給問題讓學生去合作解題和討論，是提供學生解題經驗和對談機會。解題經驗是學生用以建構個人數學概念的基本素材；對談磋商是學生用來建構概念意義的必要手段。讓學生把他們的主觀知識發表出來，接受批評，不斷反駁和修訂，以達成全班的共識是在創造班上的客觀知識。教師的介入是教室客觀知識和外界客觀知識溝通的橋樑。當然，如果教師不與外界接觸，則其任教班級所創造出來的班級客觀知識能否被外界認同，不無問題。

採用PCDC教學的教師最重要的工作是要想辦法讓數學創造環在教室動起來，並想辦法讓它維持運轉，且愈轉愈好，也即讓班上所創造出來的數學又多又好。所以，圖中的圓是表示數學創造環，環外的方形是代表了教師的教學創造環，方形象徵著教室。而教師教學要把握四個角落上的四項要領：任務，引導、環境、分析。而這四項要領也是一不斷循環的創造歷程，如方形上的箭頭所示。教師課前先為學生準備問題或任務(task)。再給學生以小組來做這些問題。教師巡視各

組時其目的在引導學生進行解題和對談。為了解題和對談能順利進行，教師要在教室創造有利的教學環境。最後，分析教學是為了讓前面三項要領能不斷的改進，以產生教學上的良性循環，使得教師教學愈教愈好，學生的學習愈學愈佳，愈學愈有興趣。所以，PCDC教學模式是以問題為中心，再加上內圓外方雙循環所組成的結構。內圓，表示教師對教室內學生的數學創造環，要求要圓滑。教師上課要讓學生覺得安全、自由、愉快。外方，表示教師對自己的教學創造環，要求要嚴格。最後，方形外的項目表示與這四項教學要領有關之學科領域或參考資料可能的來源。例如，要做好教學分析，教師要有教學評量方面的素養。

## 四、實施要領及重點

要讓內圓的數學創造環動起來，較好的策略是先讓外方的教學創造環動起來，即，由外方環的運轉來帶動內圓環的運轉。因此，教師要好好把握外方環角落上的四項要領：任務、引導、環境、分析。以下就逐項補充說明需要注意的重點。第一，任務或問題。數學「問題」或任務要夠好，所謂夠好就是要能符合教學目標又能引起學生解題的興趣，並讓人人都有參與的機會。例如，新奇有趣令人興奮的數學問題（張靜馨、念家興，1992）；問題生活化，具開放性（多種解法和多種解答），多樣性（使用多媒體，涉及視覺，聽覺，和觸覺，需要各種技巧和行為，也需要讀和寫），遊戲化，難易適中，挑戰性，能讓學生做決定，能鼓勵學生使用他們自己的方法，能促進討論和溝通；隱藏豐富的規律性，具有數學的結論，具有驚喜的要素，可延伸的問題（Cohen，1986；Wheatley，1993）。不過，較佳的問題是那些來自現實生活中，含有問題的「問題情境」。以問題情境開始，讓學生有經歷發現問題，把問題數學化，再求解，最後再回顧到現實生活的問題檢查所得的解答是否有效。這種蘊含較完整知識發生歷程的「問題情境」才是PCDC教學中較理想的「問題」(Romberg，1992)。

第二，引導。好的教學只有夠好的問題是不夠的，因為好的問題只提供學生解題的興趣和動機而已，未必能維持和達到教學的目的。此時，教師的引導特別重要。所以NCTM強調數學教師要指揮對談，並把握以下要點(NCTM，1991，p.35)

1. 提出可以引起和挑戰每一位學生思考的問題；
2. 仔細聽學生的主意；
3. 要求學生用說和寫來為他們的主意做澄清和辯護；

4. 決定學生在討論中所導出的那些主意要再深入；

5. 決定何時和如何給學生的主意附上數學的記號和語言；

6. 決定何時提供資訊，何時澄清議題，何時造型，何時引導，何時讓學生自己去與困難搏鬥；

7. 監控學生在討論中的參與和何時與如何鼓勵每位學生參與。

第三，環境。為了讓學生解題思考活動易於滋長和維持，除了教師的引導之外，還需要在數學教室創造有利於「數學創造環」動起來的環境。如此一來，教師才能愈教愈省力，學生才能愈學愈投入。根據Cobb等人（1991）的經驗，數學教室環境的創造有三件事要特別注意：(一)創造真正的數學社會文化小世界。讓全班共識到：數學不是既存的真理，等著學生被動從課本或教師那兒來吸收；數學是經由探索、研究、描述、解釋、猜測、驗證，師生主動討論、批評、解釋、爭辯；分享想法、理念、經驗、和解答來互相建構數學概念及意義。(二)教師和學生在「做」和「談」數學時，要扮演著地位對等的角色。傳統教師和學生在教室地位懸殊。教師是威權，是真理的傳播者；學生只是真理的被動接受者。如此一來，師生之間真正的磋商很難發生。同理，小組內組員之間，若不能扮演身分地位對等的角色，則小組討論常常會被身分較高或成績較好的組員所把持。組內真正的對話和磋商就很難發生，更甭談分享了。(三)建立社會常規（social norms）。為創造探究式的數學教室文化，建立教室社會常規極其重要。例如，在小組討論合作解題，要建立這樣的常規：1. 每位組員的參與是合作學習成功的必要條件；2. 解題人人有責，人人有份；3. 為組員解釋問題或解答；4. 聆聽組員的解說，並認真去了解組員的解釋或說明；5. 企圖對互相衝突的觀念、想法、解答和解法達成共識。全班討論的社會常規有解答的解釋和判定，了解他人的解說，表示同意或不同意，質疑或提出問題等。數學教室內的社會常規並非一成不變，也不是列舉公佈一些規則就會有效。它是要不斷的發展與重建，並在整個班級達成共識。做法之一，可以利用偶發事件經由師生共同討論，達成共識，而成為常規之一。

第四，分析。最後，為了確保教師教學能有效和不斷的改進，教師對自己的教學在問題的設計、對談的引導、教室數學社會文化的創造等三方面要能隨時加以分析，並檢討改進。教師可經由觀察、傾聽、和收集其它有關的資料來評估學

生學習的情形。傳統的紙筆測驗可以測量學生的數學知識，但卻較難測量學生對數學的了解、態度和氣質上的變化。因此，教師除了紙筆測之外，還得經由觀察、晤談、問卷、作業、日誌等多方面的資料來了解學生對數學的了解和態度，使用數學溝通的能力，以及他們對問題、小組討論、和教室常規的反應或意見。經由不同方面、不同方式、不同層次的資料收集和分析，教師可以比較有效的來考慮如何改進問題設計、對談引導、教室數學文化的創造，以使自己的教學更有效果和更有效率。

### 五、目的和理由

本研究的目的是，在台灣的教育環境下，發展符合NCTM標準和社會建構主義理念的教學，並探討這種新式教學的效果及可行性。例如，如何在國中數學教室進行，如何訓練教師，對段考成績，學習興趣，數學能力有何影響？在後段班可行嗎？本研究以國中二年級的數學課，來進行實驗教學。以「問題中心教學」為自變項，預期這種教學不會影響進度和成績。因為討論需要較多時間，但一旦學生真的學懂學會了，就會愈學愈快，所以短期也許會影響進度，但長期而言，應無問題。不會讓成績退步，因為學生學懂學會了，成績只有更好不會更差。學生學懂學會之後，可以預期程度和興趣都會提高。但是，效果好的教學在台灣的環境是不是可行？還得考慮國內的教育環境是否提供了，讓這種教學生存和成長的空間而定。

## 貳、方法

### 一、對象

兩班國二學生及其數學教師為對象。這兩班分別在兩所學校參與兩個不同的一年期研究計畫。王、李兩位教師及其班級的背景資料如下：

#### (一)常態班及王老師

一班47人，男女混合，S型常態班。該班含有較多前段生，是一較優的常態班。這種班級較受關注，升學傾向較高。學校是一大型且學業很競爭的市區國中。

王老師，科班出身的典型傳統教師，任教第九年。令她不解的是上學期教會

的學生，下學期又不會了。該班成績較優，新式教學對她有較多的心理負擔，擔心會影響進度和成績。作者向她保證，問題中心教學，至少不會比傳統差。在疑慮中，她勉強答應。

**(二)後段班及李老師**

一班35人，男女混合，後段班。該班學生程度中下居多，是一較後的後段班。這種班級很多學生早已放棄數學，無人關注，學生不想學，教師教不動。平時上課教師常常得花很多時間於教室管理，難得好好上完一節課。學校是一中型且學業很競爭的市區國中。

李老師，也是科班出身，任教第三年。她曾替某研究生進行含有小組活動的教學實驗，而對小組教學印象深刻。然而，她只依照指示進行教學，並不了解背後的理論和如何設計活動。研究一終止，她又回歸傳統的教學。對本次的教學，她希望能學會自己設計活動。後段班這班的課是她很想逃避的工作，因為她覺得教不動，學生不想聽，也不想學。故新式教學對李老師而言較無心理負擔，反倒是她希望由此來改善她在這一班的教學。她是主動參與教學研究，顧慮少且意願高。

## 二、裝置

一具攝影機於教室觀察和個別晤談時，用來錄下王、李教師的實驗教學過程和晤談內容。

## 三、過程

實驗教學前，王、李教師分別經過六小時的密集訓練，並於第一次段考後開始實施，教師上課時儘可能採用問題中心教學。教學內容和進度，基本上符合學校的規定。

教室觀察和錄影是本研究數據收集方法之一，王、李教師上課時，研究人員則到教室進行教室觀察 (classroom observation)和錄影。學期結束前二週以及段考前一週均停止觀察。每一學期約觀察八到十二次，每次一節課五十分鐘。實驗教學期限常態班為上、下兩學期；後段班為下學期一學期。

教室觀察前本研究人員與教師做課前的溝通，課後並立即進行座談檢討改進。研究人員並定期與教師溝通討論、提供資料、解決疑難問題，例如，問題的

設計、分組和發問的技巧。資料收集包含教室觀察的場記，教學與師生個別晤談之轉錄，段考試題和成績，問卷調查，座談，以及教師的心得報告等等。資料分析包含內容分析，恆常比較。並從教師的教學信念，教學反應，學生的反應及適應情形，段考成績，小組討論，表達和分享等多方面進行比較。

## 四、教學

### (一)教學活動

教學活動，在內容上，以國二數學課本內容為主；在方式上，儘量採用問題中心教學。所以，本研究要求教師儘量少講數學的內容和概念，多讓學生從不同的學習活動或解題活動中來建構他們自己的數學知識。教師主要的工作，不是傳統的講解，而是：1. 選擇問題、活動、或任務給各小組去合作完成；2. 安排分組；3. 引導和促進小組討論、合作解題等活動；4. 排解小組活動所遭遇的困難和障礙，必要時並提供適當的支援和鼓勵；5. 主持全班性之綜合討論；6. 評量小組及個人的表現。

### (二)「問題」之發展

本實驗教學在「問題」的選取或設計上，除了要考慮到如何發展學生的數學功力之外，也得兼顧國內現實環境的限制與需要，例如，統一教材、統一進度、考試競爭。因此，所設計的「問題」也要能幫助學生學好國中現行的數學教材與內容，和能應付學校的考試。所以，研究人員和實驗教師在選取或設計問題時，也儘可能包含了課本中的隨堂練習、習作、或考試常見的問題。

基本上，在設計「問題」時，是以傳統教學效果最差的單元作為最優先的考慮。這種單元通常以概念性的單元居多，例如，函數，次數分配，乘法公式等等。本研究在問題的設計上是採用共同參與的方式。王、李教師先提出以往教學中較有困難的單元，經由討論、設計、再討論、修訂、試教、再修訂的過程來發展。讓實驗教師參與是基於兩項考量：第一，教學時，教師較能活用所設計的問題；第二，教師需要有「發展問題」的經驗和能力。

### (三)教室安排

本實驗教學之教室安排常見的方式有兩種。第一，小組。按Cohen的經驗是以四到五人一組效果最佳。但是國內教室人多空間小，為了留有方便活動的空間，常常採六到八人為一組。討論時小組成員各有任務，分別負責協調、記錄、

報告及準備資料等等。各小組成員在每一次的合作解題活動中所擔負的任務或角色，得適時適切的加以輪換，好讓每位成員都有機會擔任不同的角色。教師則負責觀察和記錄同學們討論的情形與表現，以及協調和提供協助給有困難的小組。通常小組討論約十五到二十分鐘之後，教師叫停小組討論，讓小組代表開始向全班報告小組討論所得。最後，教師主持全班性的討論。在討論過程中，同學之間與師生之間的對談和磋商，提供很多學習的機會。

第二，全班。全班性的活動，通常是開始上課時，教師用來佈置問題情境和輔導同學如何進行合作學習，分組討論。小組活動開始前的說明，小組活動後的綜合討論或檢討，以及每一重要章節快結束前之統整等都適合全班性的活動。

### 五、教師之訓練

首先，與王、李兩位教師密集座談，介紹「問題中心」教學的理論架構和內涵，觀看教學錄影帶，並討論整個教學研究的構想。另外，也提供一些有關的文獻資料，給這兩位教師研讀參考。

在實務輔導方面，開始採密集輔導，研究人員每週一到三次到數學教室進行教室觀察，並於課前和課後與實驗教師進行概念溝通，問題討論，教學檢討，必要時並提供她們適當的支援和協助。並定期每二週一次的研究工作會議，綜合討論過去二週來所遇到的問題，並規劃和討論未來要進行問題中心教學有關的問題，例如，問題設計，分組要領，如何鼓勵小組合作解題，如何改進引導技巧，特別是問話和答話技巧要能維持和促進學生的解題和對談活動，以及如何分析自己的教學效果等等。

## 參、結果與發現

### 一、教學效果

本研究之教學，初期，教師和學生對「問題中心」教學持著懷疑和排斥的態度。二、三週之後，教師和學生開始經驗到經由新式教學所帶來學習的興奮與樂趣，教室氣氛開始活轉過來。到了末期，王、李兩位教師及大多數學生皆能認同和接受問題中心教學。本研究初步發現問題中心教學，對段考成績，數學能力，學習興趣，學習機會等，無論是常態班或後段班，皆有顯著的改善。

**(一)段考**

較優常態班較在乎成績。實驗教學初期，王老師擔心一節課只做三、四個問題，如此下去，學生學得少，練習得少，考試怎麼辦？作者勸她不用擔心，問題中心教學學得少但學得好，練習少但程度高。如果她仍不放心，可以平時儘量採用問題中心教學，但段考前一、二週任由她自己去決定要如何教。作者並預言問題中心教學把學生程度提高了，再加以「惡補」效果會更好。六週後的首次段考，王老師急著給學生考前加強講解和練習，並著實給學生「惡補」了一番。結果，該班成績大進，全年級四十多班，排名由原來的第十名躍升為第三名。王老師如釋重擔，覺得興奮又意外。她說沒想到會考那麼好。她還說全班學生興奮開心極了。學生好像突然間對他們自己充滿信心又神氣。後來，王老師表示採用問題中心教學，即使考前不給學生「惡補」，成績也不會太差，能穩定在某一水準。

李老師的後段班程度較差。實驗教學前，該班的段考成績全班只有一人及格。該班學習意願低落。但自從採用問題中心教學之後不久，沈悶的教室氣氛奇蹟式的活轉過來，學生顯現出很高的學習興趣和熱烈的學習反應。六週之後的段考，成績略有進步，及格人數增至四人。再過六週後的段考，成績進步顯著，及格人數暴增至23人（佔66%）。李老師表示，後段班學生很多早已放棄數學。所以無論數學題目出得多簡單，他們很難考出好成績。但是自從採用問題中心教學之後，很多學生慢慢恢復對數學的興趣，所以考試成績愈來愈好。

總之，根據王、李兩位教師的觀察和實際段考成績之結果，問題中心教學可以維持學生的考試成績，甚至愈來愈好。

**(二)學習的發生：行動、解題、對談**

1. 教學實錄

傳統講解教學最大問題是教師講學生聽不懂，後段學生更是學不來，以致國中的數學教學經常是課上了，但無學習發生。然而，採用問題中心教學之後，情況就大為改觀。本研究發現後段班的學生一樣可以學習數學。以下摘取李老師問題中心教學實錄中的一段，來說明數學學習實際在後段班教室發生的情形。

於「次數分配」單元，李老師讓學生分組去 "丟銅板" 並紀錄正面出現的次數。 "丟銅板" 和紀錄正面出現幾次，每一位學生都會做。以這些具體 "丟銅

板" 的行動經驗為基礎，經由小組合作解題，師生之間與同學之間的對談或社會磋商，來建構抽象的「次數分配」概念。教師和學生共同擁有 "丟銅板" 經驗，更是日後全班師生溝通「次數分配」概念的基礎。

十一點上課開始。全班分成六組，每一組六至八名學生。教師給各小組的問題是：「投擲四個十元硬幣30次。觀察並記錄出現0、1、2、3、 4次正面的次數？」各組一邊 "丟銅板" ，一邊派組代表上臺，把擲得的結果填入黑板上的表格中。頓時教室洋溢著興奮熱鬧的談話與 "丟銅板" 的聲音。各組組員忙著去完成自己的任務， "丟銅板" 、記錄、上黑板劃記。約十分鐘之後，各組完成任務，得到下表：

| | | 組別 一 | 二 | 三 | 四 | 五 | 六 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 正面 | 0 | 4 | 2 | 0 | 1 | 1 | 3 |
| | 1 | 5 | 7 | 10 | 9 | 9 | 6 |
| | 2 | 13 | 10 | 13 | 12 | 14 | 8 |
| | 3 | 6 | 11 | 7 | 8 | 4 | 9 |
| | 4 | 2 | 0 | 0 | 0 | 2 | 4 |

11:13 T:好，我們來看一下，這個表在做什麼？

一次投擲四枚硬幣，硬幣的人頭是正面還是反面？

S:正面。

T:後面呢？

S:反面。

T:(T示範) 像老師這次投擲，正面兩個、反面兩個表示要填在那一格？(T轉向黑板的表格)

我們看第一組，正面出現有4次、5次、13次、6次、2次、

11:14 加起來有幾次？....都30，有沒有那一組沒有30的？....

我們看一下黑板上的表....有沒有那一組頭尾都是0 的？

S:第三組。

T:第三組出現什麼面的時候最多次？

S:兩面。

T:兩面。那第二組呢？三面對不對？第一組呢？

S:兩面。

11:15 T:第四組呢？

S:兩面。

T:第五組呢？

S:兩面。

T:第六組呢?

S:三面。

T:OK，所以剛剛大家投擲的結果，不是兩面就是三面。那老師現在有個問題，你硬幣投擲上去再掉下來，一定會呈現兩面都是正面嗎？

S:不一定。

T:不一定....有沒有可能都沒有正面？

S:有可能。

T:有可能....所以這只是說當投擲很多次的時候，出現兩個正面的機會會比較多....OK，這個表叫什麼表？

S:次數分配表。

如此以經驗和語言為基礎，經由教師和學生的社會磋商來建構次數分配的概念及其意義。所以，學生的學習是在一連串的行動、解題、對談中發生了，而且是以一種不斷演化的方式在成長。至於常態班的實驗教學情況，大致與後段班相類似。不同的是，與後段班比較，常態班通常討論步調較快，抽象層次較高，內容較豐富、較多樣化、和較深入。

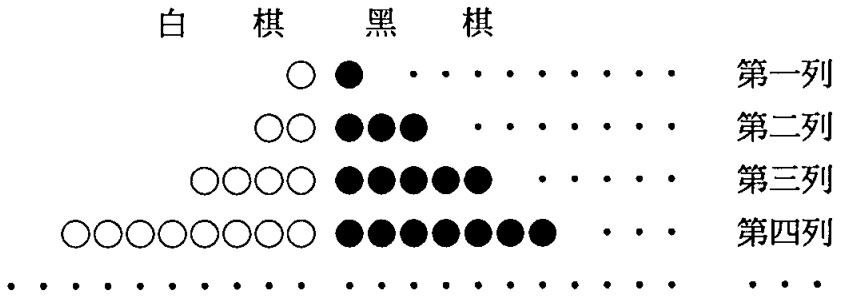
2.佳佳（假名）

NCTM在標準中呼籲要讓所有的學生，發展他們的數學功力至卓越。根據本研究的發現NCTM的標準不是不可能實現的夢想。李老師在她教學實驗的後段班，就發現一位普通學生學習成功的案例，佳佳。此一個案初步反映合乎社會建構主義的教學，可以提供學生較好的學習機會，有助於學生數學功力的發展。以下是李老師在她的期末報告中對佳佳的一些描述：

佳佳：三次段考的成績依序為：50，68，100。 實驗教學前，佳佳只是班上一名中等程度的學生。在實驗教學的第一個月，佳佳的表現，以記背資料為主，

無法解釋為什麼，因為她不了解其中所涉及的數學概念。二、三個月後，佳佳能夠主動參與小組討論和教導組內的同學，也能夠較主動和較有系統地表達她自己的想法。後期，當老師反問她觀念和公式的由來時，既使是很久未復習的概念，她也能娓娓道來且頭頭是道。自從李老師在班上採用問題中心教學之後，佳佳開始會在家裡研讀數學功課，查資料，甚至到校請教同學和教導同學。

以下舉一數學問題，來說明佳佳數學功力或高階思考能力發展的情形。




問題：今有黑、白棋子一堆，小明把它們排成上面的形狀。請問：

(一)黑棋是怎麼排的? 白棋是怎麼排的?

(二)若依照你在（一）中所說的排法，那第十列的黑棋有多少枚? 白棋有多少枚?

(三)前十列黑、白棋共有多少枚?

在實驗教學初期，佳佳只會記背，代公式求答案，當然她會代錯公式。但是到了末期，她不再只是會記背公式而已，她會分析、解釋、應用、溝通等高階思考能力。她能分析黑、白棋之不同排列，能分辨出黑、白棋適用的公式及其由來，能清楚辨別數列和級數的運用，能舉出其他的例子，和教會別人。

從以上的教學實錄和佳佳個案可以看出，問題中心教學，不但不會讓學生打瞌睡，還可以讓學生在輕鬆愉快的氣氛下學到真正好的數學。這印證了社會建構主義的主張，學習發生在「做」與「談」之間。同時也印證了NCTM的主張，所有的學生均能用數學來思考，後段學生也不例外。

總之，從上述段考成績、學習興趣、高階思考能力、學習機會四方面來看，問題中心教學有助於段考成績的改善，學習興趣的提高，高階思考的啟迪，而且讓更多學生獲得學習數學的機會。初步而言，問題中心教學是相當有效的教學。

## 二、教師訓練：難題與解決經過

影響教學的因素很多，改變教師教學的因素更是複雜。在認知上包含教師的數學知識、教學知識、數學教學知識的改變與發展。在情意上包含了教師信仰、價值的調整。因為情意和認知常常是互相影響，很難分開處理。所以本研究之教師訓練是針對教師在上述領域中的需要，進行統整式的短期密集訓練和長期追蹤輔導。本研究之教師訓練是仿PCDC模式，採問題中心策略，即，訓練或輔導時以教師可能或已經遭遇的教學「問題」為中心，讓教師和研究人員經由合作解題討論磋商表達分享的方式來解決教學問題和訓練教師。長期追蹤輔導是採取定期或不定期的方式來進行。以下是本研究在教師訓練的過程中遭遇的若干重要問題及其解決的經過。

實驗教師採用問題中心教學所遭遇之困難，在初、中、末期有所不同。教師的困難初期是心理障礙的克服，中期是技術的熟練，末期是層次的提高。

### (一)心態調整：信仰與價值

傳統以絕對主義和行為主義取向的講述教學和社會建構主義取向的問題中心教學，在理念、信仰、價值上有很大衝突。實驗教師首先要面對的難題是調整心態以化解教學理念上的衝突。傳統教師習慣威權，要學生聽話；相信數學知識是絕對的真理。所以，在學習上師生迷信「快、多、對」，重視「數字：分數、名次、升學率」。相對的，問題中心教學的教師心態要民主，要尊重學生的想法；認同知識要有的意義，要說得通；學生要敢於表達自己的見解和想法；在學習上相信「有意義才重要」，重視「了解、創造思考、層次的提高」。

傳統教師迷信教學要又快、又多、又正確。以致教師長期受制於教學進度和成績競賽，不敢稍有鬆懈。這種心態一時很難調整。只有當實驗教師看到學生在學得慢，學得少的情況下，學生段考仍然考得不錯時，才敢比較放心的慢下來、少下來。傳統講述教學是要教師講學生聽；問題中心教學反而要教師少講，多聽學生如何想和怎麼說。經由師生之間和學生與學生之間的對談，來建構數學概念及其意義。基本上教師要從權威心態調適成民主心態。在這一點上兩位教師反應很不一樣。王老師是比較權威傾向的教師，她不喜歡學生上課講話，她要學生多記、快學、考高分。雖然經過多次的輔導、溝通、和建議，王老師表面上會儘量

與本研究者配合，例如，讓學生討論，走下講台巡視學生，和學生討論。然而若無研究人員在場，她常常會回復到傳統的教學。

相對的，李老師是比較民主傾向的教師，重視學生的了解和感受，鼓勵表達意見，和傾聽學生的想法。當她採用問題中心教學，首次看到學生表達意見，她感到驚訝和興奮。她說想不到她的學生是那麼的聰明，能夠提出很多很好的意見。李老師很重視且喜歡研究人員提供教學改進的意見，並對建議認真嘗試和執行。她認為研究者當場觀察及課後立即討論指導，幫助最大。

**(二)引導對談：輔導、鼓勵、創造數學文化小世界**

教師的另一個煩惱是小組討論和表達分享時，學生不講話。這種現象在初期是很自然的現象，因為我們的學生從小就被要求上課要安靜不要講話。突然要讓他們講話，除了少數較活潑的學生之外，大部分的學生會習慣性坐著聽少數幾位學生說話，自己則不說話。學生不說話的原因頗為複雜，有些是怕說得不好會出醜，有些是無話可說，有些是怕同學說他們愛出風頭。總之，學生在長期權威的環境下成長，很多學生缺乏基本的民主素養和表達的技巧。很多學生不知道如何表達自己的意見和想法，也不懂得如何尊重別人發表意見或分享他人的經驗和想法。

雖然教師可以給學生一些適當的輔導和鼓勵，但是第一次開口總要一些勇氣。因此，在初期一些啟動學生開口的獎償措施有時是必要的，例如，用貼紙或記點加分；適當的組間競爭，也會增加討論的氣氛。但是更重要的是，問題要能夠引發學生的興趣。所以，問題背景要生活化、程度要難易適中、具開放性和挑戰性。老師的態度也很重要，鼓勵、民主、尊重、保持中性，不輕易做價值判斷。其實，多數學生很快就能適應，也很快就能在討論中得到樂趣、成就感、和自重感。常常是開始時同學們為著外在誘因在說話，到後來學生就不再那麼在意外在的獎與賞了。總之，當教室內的數學社會文化小世界創造起來之後，地位對等的對談或討論就成為數學教室文化的一部分。至此，教師的問題中心教學就會開始漸入佳境，愈來愈輕鬆、愉快、自在與自如了。

**(三)數學「問題」：發展、類別、困難**

當實驗教學經得起學校段考的考驗之後，實驗教師才會比較不會去擔心教學進度、考試成績、和小組討論佔用太多時間的問題。此時，教師才發現真正的難

題是數學「問題」的抉擇，因為目前為傳統教學而設計的課程很難直接適用於新式的教學，且坊間能夠找到可用的教學資源又非常有限。然而，依賴研究人員常常緩不濟急。加之，教學情況變化萬千，研究人員事先設計好的問題有時未必實用。數學「問題」的設計是教師遲早要面對的問題。本研究是採取研究人員和實驗教師合作發展的方式，目的在培養教師抉擇和設計「問題」的能力。

其實，可供小組討論的數學「問題」來源廣泛，以本實驗教學所使用過的問題來看，大致可以分成三類：（一）傳統的問題：考試型或有標準答案的問題。這類問題差不多都可以從教科書，習作，或坊間參考書中取得。例如，因式分解和解方程式的問題；(二)簡單開放性的問題：敘述簡單、有關概念、且無固定答案的問題。例如，討論何謂恆等式？何謂方程式？並舉例說明；猜猜看我們為何需要因數分解？因數分解有那些方法？這些方法如何應用到因式分解？一直線將平面分成幾部分？又如何用數學式子來表示？（三）統整性的問題：跨學科或概念整合等比較複雜的問題。例如，「線段AB有多長？」的問題，是要學生經由實測、討論、並比較在表示測定值時數學方法和科學方法有何不同。

初期教師所設計或選取的問題常常離不開參考書的範圍，故以第一類問題居多。但這類問題常常會把小組合作解題轉化成小組教學，變成小組成員中會的教不會的。這種小組教學不合問題中心教學的精神。因為小組教學本質上還是傳統講解傳輸式的教學，不同的只是教師換成較能幹的學生而已。小組教學缺少社會建構主義所主張的溝通、討論、磋商。王、李兩位教師經過幾次課後當場與研究人員討論之後，在設計或選取的問題會趨向較生活化、趣味性、開放性，即，第二類開放性的問題會增加。例如，李老師設計的問題：西元3000年，你預估人類能活到多大年紀，理由是什麼？像這種問題比較容易引發學生的想像力和熱烈的討論，同時也能讓更多的人有參與討論的機會。

教師對前兩類，傳統和簡單開放性，「問題」的選取或發展較無困難。但對第三類較複雜的統整性問題，則需要較專業的人員來設計提供。若有現成的「問題」可供教師參考選用，教師通常樂於使用。反之，若無現成的「問題」，教師通常會自然回歸到傳統教學，或採用前面第一、第二類型的問題。

然而，無論上述三類問題中的那一類，要數學教師獨自去選取或設計，皆非易事，因為教學資源缺乏，學校考試頻繁，教學負擔沈重。尤其，受傳統教育的

教師對數學認知層次不高，以內容和技巧為主。以教師目前的狀態和處境，如果要要求他們去設計或選取具有較高層次思考的問題，其困難不難想像。

由此可見，如果數學課程內容、教法、和評量本身就能以問題中心教學來設計，會讓教師比較容易，也比較願意採用問題中心的教學。然而，更根本的是要提高數學教師對數學知識的了解層次。傳統教育所培育出來的教師，一般對數學知識了解的層次較低，對數學本質的了解有限。因此，如果教師的數學認知層次不提高，既使有了現成的「問題」，教師也可能因不了解「問題」的用意或背景，以致誤用或不用那些現成的「問題」。所以，未來師資培育的「教育學程」，以及供在職教師進修的「進修課程」，兩者在內容的改造和教學品質的提升特別重要。

## 三、教學環境

目前的學校教學環境有許多不利於問題中心教學施行的地方。第一，課程。現行的教材是為傳統講述教學設計的，較少適合小組討論合作解題的現成「問題」，導致教師還得花費許多精神和時間來設計和選取「問題」。第二，硬體設備。學校罕有為討論而設計的教學場所或設施。目前教室小學生多，又無其它討論教室可用，每次分組討論，就顯得擁擠吵雜。老師巡視小組活動，甚至連要走過去都有困難。目前的班級規模和教室設計，很少考慮到提供給學生討論活動的空間和環境。第三，行政體制。學校行政保守，威權管理，辦學以升學為主，重視成績競賽，要求教室秩序安靜。教師教學常常惡性競爭，補充很多教材，增加很多考試，催逼學生，使得有心嘗試改進教學的老師，缺乏發展的空間。第四，校園文化。很多學校辦學如辦補習班，只重視前段學生和升學，不問學生懂不懂，學習快不快樂，所學是否有意義。後段學生因對升學率幫助不大，即使你把後段班教好、教會，也無人在乎。何況大家都用慣了傳統講述法教學，習以為常。第五，評量。學校參考書式的考題，崇尚記背，對問題中心教學所重視的高階思考能力是一種無情的打擊。傳統考試很自然會把學校教學逼上傳統教學之路。然而，上述這些限制，並非都是不可改善的。如果未來在課程、硬體設備、行政體制、校園文化、評量等多方面配合，則問題中心教學會有很大的發展和存活的空間。

## 肆、結論與建議

綜合本研究在國中發展問題中心教學的經驗和結果，本研究有以下八項結論與建議：

### 一、台灣的教學改造極具發展空間

根據本研究的經驗和結果初步顯示，台灣的教師一樣可以用「問題中心」教學來上課；台灣的學生一樣可以適應「問題中心」教學的方式來學習。問題中心教學在台灣一樣可以引起學生學習興趣、提高學習成就、改善教室學習氣氛。這顯示符合社會建構主義的「問題中心」教學，在東方的文化社會一樣有效。我們特有的「升學壓力」和「教學進度」並未如想像中的那麼不可抗拒。它們帶給教學改造上的顧忌和限制，可能是心理因素大過於實質的影響。它們可能是教師們不想改變長久養成的教學習慣，或害怕因求變失敗後可能帶來的挫折，而不願意去嘗試的藉口而已。

### 二、是學生「壞」？還是「教學」不合適？

傳統講述教學常常是「教師滔滔講課，學生昏昏欲睡」的局面。教師也常抱怨教了半天，學生還是學不會。其實，大多數學校的教學，常常是「有上課，沒學習」。這種情形在後段或程度較差的班級特別嚴重，也最容易發生。因而，造成大家對後段學生的刻板印象：不想學，學不來，不可教。然而，根據本研究之經驗，只要提供後段學生適當的學習環境和機會，他們一樣學得好，一樣學得來，一樣喜歡學習。他們放棄數學經常是在傳統講述的教學下，缺乏溝通討論的機會，造成學習經常沒有發生，以致學不好，學不來，跟不上，最後只好放棄。所以，真實的情形，可能是學生被逼放棄學習在先，自絕於學習在後，而非學生一開始就不願意學習，放棄學習。教師教學應如牧羊人，不放棄任何一隻羊；不該如選美，只挑選前面的少數。當然，要做到不放棄任何一個學生，教師最重要的不是教得更賣力，而是要教得更有智慧，即，採用更自然、更合適、更有效、更愉快的教學方式來教學。

## 三、「常態班 + PCDC」應為未來國中教學的主流

傳統教學無法解決常態班能力參差不齊的教學問題，加上國內升學壓力大，逼得很多學校或明或暗或早或晚實施能力編班。其實，能力分班的功用只在應付升學考試，不在也不能解決教學問題。君不見，在能力分班的措施下，前段生只會考試但程度差又興趣低；後段生則淪為被「放牛」的命運。再者，傳統教學加上能力分班其實是在有系統的製造「壞」學生，和製造社會問題。因為學生從小被分成「好」和「壞」兩個不同的族群，他們少有往來，更無合作學習和解決問題的機會。以後進入社會更不知如何合作相處，很多社會問題源生於此。再者，從社會建構主義的觀點，常態編班的教學有助於學生有意義的學習，因為客觀知識要被了解必先社會化，而愈異質性的教室愈能提供愈不一樣的觀點和經驗而有助於客觀知識的社會化。所以，在國中階段能力分班這種隔離式的教育，對學生的學習是有害的。根據本研究的經驗，問題中心的教學有利於化解常態班教學的問題。讓不同程度的學生在一起小組合作討論解題，所有學生均受惠，因為程度較低的學生有學習、模仿、和討教的對象；程度較好的學生也可以從程度較低的學生身上學到許多不一樣的東西，甚至常常會在表達分享或助人的過程中對知識有更深的體會和了解。未來台灣教育改革應著重在教學品質的提升，例如，推廣PCDC教學讓學生從「做中學，談中懂」，也讓教師愈教愈好，進而提供更多、更好、更愉快、更有效的學習機會給學生；而不是如目前「填鴨」、「馴獸」或「放牛」的教學（張靜嚮，1994），教師和學生均無樂趣也不堪其苦。傳統教學學生學習常常沒有發生，學生學不到東西，自然問題叢生。所以，要根本改進國中教育問題，首要措施是要讓學生學到東西，即，讓學習在教室內自然且愉快的發生。因此，常態編班配上問題中心教學應是未來國中教學改造的基本方向。

## 四、問題性質和教師態度決定教學成敗

雖然台灣學生不習慣討論和表達，但是只要「問題」合適和教師態度夠民主的話，學生很快就會討論起來。學生表達在初期或許會比較生澀，但是，學生很快就會愈說愈好。合適的「問題」是要夠開放、夠生活化、難易適中、具適當的挑戰性。教師態度上對學生的討論要能保持適度的關切和中性的態度。以「邀請」代替命令或指定，來引導學生參與討論或表達。教師對學生的意見儘可能保

持中性聆聽；是非對錯好壞，讓同學們自己去判斷。教師的價值判斷最很容易中止或辭退學生的反應。因此，合適「問題」的開發和教師「民主態度」如何養成有待進一步的探討。

## 五、PCDC教學人人可學

PCDC教學無論在理念、方法、目的上均與傳統教學很不相同，兩者是處在兩個極端。台灣絕大多數的教師是在傳統教學方式下長大，不覺得傳統講述練習有何不妥，而且整個大環境，也是人人如此教學。要教師突然轉個一百八十度，從事非傳統的教學，教師的第一個反應是半信半疑，擔心教學進度，擔心考試成績，擔心上課太吵學校會講話，擔心教得太少不安心。其實，教師只要願意調整心態，學習較有效的教學理念，發展較有效的教學技巧，例如，如何選取數學「問題」？如何分組？如何引導小組合作解題？如何主持全班討論？根據本研究的經驗問題中心教學是每一位教師都可以學會的技藝。只要教師有心，就可以學得又快又好。學不好的教師通常是對改進教學採取比較被動的心態，本身依舊堅守權威，重視成績和「聽話」。反之，學得比較好的教師是對改進教學採取比較積極的態度，會主動去發現問題，會主動去不斷嘗試，比較重視學生了不了解，學習快不快樂。所以，台灣教師的信仰和價值觀的問題值得深入探討。

## 六、教師訓練課程要完全，且理論與實際要並重

基於本研究之經驗，未來短期的在職教師訓練課程重點宜包含數學與數學教育哲學、數學教學原理與教學策略（特別是PCDC）、數學教學觀摩與微試教。教師在採用問題中心教學，以心態上比較民主傾向的教師比較容易接受，進步也較快。教師通常在初期只是學到一些表面的形式，例如，給學生問題，讓學生分組討論；但不知如何選取適當的「問題」，也不知如何引導學生的討論。此時，教師最需要有人給予即時又適當的指導和支援，否則教師會自動回到傳統的教學。在經過幾次當場指導之後，教師很快就會笑容滿面，興奮異常，因為學生熱烈的討論。學生精采的表達，會讓教師突然發現原來學生並不笨；他們是蠻聰明、可愛、和多才多藝的。教師訓練必須理論與實際並重。如果只有理論，教師要應用理論到教學上會技術性的困難。反之，如果只偏重實務，則教師只會模仿不會變通和應用。外來的幫助一終止，教師常常無法繼續。最後，又回復到原來的傳統

教學。讓教師觀看自己教學的錄影帶，有助於教師自我反省和增加改進教學的機會。比較理想的教師訓練方式是用以教學問題為中心，經由小組（最好含有研究人員）討論，找出癥結所在並擬定新的教學方案，再進行教學，再討論，如此反覆進行。最重要的是教師要有解決自己教學問題的能力、技巧、和認知。

至於，未來長期的師資培育，基於本PCDC教學模式的觀點，未來職前教師的「教育學程」和在職進修的「進修課程」之設計，應慎重考慮以發展教師的教學功力為目標，也即，未來教師在如何設計任務，如何引導學習，如何創造學科社會文化環境，如何進行教學評量要有基本的素養。因此，在未來的「教育學程」和「進修課程」可能要特別重視能包含有涉及四項要領：任務、引導、環境、分析等有關的學科。例如，在任務設計素養方面，除了傳統基本的的一些數學專業科目之外，應包含有數學史和數學哲學。在引導方面，教師除了傳統的教育心理之外，還要有數學教學原理與策略、社會心理學、和一些基本的輔導素養。至於，環境和分析兩項素養上，是傳統師資培育課程最弱的部分，宜特別注意。因此，有關數學文化、語言、與社會，以及教學評量，特別是合乎社會建構主義的評量的學科要儘量包含。另外，科技在教學上的利用也不容忽視，例如，電腦和媒體。總之，教育學程和進修課程結構要完全，不宜偏廢。最後，只有完全的課程，而無實質的教學配合也是空的。因此，在教學上要儘量採用PCDC教學模式，讓理論與實際相配合。

## 七、數學「問題」的抉擇

實驗教學初期教師最擔心「考試」和「進度」，而對問題中心教學有所懷疑和排斥。只有當學生經得起學校段考的考驗之後，教師對問題中心教學才較放心。此時教師關注的焦點開始從考試和進度轉向如何為學生設計數學「問題」。教師抉擇數學「問題」最大的困難是不了解數學的本質，不清楚數學課裡要學生學習的重要數學概念是什麼。學校大多數的教師只是隨波逐流，以讓學生會做參考書中典型的考題練習為教學目標。換言之，教學是停留在內容和技巧的層次上打轉。例如，教材中的正變、反變是為了給後面函數的學習提供具體的例子。但是，一般教師常在每個單元照著參考書隨意的加深、加難，鑽牛角尖。師生忙著在解題技巧上下功夫，完全忽略函數本質的了解和把握，以致造成教師在抉擇數學「問題」上，有目標迷失的困擾。此等數學認知上的障礙一旦突破，教師在選

擇和設計題目上的困難和壓力就會大為減少。在「問題」的抉擇上，除了題目要符合數學概念的本質之外，問題的生活化和開放性也很重要。生活化的問題容易引起學生的興趣；開放性的問題則能提高讓各種不同程度和性向的學生有參與的機會。最後，問題的形式和難易度也要注意，前段班比較喜歡較抽象、較難、較挑戰性的問題；後段班則比較適合使用比較簡單和具體的問題。不同性質的班級或學生對問題也有不同的需要（柯怡君，1994）。所以，教師在抉擇問題時要考慮到數學的本質以及學生的特性與需要。

## 八、行政支援與課程配合

理論上，教師是可以在現有的教學環境下，力求教學改造。然而，若無客觀環境的配合，教師在繁重的教學壓力下，還得再額外挪出許多心力來設計教材、問題、和評量，同時也得再挪出另一份心力來與現實的環境搏鬥，例如，去說服學校容忍學生討論時的聲音，去說服學校和家長緩和對成績的催逼。在如此孤單無援，成敗未卜，又困難重重的教學環境下，不禁令人懷疑會有多少教師，還有願意，還有勇氣，還能堅持，去嘗試教學的改進。如果未來新的課程能配合，學校行政能支援，有問題或困難也能求助有門的話，則未來教學改造成功的機會會更大，效果會更好。至少，也要做到願意嘗試教學改進的教師能得到適當的支持，做得好的教師能得到合理的鼓勵和認同。否則，最後連願意嘗試，想改善教學的教師也只有隨波逐流，過著較無生氣、較無希望、較有校園暴力威脅的教學生涯。

綜合言之，問題中心教學在台灣是有效、可行且值得推廣的，但是需要許多方面的配合才有存活的空間，例如，求助與支援單位，課程與評量、學校環境、教師培育與訓練、教學資源、教學目標和理念等等。問題中心教學是一種符合社會建構主義的教學。它對所有的學生，所有的學科均有效（Wheatley，1989）。最後，給有意嘗試PCDC教學教師的建議是PCDC的目標，對學生而言是發展他們的數學功力，對教師而言是發展教師的數學教學功力。因此，PCDC教學的學習是一不斷成長演化的歷程；它至少包含有「知道、了解、精通、隨心所欲」四個不同的階段，而非只是「會不會」或「知不知道」的問題而已。

## 誌 謝

本文得以完成要感謝國科會專題計畫 NSC 82-0111-S-018-009，和教育部專案在教學研究上的贊助；師長郭重吉教授在寫作初期的鼓勵和建議，同事張惠博在編輯上的幫助；總編輯林福來教授在投稿過程中的勉勵，審查先生在文章修改上的寶貴意見。當然，還有許多需要感謝的人，例如，協助本研究的學校和參與本研究的所有成員等，在此不便一一列舉。總之，由於許多人的合作、投入、付出、支持、鼓勵、和幫助，本研究才得以順利完成。謹此，一併致謝。

## 參 考 文 獻

1. 王亢沛、王佩蓮、王美芬、林顯輝、施　河、施正雄、柳　賢、張英傑、張靜譽、郭重吉、黃世傑、劉廣定(1993)：《教育部中小學科學教育第一、第二期中計畫評鑑報告(上、下)》。
2. 呂溪木(1985)：＜從國際科展看我國今後科學教育發展的方向＞，科教中心：《科學教育論叢(二)》，頁97-103。
3. 柯怡君(1994)：《以問題為中心的數學教學策略在資優班與普通班實施之比較》，國立彰化師範大學科學教育研究所碩士論文。
4. 張靜譽(1994)：＜不會讓學生打瞌睡的教學策略＞，《菁莪季刊》，20，頁2-17。
5. 張靜譽、念家興譯（1992)：《數學教學方法》。九章出版社。
6. 郭重吉(1992)：＜從建構主義的觀點探討中小學數理教學的改進＞，《科學發展月刊》，20(5)，頁548-570。
7. 楊榮祥(1993)：＜我國受試學校教師對於國際學童數理教育評鑑結果的反應--IAEP結果討論座談會實錄＞，《科學教育月刊》，158 期，頁27-47。
8. 甯自強（1993)：＜國小數學科新課程的精神及改革動向——由建構主義的觀點來看＞，《科學教育學刊》，一卷一期，頁101-108。
9. Cobb, P., Wood, T., Yackel, E., Nicholls, J., Wheatley, G., Trigatti, B., Perlwits, M. (1991). Assessment of second- grade mathematics project. Journal for Research in Mathematics Education, 22, 1, 3-29.

10. Cohen, E.G. (1986). Designing Groupwork: Strategies for the Heterogeneous Classroom. New York: Teachers College Press.
11. Ernest, P. (1991). The Philosophy of Mathematics Education, London: Falmer.
12. National Council of Teachers of Mathematics (1989). Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
13. National Council of Teachers of Mathematics (1991). Professional Standards for Teaching Mathematics. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
14. National Research Council (1988). Everybody counts: A report on the future of mathematics education. Washington, D.C.: National Academy Press.
15. Romberg, T.A. (1992). Problematic features of the school mathematics curriculum. In P.W.Jackson (Ed.), Handbook of Research on Curriculum, 749-788. New York: Macmillan.
16. Thompson, A.G.(1992). Teachers' beliefs and conceptions: A synthesis of the research. In D.A. Grouws (Ed.), Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning: A Project of the National Council of Teachers of Mathematics, 127-146. New York : Macmillan.
17. Vygotsky, L.S. (1972). Thought and Language. Translated by Eugenia and Gertrude Vakar. The MIT Press.
18. Wheatley, G.H.(1991). Constructivist perspectives on science and mathematics learning. Science Education, 75, 1, 9-21.

# Practicality of Implementing Problem-centered Instruction in Taiwan: Summary of Two Project Teachers in Eighth-grade Math Classes

**Ching-Kuch Chang**
Graduate Institute of Science Education, National Changhua University of Education, Changhua, Taiwan, Republic of China

**ABSTRACT**

This article summaries the experiences of two project teachers attempt to implement problem-centered instruction in junior high mathematics classes. Two eighth-grade classes, average and below average students, in two schools participated in two different one-year projects in which instruction was generally compatible with social constructivism in the genesis of mathematical knowledge, and the recent recommendations of NCTM Standards (1989, 1991). The findings indicated that students' mathematics achievement and mathematics attitudes were improved. The climates of the class rooms came alive. The project teachers and students' attitudes toward the problem-centered instruction changed dramatically from negative to positive. Finally, the practicality of implementing problem-centered teaching strategies in Taiwan is discussed.
**Key words:** Mathematics teaching; Problem-centered; Social Constructivism.