科學教育學刊
1998, 第六卷第一期， 81-94

EJ51-1998-81

屬性化概念圖的模糊評量

張國恩[1] 林水成[1] 潘宏明[2] 陳世旺[1]

[1] 國立台灣師範大學 資訊教育研究所

[2] 國立花蓮師範學院 數理教育系

（投稿日期： 87 年 1 月 19 日，接受日期： 87 年 4 月 14 日）

摘要： 一張概念圖是由許多命題 (propositions) 所組成，而每個命題包括兩個概念 (concepts) 及他們之間的聯結語，因此一張概念圖描述著某一知識內容中概念間的相互連結關係。然而不同的概念與聯結語在一知識主題 (knowledge domain) 中扮演著不同的角色，其重要性當然會有所不同。因此本文提出一種屬性化概念圖 (attributed concept map) 的觀念，也就是對概念圖中每一概念及聯結語給予一權值代表其重要性。假設專家或老師已經建構好一張屬性化概念圖，我們稱它爲專家概念圖。我們提出一種以模糊集合理論爲基礎的評量方式（或稱模糊評量），將學生建構的概念圖與專家概念圖比對，來評估學生對某一知識主題的了解程度。實驗顯示以屬性化概念圖爲主的模糊評量在合理性、穩定性上均有顯著的改進，結果也顯示此方法是可行的。

關鍵詞： 概念圖，屬性化概念圖，模糊評量。

前　言

近年來，認知心理學者 (Anderson, 1983; Rumelhart & McClelland, 1985) 在對人類知識表徵的探討中，提出了許多知識儲存的模式。這些模式可以幫助我們理解知識在人腦中是如何地儲存與運作，以及如何地學習，分析與整合 (Goldsmith *et al.*, 1991; Johnson *et al.*, 1994)。知識表徵 (knowledge representations) 大致可分爲三類 (Rumelhart & Norman, 1985)：

1. 命題式 (proposition-based)，
2. 類比式 (analogical-based)，以及
3. 程序式 (procedural-based)。

由於類比式及程序式的知識表徵均可以轉化成命題式表徵 (Paivio, 1986)，因此，以下我們將以命題式表徵作爲本研究的主要探討對象。

在命題式表徵方式中，概念圖爲知識描述的一種重要工具。概念構圖 (Concept Map) 最早乃由 Novak 在 1971 年左右在 Cornel 大學研究兒童科學概念改變歷程時所提出。當時 Novak 等人鑑於對兒童晤談時所收集的到的資料十分龐雜而難以整理，於是構想出概念構圖的技術，一方面可以記錄兒童知識現狀，一方面可以看出其變化情況 (Novak, 1990)。雖然概念構圖提出至今已有二十多年的歷史，但其在科學教育的教學、學習與評量上的應

用，一直深受研究者的肯定，近幾年來的研究有 Herl, Baker 和 Niemi (1996); Markham, Mintzes 和 Jones (1994) 等。

一張概念圖是由許多命題 (propositions) 所組成，而每個命題包括兩個概念 (concepts) 及他們之間的聯結語，因此一張概念圖描述著某一知識內容中概念間的相互連結關係。例如：在描述「恆溫動物在體溫高時會增加散熱，減少產熱」，其概念圖可繪成如圖 1 所示。過去許多的研究人員在架構他們的概念圖時，常假設其中的概念與聯結語具有相同的重要性，但是我們知道一概念或聯結語在一知識主題中扮演著不同的角色，其重要性當然會有所不同。爲了區分各概念與聯結語的不同重要性，我們在概念圖中的每一個概念節點與聯結語賦予一不同的權值 (weight) 以顯示概念與聯結語在知識主題中的重要性程度。權值可由專家或學生依事先設定之法則 (criteria) 來決定。此類具備權值的概念圖，稱之爲屬性化概念圖。圖 2 爲有關生物體溫調節方式之整個知識單元的屬性化概念圖。

在概念圖的繪製過程中一方面學生可以自行架構其知識結構，另一方面教師也可以藉此來判斷學生對該知識主題的理解程度。由於傳統用選擇題與是非題作測驗的方式，在評量學習上顯得相當瑣碎，同時也難以眞正測得學習者的知識程度 (Ebel, 1979; Fisher, 1990; Novak & Gowin, 1985)。但概念圖對知識有組織有系統地描述，可以讓教師很容易掌握學習者對知識的理解狀況。至於，依據概念構圖來評量學生的程度，其方式上當迥異於以往測驗型之評量方式，目前有愈來愈多的人投入此研究中（邱上眞， 1989; Ausubel *et al.*, 1978; Beyerhach *et al.*, 1990 ）。

以概念圖爲基礎的評量方式首先由 shavelson (1975) 提出，其後 Friendly (1977) 提出了一種稱爲 multidimensional scaling 的評量方式。之後 Goldsmith 等人 (Goldsmith, Johnson, & Acton, 1991) 利用集合理論來計算兩個概念圖間的相近度 (closeness index) ，亦即所謂的 C 值。 Novak & Gowin 則在 1984 年制定了一套評分原則，以命題、層級、交叉連結和例子等作爲評分的標準。

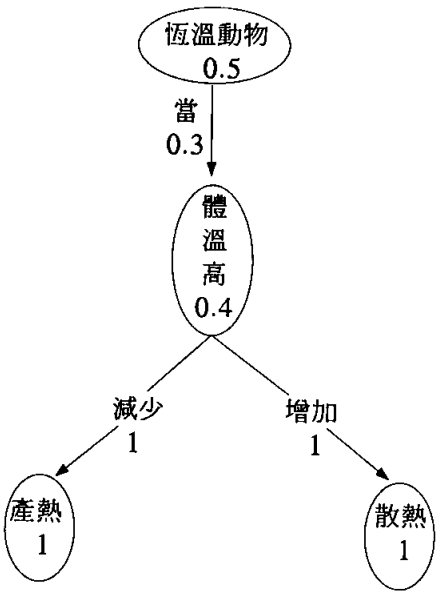


圖 1 ： 概念圖之一例

然而上述的評量方式皆假定所依據的概念圖中的每一概念節點與聯結語皆爲同一權值，因此不適合屬性化概念圖的評量，本文將應用模糊理論中的模糊比對技術來作爲屬性化概念圖的評量方式。

下節我們先以一個感知的例子來說明屬性化概念圖的重要性，以及如何來建構此種概念圖。我們提出一種以模糊集合理論爲基礎的一種評量方式稱之爲模糊評量。此方法是將 Goldsmith 等人 (Goldsmith *et al.*, 1991) 的評量方式擴充成適合屬性化概念圖的評量。爲了顯示屬性化概念圖的優越性，及模糊比對的合理性，我們接下來設計了一連串的的實驗來加入驗證。最後提出我們的結論和對未來繼續研究的展望。

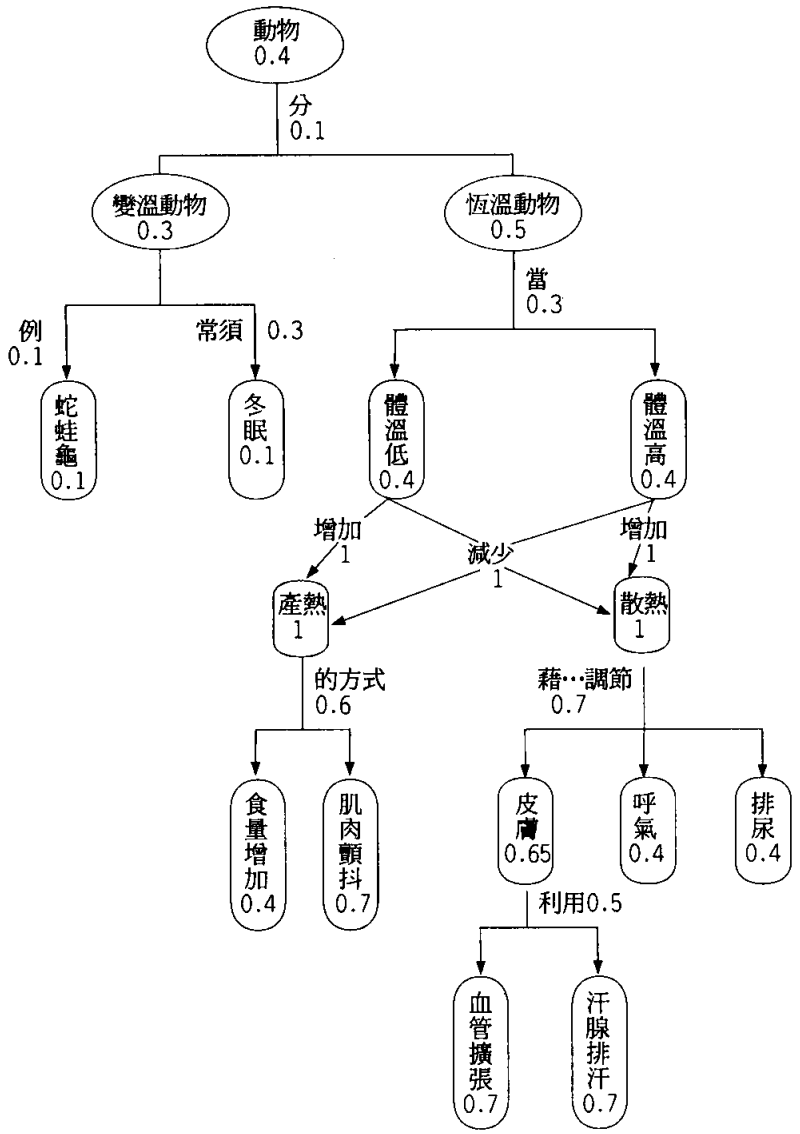


圖 2 ： 體溫的調節

屬性化概念圖

讓我們來看一個感知 (perception) 的例子，說明屬性化概念圖的必要性，同時，我們將藉此例說明如何建構此類圖，亦即如何來定義概念與聯結語的屬性值，反應其在此知識中的重要性。

參考圖 3(Lowe, 1985) ，圖中顯示某一物體的不完整線條圖，我們可以想像這是一張由物體的影像經一連串的處理步驟，如平滑、對比強化、邊界萃取，以及雜訊去除等，所獲得的線條圖。其中共有 26 條線段被偵測到。現在我們假設想從這 26 條線段來辨認其所描述的物體。我們很容易認爲每一線段在這件辨認的工作上均具有相同的重要性，但是事實上，每一條線段的重要性 因其所處的位置與方向，甚至與其展現的時機 都會有所不同。

例如圖 4 的例子，其與圖 3 最大的不同

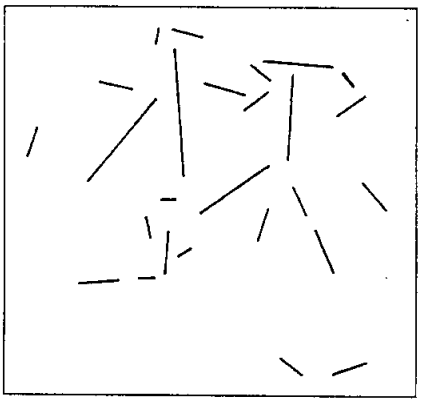


圖 3 ：某一物體的不完整線條圖

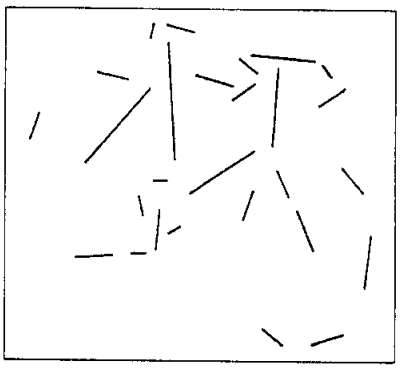


圖 4 ： 圖中有 27 條線段比圖 3 多一條

是前者只比後者多了一條線段，也就是說圖 4 中共有 27 條線段。根據以往實驗的結果 (Lowe, 1985) ，用兩組人分別去辨識圖 3 與圖 4 中所描繪的物體，結果發現，觀看圖 3 而辨識出物體，其平均所花費的時間爲數倍於觀察圖 4 來辨識出物體。在說明這個結果之前，讓我們先揭曉圖中線條所描繪的物體爲一腳踏車。如果我們仔細的比較圖 3 與圖 4 我們將可發現那多出來的線條出現在圖 4 中腳踏車前輪的前端部位，由於該線段的加入連貫了其前後的兩線條，而隱約地顯露出一具有圓形輪廓的東西，此一發現引伸聯想出在圖形左邊另有一組具有類似分佈的線段，於是一個物體具有兩個圓形部位且形成一前一後的關係即可相當確定，此時，再配合此兩圓形物體上的一些類似骨架結構的線條以及若隱若現的手把形物，則腳踏車的結論至此幾可確立。

上面的例子在說明那一多出來的線段，因其出現的位置和時機，對整個問題的解決具有關鍵性的因素。假如我們將腳踏車當作爲一知識主題，則那些線條即爲構成該知識主題的概念。當我們遮住所有的線條而每次只讓觀察者看到一條線段，如此儘管觀察者看過了所有的線段，仍無法想像那些線段所描繪的物體是什麼。這說明了單一概念在獨處時，如果沒有其他概念的襯托，則個別概念是沒有重要性可言，而當多數概念同時出現時，他們的重要性才會顯現出來，這也說明了重要性其實是相對比較出來的。不止如此，重要性是有程度上的差別的。在前述的例子中線段之間的差別主要起因於它們具有不同的長度，方位，和所處的位置，因此它們在物體的辨識上扮演著不同的角色，也就有著不同的重要性。

接下來我們思考如何來權重一知識主題中的概念，上述有關感知的例子，其實提供了不少的信息。我們已經說過一線段的長度、方向，和位置爲決定該線段在問題中所具重要性的主要因素，前兩項屬於線段的個別屬性，而最後一項則爲線段間的相對屬性，從這個角度來看，我們可以先決定出一些尋找概念的個別屬性和相對屬性，從而將概念的重要程度定義在這些屬性上。以下我們提出一些法則，可供專家或學生來評估概念的屬性權重值。

1. 通適性 (generality) ：此性質與特定性 (specificity) 正好相反。一個通適性較高的概念會與較多其他的概念具有相關連，顯示在圖中時，此種概念與較多其他的概念有連結。而較具特定性傾向的概念則只與少數其他的概念有連結。我們將給予具通適性較高的概念有較高的權重值，而較具特定性的概念則給予較低的權重值。
2. 基礎性 (fundamentality) ：任何事物的建立都必須從根本做起，知識的累積

也是如此。先有基礎性的概念，然後促使較深概念的形成。如此疊層架構而成的知識，其組織結構必然穩實。一般常以爲深奧特殊的概念其重要性必然高，但從整體知識而言，缺了基礎性的概念，整個知識架構就顯得浮華不實，易於鬆落。因此我們認爲基礎性越高的概念其重要性越高，權重值也應越大，反之深奧特殊的概念，其權重值就越小。

3. 功能性 (functionality) ：概念即使具有相當的通適性與基礎性，但若偏離知識主題或與主題的相關性不高，自然它的重要性就會降低。概念的功能性要能正確地傳達主題，彰顯主題的訴求。並且要力求精簡扼要，過分瑣碎的概念，由於功能的分散，其重要性也會因此降低。

4. 關連性 (associativity) ：一個概念不只是要與主題密切相關，同時在與其他概念之間的互補互動關係上也要能順暢和諧。通常性質類似的概念會在圖中彼此靠攏，如此在知識主題的描述上才會流暢。延伸此種觀察，我們可以發現那些與主題有密切相關的概念也會在圖中聚集在一處，像這類的概念整體來說其權重值要比其它概念來的高些。

以上所提的前三個法則可供概念個別屬性的評估，而最後一個法則則可供概念的相對屬性之評估。專家或學生在使用這些法則時，只須針對每一法則給予一概念 0 至 1 的值，數值愈高表示愈重要。例如某一概念所獲得的評估值爲 (0.5, 0.4, 0.2, 0.8) ，表示該概念的通適性權重值爲 0.5 ，基礎性權重值爲 0.4 ，而功能性權重值只有 0.2 ，但關連性權重值則高達 0.8 。這些值可結合成一單一的值，來代表該概念最後的屬性權重值。由於法則本身的份量也有所不同，假設它們的份量分別以 (w_1, w_2, w_3, w_4) 來表示，其中 $w_1+w_2+w_3+w_4=1$ 。又假設一概念的評估值爲 (v_2,v_2,v_3,v_4) ，於是此概念的最後屬性權重值 a 即定義爲

$$a=w_1v_1+w_2v_2+w_3v_3+w_4v_4$$

上述對概念的屬性權重方式，也可以同樣應用在聯結語的屬性評估上，唯一的差別是此時法則的份量值與評估概念時所用的 (w_1,w_2, w_3,w_4) 不一樣。假設用來評估聯結語時法則的份量爲 (w'_1,w'_2,w'_3,w'_4) ，則我們令 $w'_1 < w_1$, $w'_2 < w_2$, $w'_3 = w_3$ ，而 $w'_4 > w_4$ ，且 $w'_1+w'_2+w'_3+w'_4=1$ 。上面的關係式強調在對聯結語評估時，關連性法則將扮演著較重的角色。

參、概念圖的模糊比對

Goldsmith 等人曾提出一種概念圖比對的技巧，他們所考慮的概念圖並沒有屬性化，以我們的觀點來說，這種圖其內的概念和聯結語之屬性值均被設爲 1 ，也就是說概念和聯結語在此一知識主題中的重要性均被視爲相同之意。由於我們的屬性化概念圖對圖中的概念和聯結語有賦予代表它們彼此之間相對重要性的權重值，因此在比對兩屬性化概念圖時必須再加入屬性權重值的考慮。

我們將以圖 5 爲例來說明所提出的模糊比對技術。此技術主要擴充自 Goldsmith 等人的比對架構。假設圖 5(a) 爲專家所建構的專家概念圖 $G_E=(V_e, E_e)$ ，而圖 5(b) 爲學生自行繪出的學生概念圖 $G_S=(V_s, E_s)$ 。現在我們要比對這兩個圖，藉以得知學生對一知識主題了解的程度。在 Goldsmith 等人的架構中，他們首先對 $V=V_e \cup V_s$ 中的每一節點 n 分別在兩概念圖 G_E 和 G_S 中尋找與節點 n 相連的節點集合，以 $N_n^{(E)}$ 和 $N_n^{(S)}$ 分別表示之。例如圖 5 中節點 A 在專家概念圖 G_E 的相鄰節點有 {B,C} ，而在學生概念圖 G_S 中與 {C, D, E} 相連接。所以此例 $N_A^{(E)}$={B,C} ，而 $N_A^{(S)}$={C, D, E} 。當決定好一節點的鄰近節點集合後，接下來求此兩集合的交集， $I_n= N_n^{(E)} \cap N_n^{(S)}$ ，和聯集， $U_n=N_n^{(E)} \cup N_n^{(S)}$ 。

再來看前述的例子，$N_{A(E)}$ 和 $N_A^{(S)}$ 的交集爲 I_A={C}，而聯集 U_A={B,C,D,E}。有了 I_n 和 U_n 後，節點 n 的相近度 (closeness index) C_n 定義爲，$C_n=\frac{|I_n|}{|U_n|}$，此處 $|\cdot|$ 代表集合中成員的個數。根據此定義，圖 5 例子中節點 A 之相近度可計算爲 $C_A=\frac{|I_n|}{|U_A|}=\frac{1}{4}=0.25$。當對於兩概念圖中所有節點求得它們的相近度後，兩個概念圖之間的相近度即定義爲

$$C(G_E,G_S)=\frac{1}{|V|}\sum_{i\in V}C_i,\text{其中}V=V_e\cup V_s。$$

表 1 顯示圖 5 中的例子所有中間計算的結果。

在 Goldsmith 等人的架構中，他們假設概念圖中的概念和聯結語均具有相同的重要性，亦即屬性值均爲 1。但在我們的架構中，概念和聯結語具有屬性值。爲了要加入屬性值的考量，我們考慮用模糊集合理論的技巧，將學生概念圖與專家概念圖作比對，稱爲模糊評量。過去人們在談到集合時，通常對其範圍或界定，均認爲明確，但是在實際情形裡，人們的思維方式常有模糊概括的情形。例如，走得快，長的高，天氣好，顏色的濃淡等等。只要

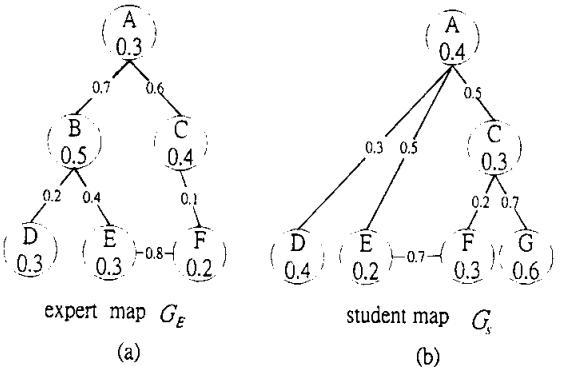


圖 5：(a) 專家概念圖和 (b) 學生概念圖

我們稍加觀察，就可發現在我們日常生活中存在著大量的諸如上述的模糊語言。人類的認知也常帶有不確定的現象，爲了處理這些具有不確定特性的問題所發展出的數學理論稱之模糊理論 (Zimmermann, 1991)。利用模糊集合理論爲基礎的評量方式對概念圖比對評估而言，是較合理的。

我們首先將一節點 n 的鄰近節點集合，$N_n^{(E)}$ 和 $N_n^{(S)}$ 模糊化爲 $\tilde{N}_n^{(E)}$ 和 $\tilde{N}_n^{(S)}$。至於它們的隸屬函數 (membership function) $\mu_n^{(K)}(x)$, $x\in N_n^{(K)}$ (此處 K 可爲 E 或 S) 之定義如下：參考圖 6，由於 $\mu_n^{(K)}(x)$ 描述某一節點 x 隸屬於模糊集合 $\tilde{N}_n^{(K)}$ 的程度，很自然地，$\mu_n^{(K)}(x)$ 應與概念節點 n 和概念節點 x 之間的聯結語權重值 $a_{nx}^{(K)}$ 很有關係，權重值愈大則 x 隸屬於 $\tilde{N}_n^{(K)}$ 的程度也就越深，反之

表 1：圖 5 例子在計算兩概念圖之 C 指數時之中間結果

n	$N_n^{(E)}$	$N_n^{(S)}$	n	U_n	C_n
A	{B,C}	{C,D,E}	{C}	{B,C,D,E}	0.250
B	{A,D,E}	ϕ	ϕ	{A,D,E}	0
C	{A,F}	{A,F,G}	{A,F}	{A,F,G}	0.667
D	{B}	{A}	ϕ	{A,B}	0
E	{B,F}	{A,F}	{F}	{A,B,F}	0.333
F	{C,E}	{C,E}	{C,E}	{C,E}	1
G	ϕ	{C}	ϕ	{C}	0

C≈0.321

則越淺，數學上可以表示爲 $\mu_n^{(K)}(x) \propto a_{nx}^{(K)}$ 。又由於 $\tilde{N}_n^{(K)}$ 只是概念圖中的一小部份，$a_{nx}^{(K)}$ 是針對整個圖的屬性值，因此將其正規化 (normalization)，而令

$$\mu_n^{(K)}(x) \propto \frac{a_{nx}^{(K)}}{\sum_{i \in \tilde{N}_n^{(K)}} a_{ni}^{(K)}} = a'^{(K)}_{nx}$$ 。接下來我們考慮集合 $\tilde{N}_n^{(K)}$ 中的節點，因爲每個概念節點 x 都有一屬性值 $a_x^{(K)}$ 代表此節點相對於其他節點的重要性。如果一個節點 x 在 $\tilde{N}_n^{(K)}$ 中的屬性權重值很大，表示此節點在 $\tilde{N}_n^{(K)}$ 中的地位應相當重要且具代表性。從這個角度來看，此節點和 $\tilde{N}_n^{(K)}$ 的關連應很深，隸屬於此集合的程度也應該很深，所以 $\mu_n^{(K)}(x) \propto a_x^{(K)}$ 。同上理由，我們將其修正爲 $\mu_n^{(K)}(x) \propto \frac{a_x^{(K)}}{\sum_{i \in \tilde{N}_n^{(K)}} a_i^{(K)}} = a'^{(K)}_x$ 。

綜合上面的敘述，我們獲得如下的關係 $\mu_n^{(K)}(x) \propto f(a'^{(K)}_{nx}, a'^{(K)}_{nx})$ 。在定義函數 f 之前讓我們先來看一個例子，假如我們從一起點 S 想要達到終點 T，其中須經過幾個階段 $g_1, g_2, \cdots, g_l$ 。如果在每個階段得以順利通過的可能分別爲 $p_1, p_2, \cdots, p_l$，則我們順利地從起點 S 到達終點 T 的可能性爲 $\min(p_1, p_2, \cdots, p_l)$；如果此處 pi's 表的是機率，則順利通過整條路徑的機率便爲 $p_1 \cdot p_2 \cdots \cdot p_l$ 。min 和乘法運算子最常被用來描述一些必須同時滿足的事件，這裏 $\mu_n^{(K)}(x)$ 要同時能滿足 $a_{nx}'^{(K)}{}_{nx}$ 和 $a_x'^{(K)}$ 的正比關係，所以我們將函數 f 定義爲 min 運算子，亦即 $\mu_n^{(K)}(x) \propto \min(a_{nx}'^{(K)}, a_x'^{(K)})$ 。又爲了使隸屬函數的值介於 0 和 1 之間，我們最後定義

$$\mu_n^{(K)}(x) \propto \frac{\min(a'^{(K)}_{nx}, a'^{(K)}_x)}{\sum_{i \in \tilde{N}_n^{(K)}} \min(a'^{(K)}_{ni}, a'^{(K)}_i)}$$ 。

到目前爲止我們都是從局部而非整個圖的觀點來考慮 $\mu_n^{(K)}(x)$ 。這對於圖的比對不是很

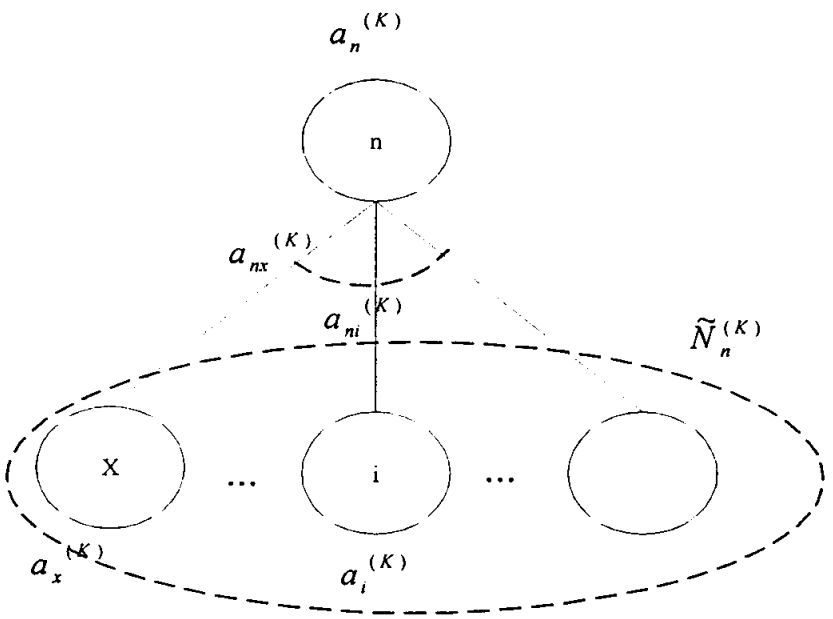


圖 6 ：模糊集合 $\tilde{N}n^{(K)}$ 的隸屬函數 $\mu_n^{(K)}(x)$

合適。為了加入整體圖的考量，我們首先觀察 $\tilde{N}_n^{(K)}$ 主要是由節點 n 所引導出來的，它的屬性值 $a_n^{(K)}$ 描述它在整個圖的相對重要性比例，因此為了使 $\mu_n^{(K)}(x)$ 與整個概念圖產生關連，我們將其定義修正如下：

$$\mu_n^{(K)}(x) = a_n^{(K)} \cdot \frac{\min(a_{nx}^{\prime(K)}, a_x^{\prime(K)})}{\sum_{i \in \tilde{N}_n^{(K)}} \min(a_{ni}^{\prime(K)}, a_i^{\prime(K)})} \quad .(1)$$

參考圖 5 中的例子，專家概念圖 G_E 中節點 A 的鄰近節點集合為 $N_A^{(E)}=\{B,C\}$ 其對應的模糊集合為 $\tilde{N}_A^{(E)}=\{\frac{\mu_A^{(E)}(B)}{B}, \frac{\mu_A^{(E)}(C)}{C}\}$，根據 (1) 式 $\mu_A^{(E)}(B) = 0.164$ 而 $\mu_A^{(E)}(C) = 0.136$，所以 $N_A^{(E)}=\{\frac{0.164}{B}, \frac{0.136}{C}\}$，同理可得，$\tilde{N}_A^{(S)}=\{\frac{0.170}{C}, \frac{0.117}{D}, \frac{0.113}{E}\}$。

在決定 $\tilde{N}_A^{(E)}$ 和 $\tilde{N}_A^{(S)}$ 以後，接下來我們要求它們的模糊交集 $\tilde{I}_n$ 和聯集 $\tilde{U}_n$。$\tilde{I}_n$ 的模糊隸屬函數，$\mu_{\tilde{N}_n^{(E)} \cap \tilde{N}_n^{(S)}}$，定義為，$\mu_{\tilde{N}_n^{(E)} \cap \tilde{N}_n^{(S)}}(X)=\min\{\mu_n^{(E)}(X), \mu_n^{(S)}(X)\}$，亦即以 min 函數作為模糊交集運算子。又 $\tilde{U}_n$ 的隸屬函數，$\mu_{\tilde{N}_n^{(E)} \cup \tilde{N}_n^{(S)}}$，定義為 $\mu_{\tilde{N}_n^{(E)} \cup \tilde{N}_n^{(S)}}(X) = \max\{\mu_n^{(E)}(X), \mu_n^{(S)}(X)\}$，此處以 max 函數作為模糊聯集的運算子。讓我們來回顧前面的例子，根據定義

$\tilde{I}_n=\tilde{N}_A^{(E)} \cap \tilde{N}_A^{(S)}=\{\frac{0.136}{C}\}$，而 $\tilde{U}_A=\tilde{N}_A^{(E)} \cup \tilde{N}_A^{(S)}=\{\frac{0.164}{B}, \frac{0.170}{C}, \frac{0.117}{D}, \frac{0.113}{E}\}$。

最後在定義節點 n 的模糊相近度 $\tilde{C}_n$ 前，我們先定義對任一模糊集合 $\tilde{S}$ 的成員數 (cardinality)，$|\tilde{S}|$，為 $|\tilde{S}|= \sum_{x \in \tilde{S}} \mu_{\tilde{S}}(x)$，例如上例中的 $|\tilde{I}_A|=0.136$，而 $|\tilde{U}_A|=0.164 + 0.170 + 0.117 + 0.113 = 0.564$。現在我們定義節點 n 的模糊相近度，為 $\tilde{C}_n= \frac{|\tilde{I}_n|}{|\tilde{U}_n|}$。於是前述例子的節點 A 之模糊相近度即為 $\tilde{C}_A=\frac{|\tilde{I}_A|}{|\tilde{U}_A|} = \frac{0.136}{0.564} =0.240$。最後我們定義兩屬性化概念圖的模糊相近度為 $\tilde{C}=\frac{1}{|V|} \sum_{i \in V}^{n} \tilde{C}_i$，其中 $V=V_e \cup V_s$。表 2 收集圖 5 例子在計算兩概念圖之相近度時之所有中間結果。

實驗結果與討論

在實驗時，我們假設已有一張由專家所建構成的專家概念圖（如圖 7 所示），藉改變此圖的結構（例如增減圖中的節點及聯結）和其上的屬性值，我們可以產生一系列的測試圖來當作學生概念圖準備用來和專家概念圖比對。為了要描述一測試圖與專家概念圖之間它們在外觀上的差異，於是我們定義了下面的距離函數：

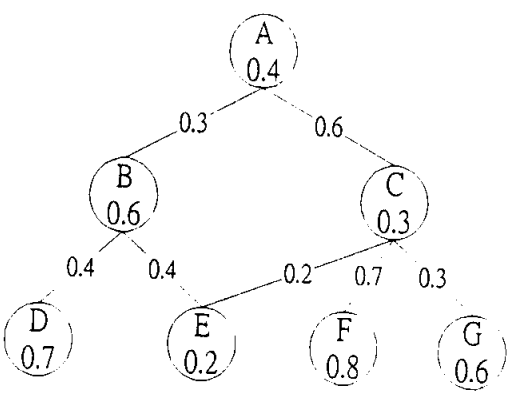


圖 7 ： 專家概念圖

表 2 ： 圖 5 例子在計算兩概念圖之模糊相近度時之中間結果

n	$\tilde{N}_n^{(E)}$	$\tilde{N}_n^{(S)}$	$\tilde{I}_n$	$\tilde{U}_n$	$\tilde{C}_n$
A	$\{\frac{0.164}{B}, \frac{0.136}{C}\}$	$\{\frac{0.170}{C}, \frac{0.117}{D}, \frac{0.113}{E}\}$	$\{\frac{0.136}{C}\}$	$\{\frac{0.164}{B}, \frac{0.170}{C}, \frac{0.117}{D}, \frac{0.113}{E}\}$	0.240
B	$\{\frac{0.210}{A}, \frac{0.097}{D}, \frac{0.194}{E}\}$	ϕ	ϕ	$\{\frac{0.210}{A}, \frac{0.097}{D}, \frac{0.194}{E}\}$	0
C	$\{\frac{0.323}{A}, \frac{0.077}{F}\}$	$\{\frac{0.101}{A}, \frac{0.047}{F}, \frac{0.152}{G}\}$	$\{\frac{0.101}{A}, \frac{0.047}{F}\}$	$\{\frac{0.323}{A}, \frac{0.077}{F}, \frac{0.152}{G}\}$	0.269
D	$\{\frac{0.3}{B}\}$	$\{\frac{0.4}{A}\}$	ϕ	$\{\frac{0.4}{A}, \frac{0.3}{B}\}$	0
E	$\{\frac{0.162}{B}, \frac{0.138}{F}\}$	$\{\frac{0.099}{A}, \frac{0.101}{F}\}$	$\{\frac{0.101}{F}\}$	$\{\frac{0.099}{A}, \frac{0.162}{B}, \frac{0.138}{F}\}$	0.254
F	$\{\frac{0.041}{C}, \frac{0.159}{E}\}$	$\{\frac{0.107}{C}, \frac{0.193}{E}\}$	$\{\frac{0.041}{C}, \frac{0.159}{E}\}$	$\{\frac{0.107}{C}, \frac{0.193}{E}\}$	0.667
G	ϕ	$\{\frac{0.6}{C}\}$	ϕ	$\{\frac{0.6}{C}\}$	0

$\tilde{C} \approx 0.204$

$$D = \sum_{i=1}^{n} \left| n_i^{(E)} - n_i^{(S)} \right| + \sum_{j=1}^{m} \left| l_j^{(E)} - l_j^{(S)} \right| \text{，} \cdots\cdots (2)$$

$n_i^{(E)}$ 和 $l_j^{(E)}$ 分別表示專家概念圖中的某一概念節點屬性值和某一聯結的屬性值，而 $n_i^{(S)}$ 和 $l_j^{(S)}$ 則分別表示學生概念圖中的某一概念節點屬性值和某一聯結的屬性值。上式主要在結合兩圖之間對應節點和聯結語上屬性值的差異。D 值和我們準備計算的 C 或 $\tilde{C}$ 值本質上是相當不同的，前者純粹定量外觀可見部份的差異，但後者具有描述兩圖內部蘊涵意義的相近度。下面的實驗將可以使我們逐漸了解它們之間的差別。

實驗中我們採用的比對方式有本文所提的模糊比對技術以及 Goldsmith 等人所提的 C 指數比對技術，計算出的值分別以 $\tilde{C}$ 和 C 表示。當在改變專家概念圖用以產生學生概念圖時，我們將改變的方式歸成三大類。第一類是圖的結構保持相同，但改變其上的屬性值（或增或減）；第二類則是不改變任何屬性值，但在結構上加以變化，其中包括節點及聯結的增減；第三類則將結構和屬性值都作改變。所以由第一類至第三類，圖形變動的程度是越來越大。以下我們針對這些變化分別實驗討論，觀察其結果是否合乎實際情形，以便印證本文所提的觀念和技術是否合理可行。

表 3 顯示第一類變化的實驗結果，其中第一行列出的是 D 值由小逐漸增大，表示學生概念圖與專家概念圖外觀差異逐漸在擴大中，而造成變大的原因則概略描述在表的第二行中，其中每一格內有一對值（Δa_n ， Δa_l），Δa_n 表示有關節點屬性值變化量之總和，而 Δa_l 爲聯結屬性值變化量的總和，又值正時表示只有增加，而負時表示只有減少，若正負同時出現時表示該變化量包含有增有減的情形。表的第三和第四行分別列出兩種不同方法計算出來的 C 和 $\tilde{C}$ 值。在此表中所有的 C 值均爲 1 ，這是因爲在此實驗中，我們只考慮屬性值

的改變，而保持圖的架構不變。C 技術假設圖中的屬性值均爲相同，亦即重要性均一致之意，因此只要兩圖的架構一樣即認爲兩圖完全相同。很明顯地，C 值只在描述圖形架構的相似程度。這對於描述與知識有關的概念圖來說，不甚合理，因爲個人對一知識主題中的概念和聯結語有深淺不同的看法。

表 3 中的 $\tilde{C}$ 值（相似度值）雖與 D 值（差異度值）大抵上呈相反走勢，亦即 D 值越大 $\tilde{C}$ 值越小。但我們也發現有時 D 值變大，但 $\tilde{C}$ 值也跟著同步變大，例如表中第八列的 D 值 0.4 ，比第三、四列的 D 值 0.2 來的大， $\tilde{C}$ 值也卻由第三、四列的 0.943 和 0.954 變大成第八列的 0.956 。這個原因可以由表中第二行的差異描述中看出端倪。這是因爲若改變的節點或聯結本身其重要性不大，也就是不具關鍵性時，雖然 D 值變大，但 $\tilde{C}$ 值的影響卻不見得大。又如果改變的節點或聯結是具有關鍵重要性的，即使是微小的改變， $\tilde{C}$ 值也會深受其影響。此外我們也發覺改變節點屬性值所帶來的影響會比改變聯結屬性值來的大，這和原先我們在設計比對公式時，即希望節點能掌控比對優勢的期望是一致且在實際應用時也較爲合理。

由於相同的 D 值可能是由不同的屬性值改變所造成的，例如表 3 中每一種 D 值我們都列有四種以上不同的改變情形，它們所計算出來的 $\tilde{C}$ 值雖略有不同但相當接近。我們將它們的值平均然後與 D 值繪成如圖 8 的走勢圖，整體來說 $\tilde{C}$ 值是與 D 值成反比關係，但 C 值則保持不變。

表 4 爲學生圖與專家概念圖之間在結構上有所不同但保持屬性值不變所得的實驗結果。此時 C 值和 $\tilde{C}$ 值隨 D 值的增大，而逐漸變小，亦即結構上愈不一樣， C 和 $\tilde{C}$ 值就逐漸變小。結構上的不一樣不外乎增多或減少一些節點或聯結所產生。節點代表知識主題的概念，少一個節點，表示少了一個概念，多一個節點，表示可能有不相關甚至錯誤的概念被引用，這些均表示學生對此一知識的認識有所偏差。故與專家概念圖比對所得的相近程度值自然就會比較小。同理，圖中的聯結對應知識主題中的聯結語，其增減，也表示對知識的理解有某種程度上的差異。

圖 9 是將表 4 整理後的走勢圖。由此圖中我們可以發現有些 D 值越大時， C 和 $\tilde{C}$ 值也跟著增大的情形，例如圖中 D=1.4 和 1.5 的地方（對照表 4 第三列與第四列），這是我

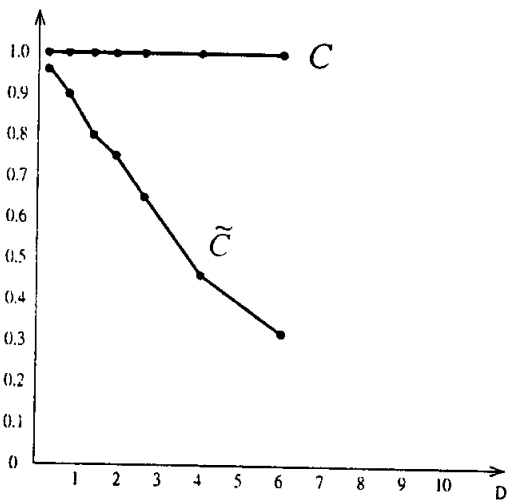


圖 8 ：結構同，屬性權值不同時， C 和 $\tilde{C}$ 與 D 值之走勢圖

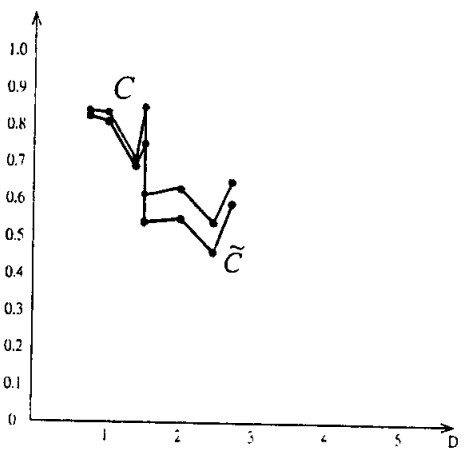


圖 9 ：結構不同，屬性權值相同時， C 和 $\tilde{C}$ 與 D 值之走勢圖

表 3 ：第一類圖形改變的實驗結果

D	差異描述 $(\Delta a_n, \Delta a_l)$ +：增 －：減	C	$\tilde{C}$	D	差異描述 $(\Delta a_n, \Delta a_l)$ +：增 －：減	C	$\tilde{C}$
0.2	(−0.1,−0.1)	1	0.945	1.5	(±0.5,±1.0)	1	0.801
0.2	(+0.1,+0.1)	1	0.958	1.5	(+0.5,±1.0)	1	0.821
0.2	(−0.1,+0.1)	1	0.943	1.5	(−0.5,±1.0)	1	0.821
0.2	(+0.1,−0.1)	1	0.954	1.5	(+0.5,±1.0)	1	0.845
0.4	(−0.3,−0.1)	1	0.809	1.5	(±0.5,±1.0)	1	0.823
0.4	(+0.3,+0.1)	1	0.903	1.5	(−1.0,−0.5)	1	0.731
0.4	(−0.1,−0.3)	1	0.930	1.5	(+1.0,+0.5)	1	0.763
0.4	(+0.1,+0.3)	1	0.956	1.5	(±1.0,±0.5)	1	0.742
0.8	(−0.3,−0.5)	1	0.869	1.5	(±1.0,±0.5)	1	0.769
0.8	(+0.3,+0.5)	1	0.851	1.5	(±1.0,±0.5)	1	0.757
0.8	(+0.3,+0.5)	1	0.869	2.5	(±1.5,±1.0)	1	0.698
0.8	(±0.3,±0.5)	1	0.881	2.5	(±1.5,±1.0)	1	0.629
0.8	(±0.3,±0.5)	1	0.861	2.5	(±1.5,±1.0)	1	0.678
0.8	(+0.5,+0.3)	1	0.805	2.5	(±1.5,±1.0)	1	0.717
0.8	(+0.5,+0.3)	1	0.822	2.5	(±1.5,±1.0)	1	0.702
0.8	(+0.5,−0.3)	1	0.822	4.0	(±2.5,±1.5)	1	0.444
0.8	(−0.5,+0.3)	1	0.847	4.0	(±1.5,±1.0)	1	0.459
0.8	(±0.5,±0.3)	1	0.825	4.0	(±1.5,±1.0)	1	0.477
1	(+0.3,+0.7)	1	0.843	4.0	(±1.5,±1.0)	1	0.437
1	(+0.3,−0.7)	1	0.856	4.0	(±1.5,±1.0)	1	0.469
1	(−0.3,−0.7)	1	0.872	6.0	(±3.5,±2.5)	1	0.300
1	(±0.3,±0.7)	1	0.866	6.0	(±3.5,±2.5)	1	0.304
1	(−0.3,±0.7)	1	0.850	6.0	(±3.5,±2.5)	1	0.343
1	(+0.7,+0.3)	1	0.792	6.0	(±3.5,±2.5)	1	0.338
1	(−0.7,−0.3)	1	0.8	6.0	(±3.5,±2.5)	1	0.350
1	(±0.7,±0.3)	1	0.805				
1	(+0.7,−0.3)	1	0.806				
1	(±0.7,±0.3)	1	0.808				

表 4 ：第二類圖形改變的實驗結果

D	差異描述 $(\triangle a_n, \triangle a_l)$ +：增 -：減	C	$\tilde{C}$
0.6	(±0.4,±0.2)	0.844	0.835
0.9	(±0.6,±0.3)	0.821	0.811
1.4	(±0.7,±0.7)	0.713	0.685
1.5	(±0.8,±0.7)	0.821	0.768
1.5	(±0.7,±0.8)	0.602	0.566
2.0	(±1.3,±0.7)	0.631	0.578
2.2	(±1.3,±0.9)	0.524	0.485
2.4	(±1.4,±1.0)	0.643	0.602

所造成的情形，此時， C 和 $\tilde{C}$ 值有高點。再參考圖 7 ， DG 處在一相當敏感的位置，因爲它連繫兩主要族群 (B ， D ， E) 和 (C ， F ， G) ，此兩族群佔了整個圖 90% 以上的架構，因此當 DG 有所變動時，影響當會很大。此種現象也發生在 D=2.0 和 2.2 時，這是由於聯結 CE 變動的原故。

接下來是結構和屬性值都作變化時的實驗結果。參考表 5 ，其走勢圖整理在圖 10 中。由此圖中我們可以發現， C 曲線的變動幅度很大，顯得相當不穩定。但 $\tilde{C}$ 卻平穩下滑，顯示其在描述學習者的程度時，具有穩定且合理的效果。此外平均來看 $\tilde{C}$ 值均比 C 值來的低，這是因爲 C 值只受結構影響，但 $\tilde{C}$ 值同時也受屬性值的影響，這表示屬性值的考慮，確有其必要性，它能更確實描述學習者的程度。

結論與未來的展望

概念圖已被廣泛地應用在教育上。過去概念圖中的概念和聯結語在重要性上被一視同仁，本文認爲這不是很合理的。因此建議將概念圖屬性化。我們假設有一專家已建構好一張

表 5 ：第三類圖形改變的實驗結果

D	差異描述 $(\triangle a_n, \triangle a_l)$ +：增 －：減	C	$\tilde{C}$
2.6	(±1.5,±1.1)	0.821	0.639
2.6	(±1.6,±1.3)	0.821	0.537
3.3	(±1.8,±1.5)	0.643	0.482
3.6	(±1.8,±1.8)	0.524	0.393
4.0	(±2.3,±1.7)	0.643	0.380
4.4	(±2.7,±1.7)	0.631	0.317

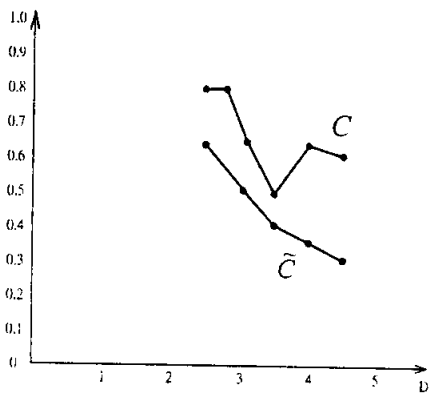


圖 10 ：結構不同，屬性權值不同時， C 和 $\tilde{C}$ 與 D 值之走勢圖

專家概念圖，藉此學生將其所建構的概念圖與專家概念圖作比較，在兩圖比對時，我們提出一種模糊比對的方式，此技術雖然擴充自 Goldsmith 等人的架構，但因模糊化的結果，由實驗顯示，此方法是可行的，且效果比 Goldsmith 等人的比對技術來的穩定合理。這有一部份也可能是因概念圖屬性化的緣故。

本文所提的觀念和技術，未來還有許多發展的空間。茲將其彙整如下：

一、在模糊比對時，我們主要是以節點爲主而聯結語爲輔的方式作比對，將來希望能改

爲以命題爲主的方式，也就是將節點和聯結語合併一起考慮。

二、目前模糊比對的結果只是一個評估值，僅描述學生對一知識主題的認識程度。但兩個學生可能有不同的理解方式，卻有相同的評估值。爲了要能分辨學生的理解情形，同時考慮到將來可能要對學生提出矯正的策略。我們需要有一種比對技術能夠記錄專家概念圖和學生概念圖之間的差異情形，如此將來可依此記錄提出適當的回饋 (feedback) 。

致謝詞

本論文在中華民國國科會計畫支持下完成，計畫編號爲 NSC 87-2511-S-003-042, 特此致謝。

參考文獻

1. 邱上眞 (1989) ：知識結構的評量：概念構圖技巧的發展與試用。**國立台灣師範大學教育學院特殊教育學係暨研究所特殊教育學報**，4, 215-244 。
2. Anderson, J. R. (1983). *The architecture of cognition*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
3. Ausubel, D. P., Novak, J. D, & Hanesian, H. (1978). Educational Psychology: A Cognitive View (2nd ed). New York: Holt, Rinehart and Winston.
4. Beyerhach, B. A., & Smith, J. M. (1990). Using computerized concept mapping program to assess teacher's thinking about effective teaching, *Journal of Research in Science Teaching*, 27(10), 961-971.
5. Ebel, R. L. (1979). Essentials of Educational Measurement (3rd ed.). Englewood Tice-Hall, Inc.
6. Fisher, K. M. (1990). Semantic-Networking: The New-Kid on the Block, *Journal of Research in Science Teaching*, *27*, 1001-1018.
7. Fisher, K. M., Faletti, J., Patterson, H., Thornton, R., Lipson, J., & Spring, C. (1990). Computer-based concept mapping, *Journal of College Science Teaching*, *19*, 347-352.
8. Friendly, M. L. (1977). In search of the M-Gram: The structure of organization in free recall, *Cognitive Psychology*, *9*, 188-249.
9. Goldsmith, T. E., Johnson, P. J., & Acton, W. H. (1991). Assessing structural knowledge, *Journal of Educational Psychology*, *83*(1), 88-96.
10. Herl, H., Baker, E., & Niemi, D. (1996). Construct validation of an approach to modeling cognitive structure of U.S. history knowledge, *Journal of Education Research*, *89*, 213-230.
11. Johnson, P. J., Goldsmith, T. E. & Teague, K. W. (1994). Locus of the predictive advantage in path-finder based representation of classroom knowledge, *Journal of Educational Psychology*, *86*, 617-626.
12. Klir, G. J & Yuan, B. (1995). *Fuzzy sets and fuzzy logic: Theory and Applications*. Prentice - Hall Inc.
13. Kruskal, J. B. (1964). Multidimensional scaling by optimizing goodness of fit to a nonnumeric hypothesis, *Psychometric*, *29*, 115-129.
14. Lowe D. C. (1985). *Perceptual Organization and Visual Recognition*, Kluwer Academic Publishers, Hingham, Massachusetts.
15. Markham, K. P., Mintzes, J. J. & Jones, M. G. (1994). The concepts as a research and evaluation tool: Further evidence of validity. *Journal of Research in Science Teaching*, *31*, 91-104.
16. Novak, J. D. & Gowin, D. B. (1984). *Learning How to Learn*, Cambridge London : Cambridge University Press.

17. Noavk, J. D. (1990a). Concept Maps and Vee Diagrams : Two metacognitive tools to facilitate meaningful learning. *Instructional Science, 19*, 29-52.
18. Noavk, J. D. (1991). Clarify with concept maps, *Science Teacher*, 45-49.
19. Paivio, A. (1986). *Mental Representations: A dual coding approach*, New York: Oxford University Press.
20. Rumelhart, D. E. & Norman D. A. (1985). Representation of knowledge In A. M., Aitkenhead, and Slack J. M. (Eds.), *Issues in cognitive modeling*, 15-62.
21. Rumelhart, D. E., & McClell, J. L. (1985). Distributed memory representation. *Journal of Experimental Psychology*, General, 25, pp. 1-75.
22. Shavelson, R. J. (1974). Methods for examining representations of subject-matter structure in a student's memory, *Journal of Research in Science Teaching, 11*, 231-249.
23. Shavelson, R. J. & Stanton, G. C. (1975). Concept validation: Methodology and application to the three measures of cognitive structure, *Journal of Education Measurement*, 12, 67-85.
24. Zimmermann, H. J. (1991). *Fuzzy set theory -and Its Applications* (2nd). Kluwer Academic Publishers.

Fuzzy Assessment of Attributed Concept Maps

Kuo-En Chang[1], Shui-Cheng Lin[1], Hung-Ming Pan[2], and Sei-Wang Chen[1]

[1]Department of Information and Computer Education

National Taiwan Normal University Taipei, Taiwan, R.O.C.

[2]Department of Mathematics Science Education National Hualien Teachers College

Hualien, Taiwan, R.O.C.

Abstract

A concept map consists of a collection of notions interconnected to each other that collectively delineate a significant branch of knowledge. The notions and relationships constituting a map play distinct roles during restating the subject portrayed by the map. The notions and relationships are assigned associated weights by experts to indicate their relative degree of importance in the conceptual context. The resulting map is called the expert concept map. During the evaluation of the prototype maps, students were asked to build a map. The maps were compared with the expert concept map using a technique conceptualized in terms of a fuzzy discipline. The maps and techniques were developed and tested against data. The results revealed that approach was feasible.

Key words: concept map, attributed concept map, fuzzy assessment.