科學教育學刊
1999, 第七卷第三期， 199-216

Chinese Journal of Science Education
1999, 7(3), 199-216

國中低學習成就班的雙環數學教學

張靜嚮
國立彰化師範大學 科學教育研究所

（投稿日期： 85 年 5 月 15 日，接受日期： 88 年 6 月 21 日）

摘要：傳統教學之下，國中低學習成就學生的數學學習常常沒有發生，因爲數學概念抽象，抽象的概念愈講愈抽象，這些學生常常聽不懂，學不來而放棄學習。本研究於一班國二低學習成就班的數學課進行一年期符合社會建構主義和 NCTM 標準理念的雙環教學，即，讓學生從解題和對談中學習數學。結果發現若干傳統教學沈痾，在雙環教學之下，漸獲解套。許多原本放棄學習的學生慢慢恢復學習興趣。連教師也產生了教學的樂趣。

關鍵字：低成就、雙環教學、社會建構主義。

壹、緒論

一、引言

國中低學習成就班（俗稱後段班）是很多教師想逃離的地方。後段班的教學讓很多教師有很深的無助感 (helplessness)。一九九三年元月，一位國中教師，李（化姓）老師，請筆者幫她改進後段班的數學教學，因爲她覺得「教不動，說破嘴了學生也不想聽，也不想學」。她用盡辦法就是毫無作用，後段班的數學課成爲她最想逃避的工作。她說每當要上後段班的課，她的兩腿就不想往教室走。

李老師是在彰化師大校園舉辦的一日數理教學研習會（張惠博，張靜嚮，段曉林，王國華， 1993 ）上聽筆者介紹以問題爲中心 (problem centered)(Wheatley, 1991) 的學習模式之後，作了上述求助的表示。她以前曾幫助一位碩士班研究生進行教學實驗，做法類似問題中心教學，上課把學生分成小組，老師再把事先設計好的問題讓學生小組去做。學習的效果不錯只可惜實驗結束後，她就不知道如何再繼續做下去，因爲她當時只是照著吩咐做，不知道小組教學背後的道理，也不知道如何設計教學問題。她一直很想再用這種教法來改進後段班的教學，但求助無門。這次研習讓她重燃希望，希望筆者能幫助她改進教學，而且要教她背後的道理和如何設計問題。

當時筆者正在進行國科會一項以問題爲中心的數學教學研究計畫，需要有意願的國中教師參與研究。李老師成了最佳人選。二年期的計畫早已順利完成，也得到很好的研究結果。第一年，我們成功訓練李老師進行以問題爲中心的教學，同時問題中心教學模式經由實踐和不斷改進，演化成問題中心雙環 (problem

centered double cycles 或 PCDC) 教學模式，或簡稱雙環教學模式（張靜嚞， 1995, 1996 ）。第二年，在新的班級進行一整學年的雙環教學，目的在探討雙環教學的成效。本文在報告第二年教學實驗的一些結果。

二、雙環教學的基本理念

雙環教學的理念與傳統教學很不一樣，而且幾乎是持相反的觀點。傳統教學是教師用「講」的把知識傳輸給學生。故，在知識上，傳統教學把數學看成是現成的東西，即，由那些固定不變的記號，符號和規則 (signs, symbols, and rules) 的組成。在學習心理上，傳統教學把學習看成是刺激和反應的連結，即，要學生看到題目能作出正確的反應。所以，傳統教師教學主要是告訴學生那些數學記號，符號和規則的意義和用法；學生則經由聆聽，模仿和練習來熟記那些數學的形式 (forms) 及其操作和應用。目的在應付考試和得高分。

相反的，雙環教學是教師設計教學活動，和引導學生經由解題和對談活動來建構學生的數學知識。故，在知識上，雙環教學把數學看成是人的活動 (Freudenthal, 1991) 包含了探索問題情境 (problem situation)，形成問題或猜測，解決問題或證實或推翻猜測；同時整個活動還包含了不斷的與人溝通和討論，由此發展數學概念，進而形成數學的形式（記號，符號和規則） (NCTM, 1989, 1991; Romberg, 1991)。在學習心理上，雙環教學把學習看成是學習者主動的從事個人或小組合作做數學的活動，在這些個人解題和小組合作解題與群體討論的社會互動的活動中，建構個人的數學知識。學習者是基於個人原有的知識和經驗來建構新的知識和了解。建構新知識的作用在適應學習者個人的經驗世界和已有的知識結構，不是在發現眞理或本體的現實 (ontological reality)(von Glaserfeld, 1987, 1995)。

再者，雙環教學認同 Ernest (1991) 的主張：數學知識包括個人大腦意識中的主觀知識，和社會已接受的客觀知識（例如，課本中的數學形式知識），而且主觀和客觀知識兩者是不斷互相創造的循環歷程。所以，張靜嚞 (1995) 主張教師教學重點應在讓 Ernest 的數學知識創造環（即學生的學習環） 在教室重現，讓它在教室運轉，動起來。即，老師教學應針對課本的客觀知識設計或選擇適當的問題，讓學生經由個人或小組解題形成個人的主觀知識，再經由小組和全班討論磋商形成客觀知識，而班上的客觀知識在教師的引導之下最後與課本中的客觀知識產生連結，而完成學習。

最後，在解決雙環教學問題上，有關個人主觀知識部分以 Piaget (1970) 和 von Glaserfeld (1987, 1995) 的根本建構主義 (radical constructivism) 來引導；有關客觀知識部分則以 Vygotsky (1972, 1978) 的社會建構主義和 Mead(1934) 符號互動論 (symbolic interactionism) 來引導；在小組合作技巧上則參考了 Cohen (1994) 的小組策略。

在第一年的教學實驗中發現，實驗教師很容易仿效 Wheatley (1991) 的問題中心教學模式，即，上課時把學生分成小組，讓學生分組討論問題，再由組代表報告，與全班分享小組合作解題的結果。問題，小組，分享三要素，實驗教師施行容易，但常常流於形式，或誤用或迷失或不知如何精進，而未能讓問題中心教學發揮實質讓學生從做中學的作用。簡言之，即，未能讓知識的創造環在教室重現。爲了解決此一問題，張靜嚞 (1995) 參酌美國 NCTM (1991) 的數學教學專業標準，採用任務，引導，環境，和分析四項教學要領組成雙環教學的「教學環」。利用教學環來帶動學習環，即，讓知識創造環在教室動起來。故，教師採用雙環教學時要把握教學環的四項要領，即，設計適當的任務讓學生個人或小組合作解

題，引導學生朝向預定的教學目標前進，並創造有利於學生建構學習的教室環境。這種讓學生從做中學的教學經常會出現新的教學問題，教師要經由分析自己的教學，找出問題癥結所在，進行改進。教師分析自己教學問題的重點就在上述四項要領：任務，引導，環境和分析。分析它們那裡有問題，再進行改進。如此以不斷檢查和分析自己的教學來改進自己的教學的教學。用雙環來規範和精進問題中心教學是雙環教學的特色。目的在促進學生的思考和了解，不只是爲獲得最後的形式知識或考試分數而已。

筆者綜合上述的理念和考量傳統教學的缺失及參酌教學實踐的經驗，爲雙環教學擬定三項教學原理如下（張靜嚞， 1996 ）：

- 教學在引導學生建構知識，不在也不可能傳輸學生知識；
- 教學的目的在促進學生的思考和了解，不在記背知識與技巧；
- 學習是做中學，談中懂，寫中通等多元互動的社會建構，不是聆聽，練習等單元，單向，被動的接受。

雙環教學與傳統教學主要不同之處在：傳統教學，老師是教學的起點，「教」學生數學；雙環教學，學生是起點，從「做」數學開始，老師則引導學生「做」數學。傳統教學活動的主體是老師，主要在「秀」知識，讓學生模仿；雙環教學活動的主體是學生，學生做老師看，學生說老師聽。傳統教學的數學是固定不變的，只有數學的形式結果，概念和技巧；雙環教學的數學是動態的，是在數學內容與形式之間往往返返的活動，是逐漸數學化的過程 (Freudenthal, 1991) 。傳統教學的學習，學生是被動的接受（記憶）；雙環教學的學習，學生是主動的建構（個人解題和社會互動的討論）他們自己的知識。傳統教學目的是爲分數；雙環教學目的是參與，了解，和思考，並非只是爲了考試或分數而已。

三、雙環數學教學計畫

雙環數學教學計畫原爲問題中心數學教學計畫於 1992 年九月開始，先與一位教常態班的國中數學教師合作，在一班國中二年級常態班進行問題中心教學實驗。後來於 1993 年元月李老師加入，在一班國二後段班進行相同的教學實驗。李在另一所國中任教。這段時間兩位教師和研究人員經常在一起定期討論如何在國內的環境進行問題中心教學，而且針對國中數學三、四册發展了許多可供學生小組討論的問題或活動（張靜嚞， 1993 ）。次年則以新的國二班級，一班常態班和一班後段班，進行雙環教學實驗。本文只報告後段班的部分。

㈠班級背景

雙環教學的後段班，爲全校二年級十三班後段班當中的一班，編制有四十五人，但經常有學生缺課或流動，比較穩定出席的有三十八人。全校二年級還有一班資優班，和六班前段班，全校國二共有二十班。所以，這些後段班大約是智育成績後 65% (13/20) 的學生以「常態」或混合編成。該校爲一市區中型且升學率較優的國中。

學生家庭背景以工人居多，家長沒有時間照顧小孩，也不怎麼重視子女的教育，反正讓子女上學就算了。子女讀不讀書家長也不管。教這種班級教師較無升學壓力也較無家長的助力。老師只能要求學生的數學學習在教室發生，很難期望學生回家還會去讀數學。

㈡教師訓練

李教師是參與一日的問題中心教學研習之後，自願參與教學實驗研究。李教師爲科班出身，有三、四年的教學經驗。李教師除了上述一日的研習之外，在眞正進行教室教學之前，研究人員先與實驗學校溝通，取得學校對實驗教學的了解和支持。並與實驗教師做多次教學理念的溝通，觀看教學錄影帶，討論如何設計教學活動，如何分組，如何進行小組合作解題，如何評量等問題。同時提供實驗教師可資

利用的教學資源，例如，數學教學法（張靜嚮、念家興， 1992 ），問題中心教學模式 Wheatley (1991)，英國空中大學數學教學錄影帶。

本研究訓練教師主要特色是以問題中心教學的模式來訓練教師，且是長期的追蹤和支持，並讓實驗老師成爲研究者與研究人員合作來解決新教學遭遇的問題。所以，實驗教師是與研究人員一起合作設計小組討論的問題和思考如何引導小組合作解題與討論。

在教學實務輔導方面，開始採密集式，研究人員每週一到三次到數學教室觀察，並於課前和課後與實驗教師進行觀念溝通，問題討論，教學檢討，必要時提供實驗教師適當的支援與協助。並定期每二週一次研究工作會議，綜合討論過去兩週所遭遇的問題，以及計畫未來進行教學實驗有關的問題，例如，教具，分組，如何鼓勵小組合作解題等。

㈢雙環教學教室活動

雙環教學的教室教學活動，形式上與以問題中心的教學模式差不多，不過在老師心中則多了教學環和學習環，老師是利用教學雙環來駕馭以問題爲中心的教學。在實驗教室典型的問題中心數學課是讓學生以六人爲一小組合作完成老師給予的任務。教學活動以學生活動爲主，活動主要包含二部分，第一是小組合作解題；第二是經驗分享與問題討論。前者經常持續約 15 到 25 分鐘，後者持續約 15 到 20 分鐘。

以六人爲一小組的做法與 Wheatley 二人爲一小組的做法不同。改爲六人爲一小組並讓每一組員有不同的任務，所負任務會因小組討論問題不同而有所差異，但通常有主持人，報告員，記錄員，協調員，計時員等。小組合作解題除了解題之外，希望由此讓所有成員有共同參與的機會。後段班有些同學程度不好，害怕數學，讓他們從周邊參與次要工作和觀察組員合作解題開始，由此改變他們學習數學的態度，再慢慢讓他們進入解題的核心參與。如此可以減輕程度較差同學的心理和實際工作的負擔，而較能提高他們參與小組活動的意願。

小組合作解題時，教師主要是巡視小組，鼓勵並促進小組討論解題。全班經驗分享與討論時，教師主持讓各組把不同的理念和解題經驗表達與全班分享，並由此達成全班的共識。小組討論是達成小組的共識；全班討論是要達成全班的共識。教師引導則希望達成與教科書的概念達成共識。

教學內容是國中數學三、四册，內容主要是代數，有乘法公式，高商定理，多項式運算，因式分解，方程式，不等式，等差和等比級數，近似值與方根以及簡單的資料整理或記述統計。這些數學內容對後段學生而言，是枯燥乏味，抽象難懂，且沒有用。加上他們過去許多不愉快的數學學習經驗，他們對數學課一點興趣也沒有。本研究爲了讓後段學生恢復學習的興趣且讓他們眞的能夠學習，故在教學目標和教學方法上做了較大的調整和改變。

學校教學有統一的教材，進度，和評量。因此，本研究基本上是在學校這些限制之下做最大可能的調整和改變。一些重要的改變如下：在教學目標上是參與第一，讓學生參與學習活動爲優先，學生只要參與有沒有學到數學先不計較，先有接觸參與才有機會學習。了解第二，讓學生了解比教學進度優先，因爲沒有了解或沒有學習的進度是空的。在教法上，基本上是先讓學生小組合作解題和對談來學習。如果討論半天，學生還是沒有討論出老師期待的數學，此時教師再教。不過，一定要先讓學生以問題中心學習爲第一優先，而且此時教師的教也不是很傳統的教，而是當成與同學分享的方式介紹。

㈣教學活動內容舉例

以下舉二個例子簡單說明實際教學情形。例一：近似值，講測量時，老師不直接告訴學生如何測量，而是要學生小組合作自己做三種不同單位的尺去量數學課本的長度。接著組代表報告，再全班討論量得長度不同的原因。由

此大家一起來建構測定值和實際值的範圍的概念。例二：有時爲了刺激學生思考，要學生看數學式編故事，老師舉例題：張無忌出題 7-3=4 ，小昭編的故事是：張無忌練「乾坤大挪移」共七層招式，現已練成了三層，問還剩幾層就大功告成了。然後出一些數學式子要學生編故事。

㈤第一年試探結果

第一年新教學試探結果令人驚奇。 1993 年三月在一班國二下的後段班，於第一次段考結束後，開始在數學課試行以問題爲中心的教學實驗。原本放棄學習的學生慢慢恢復學習數學的興趣，段考成績及格人數遞增，三次段考數學成績從一人及格，增至四人，再暴增至 23 人及格。三次段考數學平均分數依序爲：20, 26, 58 。第一次的 20 分是傳統教學的結果。第二次的 26 分是試行問題中心教學六週的結果。第三次的 58 分是再試行問題中心六週後的結果。成績比傳統教學提高了 38 分，進步顯著。期末問卷發現有 65% 的學生贊成新教學，贊成的理由是可以就近問同學，參與性高，上課活潑，可以知道別人的看法，可以互相討論。另有 35% 的學生反對新教學，他們的理由是排桌椅花時間，老師講課時間少，好像沒有學到什麼，進度較落後，秩序較差，沒有補充課外題，題目沒看過，覺得很難（張靜馨， 1993 ）。

實驗教師覺得新教學雖非特效藥，但有強勁的後續效果。很多原本放棄數學的學生，自從採用新教學之後慢慢對數學學習產生興趣。實驗教師親身體驗學生學習態度從排斥放棄轉向接受和喜歡，從冷眼旁觀轉向熱烈參與。教師本身對教後段班的態度也從過去的逃避轉向當下的期待上課（張靜馨， 1995 ）。

四、第二年實驗效果評估

第一年的實驗教學，李老師是在摸索問題中心教學的階段，有研究人員大量的介入活動，不易評估李老師問題中心教學的成效。故有必要於第二年讓研究人員退出，由此來評估雙環教學和師資訓練的成效。本研究原本是要幫助李老師解決她在後段班的數學教學難題，而李老師的教學難題是：學生教不動和不想學。經由文獻探討，晤談李老師和她的學生，訪談某一中學十二位老、中、青數學教師，以及調查彰化師大科學教育研究所四十學分班一班四十三位資深中學數理教師的意見之後，發現造成這些難題主要的障礙是：㈠成就低。後段班學生的數學段考成績往往是愈考愈低。學生因而失去學習的興趣，動機和信心；㈡程度差。有些學生連九九乘法表都不會背，很多學生小學數學就沒學好，老師通常不知如何教這些學生學習國中數學，在傳統教學之下，這些學生通常只有陪人上課的份；㈢不了解或聽不懂。很多學生上課常常聽不懂，跟不上，最後放棄學習；㈣沒興趣。很多後段學生覺得數學枯燥乏味，與他們的生活無關，難學又無用。傳統教學之下，往往引不起他們學習的興趣；㈤恐懼數學。低學習成就學生的學校數學學習經驗往往是負面的多，他們對數學的誤解，不了解和失敗造成他們對數學的恐懼 (Bell, Costello, & Kuchemann, 1985; Frankenstein, 1989; Dean, 1982; Costello, 1991)。

本研究以上述五個傳統教學難題的改善作爲教學改變成效的評估標準。這些問題的改善，符合李老師改進教學的期望，也符合我國國中數學課程的目標（教育部， 1995 ）。根據教育部頒布的國中數學課程五項目標是：㈠提高學生的學習興趣；㈡提升學生的數學素養；㈢培養學生的解題能力；㈣啓發學生的思考，推理和創造能力；㈤培養學生主動學習和欣賞數學的能力。由此可見，前述五個教學難題的改進應有助於這些課程目標的現實。

貳、方法

一、研究設計

這是探索性的研究。一位接受半年雙環教

學訓練的數學教師，在一班原本是傳統教學的國中二年級後段班，於數學課採用雙環教學一年（國二上學期中因實驗教師產假期間，代課教師恢復傳統教學曾稍有中斷）。其他科目照舊。經由質的深入分析和量的比較，來探討雙環教學在後段班數學課施行的成效。

二、資料收集

資料收集包含教室觀察，場記，教學原案；教師座談和晤談，教師的心得報告；期末對四名學生進行深入晤談。段考試題和段考成績。段考成績包含教學實驗學生的個別成績，和全校十三班後段班學生的四次段考（每學期的第一和第二次）數學平均成績。

三、過程

教室觀察，教師座談和晤談，是整個學年定期或不定期的進行。段考是依學校行事曆進行，每一學期舉行三次。教師的期末心得是在第二學期末於一週內完成。四名學生的晤談於第二學期末，選取代表數學成就較高和較低的男、女生各一位，共四位，施以半結構性的個別晤談。晤談問題主要是學生對雙環教學之數學學習的感受，心得和建議。

四、資料分析

量的資料，段考成績是用 SPSS 分析。質的資料分析主要是以轉錄教學原案，座談，晤談，和觀察場記內容做三角校正。除了經由研究小組（包含教授一，研究生二，和國中數學教師二）長期討論以達共識之外，並將分析結果與文獻作比較，不斷反思和對照的結果。

參、結果

國中低學習成就班數學教學主要的障礙是：㈠低成就；㈡低程度；㈢不了解；㈣沒興趣；㈤恐懼數學。這些障礙，在傳統教學之下，逐日惡化。本研究改用雙環教學之後，這些障礙非但未見惡化且有逐漸改善的現象。以下逐項報告本研究的發現。

一、 低成就的問題

由表 1 ，四次段考 z 分數依序爲： .66, .05, 2.19, 2.21 。這表示，在十三個後段班當中，實驗班的四次數學段考成績的排序依序爲：中上，中，上上，上上。顯示實驗班數學段考成績雖然開始於上學期曾有退步，但一整個學年，從上學期到下學期，有非常顯著的進步。因爲 z=2.19 和 2.21 已落在前 2% 之內（林清山， 1997 ）。以國際選取前 5%-10% 的學生爲資優生的標準 (Feldhusen, van Tassel-Baska, Selley, 1989) 來看，實驗班在上學期只是十三個後段班當中的「普通」班，到下學期則躍升爲十三個後段班中的「極資優」班。

至於上學期， .66 到 .05 的退步，根據期末與學生晤談資料發現，此一退步與傳統教學有關。以下是期末與學生晤談的片斷（問表研究者晤談學生的問話，低男表男生且數學成績較低者，其餘類推）：

高男：上學期有一段時間不是李老師教的（註：指代課老師），那時候我的數學不會很好。

問：李老師產假時代課教師是不是又恢復傳統教學？

高男：是啊！有些問題我問同學，同學有時候也不知道…那時我還沒有補習。

高男是段考二數學第一名的學生。上述對話透露李老師不在時，代課老師恢復傳統教學，高男的數學學習遭遇困難且無法解決，而求助於補習。所以，上學期的退步應是代課教師恢復傳統教學所致，與雙環教學無關。

再由表 1 ，四次段考平均分數 (M) 依序爲： 63, 41, 64, 57 （取整數）。因上學期 63 到 41 的退步是代課教師恢復傳統教學造成的。所以，四次段考分數的意義應爲：李老師

表 1 ：段考成績的莖葉圖、平均數、標準差和 Z 分數

	上學期		下學期	
	段考一（雙環教學）	段考二（傳統教學）	段考三（雙環教學）	段考四（傳統教學）
莖葉圖	莖 葉 9 33 8 234677889 7 123788 6 0112339 5 0457 4 5589 3 12 2 0 1 069	莖 葉 9 7 8 05 7 0114599 6 45 5 12 4 378 3 3699 2 1112234 1 1255 0 036999	莖 葉 9 002225777 8 2247 7 004557 6 24899 5 67 4 2557 3 077 2 5 1 007 0 7	莖 葉 9 1166 8 02222778 7 38 6 02379 5 26 4 04489 3 3678 2 7899 1 99 0 09
M (SD)	62.61 (23.11)	40.55 (27.96)	63.55 (27.11)	56.66 (26.75)
z	.66	.05	2.19	2.21

註：Z分數以N=13計算。（上、下學期均不包含第三次段考成績）

雙環教學六週（註：第二年的實驗教學是從國二上開學第一天開始），學生數學成績爲 63 分。代課教師恢復傳統教學，成績下降 22 分變成 41 分。國二下，李老師回來又恢復雙環教學，六週後學生成績又回升 23 分變成 64 分，恢復到國二上段考一的水準。再六週得 57 分，略降 7 分，但 z 分數從 2.19 到 2.21 未降反而略升，此一情形可能是兩次試題目難易不同或其他因影響所致，而非學生退步。所以，雙環教學之下，實驗班數學段考成績是穩定維持在六十分上下，無退步和不穩定，也沒有繼續進步的現象。

實驗班三次雙環教學之段考成績爲 63, 64, 57 並無進步，但是它們的 z 分數爲 .66, 2.19, 2.21 則有進步。又，據筆者於在教室觀察實驗班數學課看到的是學生討論熱烈，認眞學習（參考稍後結果的其他部分）。根據筆者教學多年經驗判斷，實驗班的數學段考成績應有進步才是。李老師在期末心得報告表示學生學業成績普遍提高，以下是李老師報告中的片斷：

> 去年的實驗班是二年級才中途接班，所以，實施「以問題爲中心」的教學後，學生的反應較爲突顯，有贊同，亦有反對的；學業成就方面，進步者多，退步者少。
>
> 今年實驗班是從一年級就任其導師及數學老師，所以，實施以問題爲中心的教學之後，同學表現較不突顯，而呈穩定狀態，學業成就普遍提高而無較特殊個案（註：指第一年的佳佳）。
>
> 對於以問題爲中心的教學，學生幾乎是百分之百的喜歡。

然而，雙環教學之下，段考成績到底可以提高幾分？因爲第二年李老師於一開始就採用雙環教學，缺乏像第一年先採用傳統教學，到

第一次段考後才改變教學。所以，無法確知第二年的實驗教學眞正提高數學段考成績多少分。不過，從代課教師恢復傳統教學下降 22 分和李老師回來恢復雙環教學又提高 23 分來看，第二年的雙環教學應可比傳統教學高出 22 分以上。

最後，段考一 63 分的 z 分數只有 .66 ，顯示仍有不少傳統教學的班級他們的段考一成績高過雙環教學的實驗班。何以如此，從以下期末與學生的晤談似可窺豹一斑：

問：會不會擔心比傳統式教學的班級學得少？

低女：數學很難，大部分人除非碰到比較好的老師，他們班老師有施壓或做什麼才會去學，…我們會就是會啊，不會就去討論，不會像別的老師：「你一定要給我考幾分」

問：我知道，考不到幾分就要受罰。

低女：是啊，但是我們班不會，我們班很好。

傳統教學靠施壓得高分，較難以持久。這或許是爲何到下學期實驗班段考三的 64 分已可名列前茅了，但上學期段考一的 63 分只得中上。

總之，實驗班在雙環教學之下學生的數學段考表現是：㈠成績提高且維持在六十分左右。㈡成績提高至少有二十分以上。㈢成績雖然維持在六十分左右，但排名從上學期的中上至下學期躍升爲名列前茅。

二、程度低的問題

後段班有很多學生小學數學就沒學好，有的甚至連九九乘法表都不會背。參加本計畫之前，李老師不知道如何來教這些學生。這些學生在班上往往處於「陪讀」的狀態。小學數學沒學好要直接學習國中課本中形式又抽象的數學，有實際上的困難。

然而，雙環教學把數學活動化之後，程度低的教學難題得以解套，這些學生終於有了參與學習數學的機會。例如，教資料處理單元時，讓學生玩擲銅板的活動，有人投擲，有人記錄，有人上台說明，是一種社會建構的活動（張靜譽， 1995 ）。這樣的數學活動，所有的學生都有參與的機會，即使是連九九乘法表都不會背的學生，他或她可以幫助擲銅板，或數正反面次數。總之，無論學生的程度有多差，他或她都可以找到他們可以參與的地方，只要他們開始參與做數學的活動，他們都有學習數學的機會，也許在開始他們並不知道何謂「次數 (frequency) 」，但他們總有學到其他較低層次或較原始或非正式的數學 (informal mathematics) ，例如，正面出現多少次，而且在小組合作做數學活動的過程中，學生還有很多機會聽別人怎麼說，如此從很多人，從不同的角度和不同的層次來討論數學。學生在這樣的學習活動中有機會來經驗和覺察擲銅板與資料處理的關連。這樣的學習可能還有學生尚未建構出形式的數學 (formal mathematics) 知識，例如，「次數」的概念，但已經有一些非正式的 (informal) 「次數」概念，例如，正面出現多少次。再者，從發展基本數學能力的角度來看本實驗教學，則幾乎所有的學生都有學習的機會，因爲在這些做數學的活動中，學生有很多探索，猜測，溝通，推理的機會。以下是一位低程度學生的在實驗教室的經驗：

問：對這種新的教學方式，你的看法如何？

低男：雖然功課不太會進步，可是理解力可以變得比較強，因爲可以討論。

所以，雙環教學之下，程度再差的學生也有參與和學習的機會，不用再「陪讀」，而且學生覺得理解力增強了。

三、不了解或聽不懂的問題

傳統教學之下，低成就學生學習數學主要的障礙之一是老師講，學生聽不懂，不了解。雙環教學基本上老師不「教」學生數學，學生必須靠自己做數學以及和同學或和老師討論做數學的方式來學習數學。所以，雙環教學之下，老師講，學生聽不懂的問題就大量消失，甚至不存在了。

在雙環教學之下，學生要自己解題，要和同學討論。所以，學生自己做，自己想，講給同學聽，或聽同學講，取代了傳統教室的學生聽，老師講。在期末晤談中發現，學生成就無論高或低都表示，自己做，自己想，聽同學講比較容易了解，以下是晤談的片斷：

問：對這種新的教學方式，你的看法如何？

低男：雖然功課不太會進步，可是理解力可以變得比較強，因爲可以討論。

低女：很好啊！…（不會像）傳統式的老師在黑板上一直教、一直教，「都聽無」（臺語）…
朋友（組員）比較了解你，可以看出你的錯誤，而且，比較親密嘛，態度比較自然，就不會像「你是老師，我是學生」。…這種教學的優點是比較容易理解。如果這一題老師在教，你不會，可以跟老師講，老師會給你一段時間討論，可以叫好朋友教你。

高男：有不會的，可以直接問老師或同學。建議討論的時間久一點。

高女：這種方式，對數學更清楚。

由此可見，雙環教學之下，老師講的機會減少了，學生了解的機會反而增加了。當學生不會時，學生需要的往往不是重複或施壓，反而是討論，支持和鼓勵。

問：你在這種新式教學最大的收穫是什麼？

高女：我覺得，在數學題目不會的時候，可以和同學討論。有時像辯論一樣…別人有的想法，我可以加點意見。

問：會不會擔心比傳統式教學的班級學得少？

低女：數學很難，大部分的人除非碰到比較好的老師，他們班老師有施壓力或做什麼才會去學，當然功課會比較好啊。我們因爲沒有老師施壓力，…我們會就是會啊，不會的就去討論，這樣子很自然，不會像別的老師：「你一定要給我考幾分」。

雙環教學之下，另一項有助於克服學生不了解的策略是把數學活動化。例如，上節擲銅板的例子和以下測量的例子。在近似值單元介紹測定值和誤差。李老師給小組的任務是：設計三種不同單位的尺來量課桌的長度。小組活動約十到十五分鐘之後，老師要求小組把他們量得的長度寫在黑板上，並說明是如何得到的，如何記錄的？不能恰好量盡時是怎麼處理的？老師主持全班討論，全班分享各組不同的想法，測量方法，和測量結果，在討論中如何異中求同。最後，全班的共識是採取四捨五入來表示課桌子的長度，而最大可能誤差是最小度量單位的一半。數學活動化之後，學生上數學課不覺得他們是在上數學課，而是在玩遊戲和討論。學生表示：「這種教學的優點是比較容易理解」。

總之，雙環教學之下，數學活動化，學生從自己做和討論中，反而比單純聽老師講更容易了解，且較無聽不懂的問題。

四、沒興趣的問題

傳統教學之下，學生對數學學習往往是愈學愈沒興趣，雖然國中課程目標第一項就是要提高學生的學習興趣。然而，最近教育部的調查結果恰好相反，學生最不喜歡的科目是數學，且從國小到高中學生逐年失去學習數學的興趣。然而，在本教學實驗，李老師採用雙環教學之後，表示學生幾乎百分之百的喜歡數學課。以下是本研究發現一些促進學生產生興趣的地方。

學生對發生在他們生活週遭的事物比較有興趣，例如，侏羅紀公園和張無忌。若以這些事物作爲任務的背景較能引起學生的興趣，以下是教比例單元時李老師使用的任務之一：

任務：侏羅紀公園的恐龍爺爺有320隻，恐龍孫子有720隻，恐龍爺爺們的總重量爲16000公噸，恐龍孫子的總重量爲20160公噸：

1.恐龍孫子和恐龍爺爺的數目比爲？

2.恐龍孫子和恐龍爺爺的總重量之比爲？

3.若長老恐龍爺爺和小不點恐龍孫子，它們兩個發揮愛心，想建立侏羅小學，共投資1300萬元，且爺爺和孫子是按6：4的比例投資，請問爺爺和孫子各投資多少元？

4.若嬌嬌恐龍奶奶也得知此愛心計畫，想加入投資的行列，已知奶奶和孫子按按5:3的比例投資，其它條件同3.則此時爺爺，奶奶，孫子各投資多少元？

其次，小組討論也是引起學生學習興趣的地方。無論學生程度高或低，學生喜歡上課自由活潑的氣氛，不喜歡高壓的氣氛。期末晤談時，低女如此說：「數學很難，…他們班老師有施壓力或做什麼才會去學，當然功課會比較好啊。我們因爲沒有老師施壓力，…我們會就是會啊，不會的就去討論，這樣子很自然，不會像別的老師：你一定要給我考幾分」。

以下是另一些引發學生產生學習樂趣的地方：討論時產生了解，發表意見時同學們的掌聲和認同，以及自己把問題解出來時的成就感。發表的樂趣常常在教室觀察時看到。討論和解題的樂趣是於期末和學生晤談時發現的。以下是期末晤談時對話的片斷：

問：你覺得數學是什麼？

低男：蠻好玩的，（微笑）…因爲一個人將題目能夠解出來的時候就會很高興。

問：你有這種經驗嗎？

低男：（點頭）

傳統教學教室常常是師生都期待早點下課，但在本研究的實驗教室，經常會出現學生熱烈討論忘了下課。有時甚至下課了，還有學生一面奔出教室還一面談論上課未討論完的話題，筆者就曾目睹，學生在爭論1是不是質數？李老師不提供學生答案，隨著鈴聲下課，兩位學生一面衝出教室，一面繼續爭論他們的觀點。這種場面即使在前段班也少見，出現在後段班給人印象加倍深刻。

從李老師在期末報告也可以看到，實驗班學習興趣在雙環教學之下有長足的進展。李老師報告的部分內容如下：

…對於問題中心教學，學生幾乎是百分之百的喜歡。在教學實驗過程中覺察以下的六項因素會影響學習的氣氛和效果：1. 天氣煩悶或涼爽。五、六月天氣悶熱，學生討論氣氛不佳，個個顯得懶洋洋的。即使，問題多麼生活化、活發化，其效果亦大打折扣。反之，若天氣涼爽，一個平凡的題目，其討論學習盛況，令人佩服感

動。2. 問題難易度。同一年級，同一題目，在不同的班級就有不同的反應，甚至在不同的組就有不同的討論狀況。程度差的學生喜歡問題生活化，簡易化，明顯化，單一化。程度較好的學生，則喜歡生活化，深度，廣度，加深加廣的題型。所以，不同的班需要不同的問題來刺激。3. 問題的時事性。設計題目如果切合時事（如電視節目內容），或流行趨勢潮流，則較能引起共鳴，引發興趣，若是不配合時事而涉及「古早」的情事如小叮噹，大雄…則興趣缺缺。4. 教師的態度。如果教師能著眼於大處（真正要同學學到的東西），而忽略小處（如同學們偶爾的談話）盡量維持和諧、喜悅、接納、分享的氣氛，對整個學習效果最有助益。因為實驗班是導師班，常常有一些常規要重複叮嚀，甚至要嚴重糾正，而這些「冷」場面必須常利用數學課進行，我覺得利用下課前幾分鐘再進行「待人處事」教育較不會破壞氣氛，若事態嚴重需要上課立刻處理，處理後亦應立刻緩和氣氛，才不會嚴重破壞學習興緻。5. 教室小組的安排。學生討論熱絡與否，以及興緻高昂與否都和小組安排有相當的關係。尤其小組若有會帶動的人，常是這一組積極參與活動的原因。在千變萬化的小組安排方式中，我覺得由學生自己挑選組別，最能發揮學習效果。但日子一久，往往秩序難以維持，所以，安排座位前應與學生約法三章，只要達到要求就可以做他們喜歡的事，若不能，則只好照規定來做，由老師排位置。這樣對學習情況才能有效掌握。

從李老師的報告中可以看到，雙環教學之，學生的需要和興趣受到老師前所未有的注意和重視，學生成為教室中學習的主體。報告中顯示影響學生學習興趣多且複雜，從天氣的好壞，題目的背景和難易度，老師的態度，到教室社會活動環境的佈置不一而足。

總之，雙環教學之下，不但學生恢復學習的興趣，連老師也恢復教學的興趣。李老師曾多次表示，以前是最想逃避後段班的教學，現在反而會期待上課時間的到來。

五、恐懼數學的問題

後段班教學實驗初期需要解決的往往不是數學的教學問題，而是學生負面的學習態度（例如，恐懼，排斥，拒絕，沒有信心）需要改變的問題。因為這些負面的學習態度不改，再好的教學活動也難以施展。本研究於第一年就已經發展出一些改進的策略。這些策略在第二年繼續發揚光大，且得到很好的效果。以下是這些策略的重建與反思。

首先，不打草驚蛇。根據第一年的經驗，李老師進教室若與學生寒暄不談數學，學生表現還算正常。寒暄完畢。老師若提到「數學」二字，或與數學有關的東西，教室氣氛馬上逆轉，學生笑容收斂，臉色慘白，表情浮現害怕，排斥與嫌惡之情，教室氣氛立陷僵局與沈寂；不久，吵鬧之聲漸起，終至無法上課。李老師不得不停下來維持秩序。後來，李老師依筆者建議上課盡量不提「數學」二字，甚至先不必想要上數學。先從學生有興趣的話題開始，想辦法讓學生在不知不覺的情況下上數學。有時，整節課只有從事一些非數學的活動，李老師因而焦慮進度怎麼辦，筆者以「進度應以學生的進度為進度」說服李老師。因為老師有進度，學生沒學習，進度還是等於零。而且為了與學生建立友善和互信的關係，這樣做是非常值得的。當學生的心理還沒準備好接受老師時，對老師還不信任時，老師勉強推動，阻力大且效果差。當李老師調整心態，以學生為本位，以學生為主體，不再是以數學或老師為本位，為主體之後，師生關係不再緊

張，學生態度開始逆轉，參與教室活動的情況逐漸增加，而排斥，抗拒和迴避的情況逐漸減少。

然而，不提「數學」，不打草驚蛇，只是避免學生關閉他們的心靈而已。當老師以非數學的方式佈題，大多數學生對問題背景有興趣，一旦佈題完畢要開始做問題時，很多學生還是退怯了。學生退怯的主要原因有二：㈠沒信心，他們不相信自己有能力，可以做問題。傳統教學之下，他們經歷太多學習失敗的經驗，他們對數學充滿誤解和不了解。學生的理由是：「我不會」，「再怎麼讀，也考不好」，「小學數學就沒學好，現在太遲了」。後段學生有很深的「習得無助感」(learned helplessness)（吳幸宜，1996）。㈡不安全。後段學生沒信心，因而更害怕犯錯，犯錯在傳統教學裡往往帶來難堪，懲罰，或丟臉。他們早已學會「不做不錯」的道理。所以，當他們面對問題時，很自然的反應就是避開不做，以免犯錯丟臉，受罪，受罰。

爲治療學生的恐懼，害怕或無信心，本教學實驗慢慢發展出三管齊下的策略：

㈠心理建設。老師明白告訴學生，犯錯是被允許的，犯錯是很正常的，人是在錯誤中學習，學習的重點在思考和了解，不在結果和對錯。即，「你怎麼想？」，「你的意思是什麼？」比「你學到什麼？」，「對或錯」來得重要。此時，老師的心態調整很重要，老師要言行一致，不可說一套做一套，告訴學生犯錯沒關係，卻又老注意學生的錯誤，且頻頻糾正學生的錯誤。當學生說錯或做錯時，比較符合建構主義的做法可能是，老師心平氣和讓學生解釋他們的意思和想法，引導他們自我檢查或先聽聽其他同學有何不同的想法，經由反思或與同學討論來發現自己的錯誤和加以修正。在教室創造探究的文化小世界。讓說錯或不會，變得很自然，錯了就去發現錯在那裡，不會就去討論。雙環教學之下，學生面對不會的態度似乎有了很大的轉變。以下是期末晤談的片斷：

低女：這種教學的優點是比較容易理解。如果這一題老師在教，你不會，可以跟老師講，老師會給你一段時間討論，可以叫好朋友教你。

問：你對這種新式的教學方式有何看法？

高男：有不會的，可以直接問老師或同學。建議討論的時間久一點。

低女：…我們會就是會啊，不會的就去討論，這樣子很自然。

問：你在這種新式的教學最大的收穫是什麼？

高女：我覺得，題目不會的時候可以和同學討論。有時像辯論一樣…別人有的想法，我可以加點意見。

㈡正向評量。爲了鼓勵學生參與學習，本研究採取盡量肯定學生的策略。雙環教學強調學生的參與，了解和思考。所以，只要學生在參與，在思考，或有所了解，老師都給予肯定和鼓勵。做錯了，鼓勵勇於嘗試和思考。做對了，讚許和肯定學生的努力。既使學生完成的東西多麼微不足道，老師也可以找到值得肯定和鼓勵的地方。這對甚少曾被注意，被肯定，被讚美的低成就學生有神奇的效果。例如，在測量單元，玉祥量出課桌的長度。老師說：玉祥，請你告訴大家，你是怎麼做的？當玉祥詳細描述測量課桌的過程和結果。老師說玉祥做得很好。當微小的成就也會受到老師的重視和鼓勵，這對旁觀看的學生也有躍躍欲試。特別是當數學很差的同學參與做數學活動，不但沒有不良的後果，還會受到老師的讚賞或鼓勵時，一些原本冷眼旁觀的同學也開始主動參與數學的學習

活動。

㈢成功經驗。傳統教學之下，低成就學生甚少有學習成功的經驗。他們不相信自己有能力學習。爲了恢復學生的信心，老師要創造機會讓學生成功，特別是依靠自己的力量成功的經驗，這樣的經驗對恢復學生的信心有很好的效果。例如，教複利時，李老師發現有一位平時表現不怎麼樣的學生金標，好像很懂標會的樣子，於是李老師要金標下次上課來告訴大家如何標會。李老師回憶金標的表現令她印象深刻，李老師原本對金標並無特別印象，想不到金標能把標會說得一清二楚。李老師說她是從金標的報告才學到有關標會的知識，例如，內標，外標，如何標，何時標最有利等等。金標的報告得到不少同學的尊敬，金標受到此一成功經驗的影響，從此金標上數學課變得比較積極參與，人也變得比較有自信。

不過，要治療學生對「數學」的恐懼和無助，還是需要做「數學」問題成功的經驗。這種經驗在雙環教學之下，不但發生在成績較高的學生身上，也發生在成績較低的學生身上。從以下的期末晤談對話，可以發現這位低成就的學生不再恐懼數學，還覺得數學蠻好玩的：

問：你覺得數學是什麼？

低男：蠻好玩的，（微笑）…因爲一個人將題目能夠解出來的時候就會很高興。

問：你有這種經驗嗎？

低男：（點頭）

總之，要治療學生害怕數學，先不「打草驚蛇」，再創造安全的學習環境和創造學習成功的經驗，以恢復信心，特別是學生自己克服困難解題成功的經驗尤其有效。

肆、討論

本研究的目的在評估雙環教學的成效。以下就上述的研究結果，從成就，程度，了解，興趣，恐懼五方面來加以討論。

一、成就

根據上述結果，雙環教學之下，實驗班數學段考成績上下學期穩定維持在六十分上下。第一年也有類似的結果。再者，第一年從傳統教學改變成問題中心教學數學段考成績，前後提高 38 分。第二年從雙環教學改變成傳統教學數學段考成績下降 22 分。所以，雙環教學可以提高低學習成就班學生的數學段考成績。這可能是雙環教學之下，學生逐漸恢復學習興趣和產生了解的影響。

雙環教學之下，每次段考數學平均成績，上、下學期差不多，都是在六十分上下，並未隨著時間繼續增加。此一現象與長期教室觀察看到學生熱烈的學習反應，以及李老師對學生的上課反應和學習表現甚表滿意的情況不甚一致。其可能的原因有二：㈠段考試題偏重低階思考的技巧熟練和事實的記憶，較少高階思考的了解和非常規問題的解題，故雙環教學之下學生高階思考能力的發展無法在段考試題反應出來。荷蘭 RME 在評估新課程與舊課程時也有類似的現象，即，用傳統試題無法反應新教學的優點 (Heuvel-Panhuizen, 1996) 。㈡一年時間太短。冰凍三尺非一日之寒，後段學生失學已久，很多學生才稍微復甦回頭學習數學，以學習一年的經驗要活用來做好段考試題確有困難。美國 Wood & Sellers (1996) 曾比較國小二年級普通班級學生採用問題中心教學一年和二年的區別，結果發現問題中心教學一年的學生在包含計算熟練和概念了解的標準數學成就測驗分數上與傳統教學的學生沒有顯著的不同；但問題中心教學二年的學生的成就測驗分數就顯著高於問題中心教學只有一年的學生。這也符合李老師的猜測，問題中心教學並非特效葯，但可期待維持較長久的學習成效。

至於 z 分數的意義，第二年的情形，若以

國際間選取資優生的標準來看 (Feldhusen, van Tassel-Baska, Selley, 1989)，正兩個標準差以上，是十三個班級中的「資優班」了。所以，實驗班經雙環教學之後是從上學期的「普通班」，變成下學期的「資優班」。所以，單從十三班的相對位置來看，國二上李老師雙環教學六週後，成績中上；代課教師傳統教學六週後，成績退回中間；國二下李老師回來恢復雙環教學，六週後，成績名列前茅；再六週後，依舊名列前茅。實驗班的數學成績是從上學期的普通中，到下學期躍進至名列前茅。所以，若與其他傳統教學的班級比較，這是非常顯著的進步。然而，這種進步不能單純解釋作實驗班的進步，應是傳統教學班級的退步，相對突顯的結果。這與現實頗爲吻合。在傳統教學之下，學生逐漸放棄學習頗爲常見。根據 NRC (1989)，美國學生進入中學以後至大學，每年約有一半的學生放棄學習數學。筆者曾問過國內多位資深中學數學教師，根據他們教書多年經驗，他們頗認同此項估計。依此，國二下數學段考分數與國二上段考一的分數差不多，都是維持在六十分上下，但相對位置在國二下遠優於國二上，應是傳統教學班級學生逐漸放棄學習所致，而非雙環教學造成突飛猛進的結果。

總之，根據本研究結果顯示，雙環教學對低成就學生的數學段考成績有正面且穩定的成效。

二、程度

根據本研究結果顯示，程度低並非是教學不能克服的障礙，不應該成爲「不可教」或「不能教」的理由。在雙環教學之下，把數學當成是人的活動，數學活動化之後，程度再低的學生都有參與和學習的機會，即使連九九乘法表不會背的學生也能學習。此一結果印證了八〇年代英國許多研究計畫對低學習成就學生研究所得的結論 (Costello，1991)：這些學生需要的不是窄化的課程，而是寬廣化的課程，或全民的課程 (Curriculum for All)，即，本研究所採取全民的數學的立場，參見前述擲銅板和量課桌的例子。

在雙環教學之下，程度差的學生因有參與數學活動的機會，而免於被隔絕或自絕於數學的學習。這些「後」後段的學生因參與小組或全班的數學活動，或許一時仍無法學到課本中的知識，但耳濡目染，逐漸社會化，也有「偷取知識」的機會 (Brown & Duguid, 1996)；一回生二回熟，這些邊緣學生大有從週邊參與趨近中央參與的機會 (Lave & Wenger, 1991)。故，雙環教學爲所有後段學生提供比傳統教學更多更好更多元及不同層次參與的學習環境和機會。雙環教學之下，數學如打氣筒 (pump) 不斷的把後段的學生往前往上推。相對的，傳統教學只爲少數前段學生提供狹窄且容易中斷的學習機會，學生學習過程若中有一段聽不懂學不好，很容易就接不下去，而放棄學習。傳統教學之下，數學好比篩子不斷的把學生淘汰出局 (NRC, 1989)。

三、了解

傳統教學另一個困擾教師的難題是「老師講的很清楚，學生就是不了解」，「講了七、八遍，學生就是聽不懂」。此一問題在雙環教學採用讓學生小組合作解題和討論之後，反而輕易化解了學生聽不懂和不了解的問題。在雙環教學之下，學生以他們自己的方法來解題，用他們自己的語言來討論，學生多做多講，老師少做少講，學生反而容易了解。所以，聽不懂，不了解，應是傳統教學的學習方式不適合學生的學習方式 (NRC, 1989)，不是學生缺少學習數學的能力，因爲在雙環教學之下，換了另一種學習方式，怎麼學生就可以了解，就可以學習了呢。問題癥結所在不言而喻。這也反映出符合社會建構主義的教學方式較適合低學習成就學生的學習方式。

四、興趣

傳統教學之下，國中學生學習數學的興趣逐年惡化。有不少老師企圖以簡化考試以提高學生分數，以簡化或淺化教學內容和講笑話來引起學生學習的興趣，效果非常有限。國中很多教師像李老師一樣用盡辦法就是引不起學生學習的興趣，他們對學生學習興趣的低落充滿無力感。。

然而，自從李老師改變教學，採用雙環教學模式之後，此一難題終於有了突破性的好轉，不但學生恢復學習的興趣，連老師也恢復教學的興趣。從本研究的結果可以發現提高學生學習興趣的關鍵不在老師如何「教」，而是老師根本「不要教」，讓學生從做中學，即，從解題和討論中學習，老師的工作是設計教學活動和引導學生重新發明數學 (Freudenthal, 1991)，而非講個不停，硬要把現成的數學塞給學生。再者，影響學生學習因素複雜，教師要能不斷研究和活用。

反之，傳統教學，以老師爲中心，以課本知識爲主體，學生被動接受他們不了解的知識，在台灣考試文化之下還經常被逼記背一大堆不了解，且除了考試之外不知有何用的知識。學生愈學愈沒興趣。由此可見學生可能不是如一般大衆所認爲的對學習沒興趣，而是傳統教學使他們失去學習的興趣。

所以，改變教學理念和教學方式，讓學生以符合社會建構主義的方式來學習數學，是提高學生的學習興趣比較有效的途徑。

五、恐懼

國中有很多教師像李老師一樣，不知道學生爲何害怕數學，更不知道如何治療它。傳統教學之下，後段班的老師大多把力氣和時間用在維持教室的秩序，把教學重點放在進度。很多後段班的老師每次上課的奢望是學生能安靜讓她或他好好把課上完。傳統教學以老師爲中心，以書本爲主體，老師甚少關心學生的需要和感受。傳統教學教室，老師照著教材一直講，直到學生吵鬧影響老師講課時，老師才會注意學生的存在，此時老師關心的還是秩序或進度，不是學生的需要和感受。老師希望學生不要害怕數學，但傳統數學課教師往往盡做一些讓學生害怕的事，例如，講學生聽不懂的東西，考學生不會答的問題，高壓和體罰。所以，傳統教學之下，會有不少學生害怕數學。

雙環教學的目的是要學生參與，了解和思考。爲了提高學生的參與度，得先治療學生恐懼數學的心理。根據本研究結果發現，先從非數學的活動開始，創造讓學生用自己的能力把事情做成功的經驗，以恢復自信，再創造讓學生用自己的知識和能力把數學問題解題成功的經驗，可以有效治療學生對數學的恐懼。這些發現與 Dean (1982) 的意見一致。本研究還發現一些旁觀同學也因而有進步的表現。這印證了班都拉的社會學習理論（蔡幸宜譯，1996）。雙環教學之下，在小組合作解題和表達分享及全班的討論中，提供學生很多社會互動和模仿學習的機會。這可能是爲什麼在本研究裡連「後」後段的學生也能克服恐懼，不再害怕數學，進而覺得數學有趣。總之，害怕數學的學生接受成功經驗的治療之後，克服對數學的恐懼，而重回學習數學的行列。

總結，從以上分析雙環教學在一班國二後段班數學課施行一年的教學結果和討論顯示傳統教學的若干沈痾逐漸解套。後段學生對數學學習的興趣，概念的了解，參與數學學習活動的機會和意願比傳統數學教室大爲提高。再與第一年在另一班試探性得到類似的正面的效果（參考張靜馨，1994），以及李老師過去用傳統教學無法改善的情形比較，雙環教學提供與傳統教學很不一樣的學習環境，新的教學能鼓勵學生回頭學習數學，促進學生的了解，改善學習數學的態度，連功課不太會進步的學生也有親身經驗了解或學習發生的喜悅，而樂在其中。可見，後段學生並非不喜歡學習數學，而是傳統教學的數學學習方式隔絕了他們學習

的管道。

伍、結論

根據本研究的發現，數學課採用雙環模式教學，不但可以有效化解傳統教學的五大沈痾：低成就，低程度，低了解，低興趣和恐懼數學；還可以：恢復學生學習的興趣和信心，提高學生了解層次至有意義的學習，擴大學習機會至所有的學生無論程度如何都有參與學習的機會，促進同學合作，增進同學友誼和溝通的技巧。連帶教師也恢復教學的樂趣，親身體會教學相長和育才爲樂的眞諦與喜悅。

國中後段學生，無論在後段班或常態班，他們的學習問題差不多，主要是聽不懂抽象的概念，重複又甚少有效。此一問題往往因無法及時有效改善，進而衍生更多的問題，再加上，考試文化的影響，後段學生很容易被忽視或放棄。何以致此，升學壓力是幫凶，眞正主凶是傳統教學不適合後段學生的學習，而學校還是一直這樣教他們。這恰如有些學生對牛乳過敏，不適合喝牛乳，一喝就拉肚子，但學校還是繼續只供應牛乳。這些學生多次嘗試，依舊腹瀉，努力無效之後，只有拒喝牛乳。爲了這些學生的健康和發育，學校該做的不是繼續或停止供應牛乳，而是要改爲提供適合學生特殊體質的蛋白質代用品，例如，豆漿之類的東西。根據本實徵研究結果，雙環教學是傳統教學之外的另一選擇，特別是對傳統教學適應不良的學生更值得考慮的替代品。

最後，雙環教學只是一個教學模式，如果教師未能把握模式背後的精神，教學徒具雙環模式的形式，也未必眞能引發學生學習的興趣和達成新課程的目標。所以，採用雙環模式，重要的不在形式而在實質，不是把學生分組，給學生問題，讓他們討論發表就會有效。老師在設計問題，引導對談，創造學習環境，評量教與學，在在都要把握以學生的參與，了解和思考爲目的。所以，老師設計教學活動要以學生爲主體，以學生的興趣和能力爲依歸，以學生爲起點。當學生的需要受到重視，學生個人的想法受到尊重，學生就較樂於參與學習活動。當學生從討論中得到了解和樂趣，從自己把問題做出來得樂趣，從表達分享中得到樂趣，從段考成績的進步得到成就的樂趣，從老師和同學的肯定中得到樂趣。這些都是學生恢復學習興趣的重要因素。教學絕非徒具雙環模式的形式學生的學習興趣就會自然發生。所以，如何大量培育這樣的師資，發展符合這樣教學的教材和評量是未來研究的方向。

誌　謝

感謝國科會專題研究計畫 NSC 83-0111-S-018-007A 的資助。感謝教學研究小組成員：康碧珍，王上林，柯怡君，謝麗芳的合作。感謝本文審查委員的建議。

參考文獻

1. 林清山（ 1997 ）：**心理與教育統計學**。台北市：東華書局。
2. 吳幸宜譯（ 1996 ）：**學習理與教學應用**。台北市：心理出版社。
3. 教育部（ 1995 ）：**國民中學數學課程**。台北市：教育部。
4. 國科會（ 1996 ）：**學門資源整合規劃資料：數學教育**。台北市：行政院國家科學委員會。
5. 張惠博，張靜譽，段曉林，王國華 (1993)：**國中數學與自然學科教學法輔導研究。教育部專案計畫成果報告**。國立彰化師範大學科學教育中心。
6. 張靜譽（ 1993 ）：數學科。載於張惠博，張靜譽，段曉林，王國華：**國中數學與自然學科教學法輔導研究**。教育部專案計畫成果報告 (pp.49-68)。國立彰化師範大學科學教育中心。
7. 張靜譽、念家興譯（ 1992 ）：**數學教學方法**。台北市：九章。
8. 張靜譽（ 1993 ）：**以問題爲中心的教學策**

略對數學學習成就之影響 (I) 。國科會專題計畫成果報告。國立彰化師範大學科學教育研究所。

9. 張靜嚞（ 1994 ）：不會讓學生打瞌睡的教學策略。**菁莪季刊**，20，2-17 。
10. 張靜嚞（ 1995 ）：問題中心教學在國中發展之經過、效果及可行性之探討。**科學教育學刊**，3(2)，139-165 。
11. 張靜嚞（ 1996 ）：建構教學：採用建構主義，如何教學？**建構與教學：中部地區科學教育簡訊**，7，一，四版。國立彰化師範大學科學教育研究所。
12. Bell, A. W., Costello, S., & Kuchemann, D. (1985). *A Review of Research in Mathematical Education: Part A – Research on Learning and Teaching*. London: NFER-NELSON.
13. Bishop, A. J. (1991). *Mathematical Enculturation: A Cultural Perspective on Mathematics Education*. Dordrecht: Kluwer
14. Brown, S. J. & Duguid, P. (1996). Stolen knowledge. In Hilary McLellan (Ed.), Situated Learning Perspectives. New Jersey: Educational Technology Publications.
15. Cohen, E. G. (1994). *Designing Groupwork (2nd ed.)*. New York: Teachers College Press.
16. Costello, J. (1991). *Teaching and Learning Mathematics 11-16*. London: Routledge.
17. Dean, P. G. (1982). *Teaching and Learning Mathematics*. London: Woburn Press.
18. Ernest, P. (1991). *The Philosophy of Mathematics Education*. London: Falmer.
19. Feldhusen, J., van Tassel-Baska, J., & Selley, K. (1989). *Excellence in Educating the Gifted*. Denver: Love Publishing Company.
20. Frankenstein, M. (1989). *Relearning Mathematics: A Different Third R-Radical Math(s)*, Vol. 1, London: Free Association Books.
21. Freudenthal, H. (1991). *Revisiting Mathematics Education: China Lectures*. Dordrecht: Kluwer.
22. Heuvel-Panhuizen, M. (1996). *Assessment And Realistic Mathematics Education*. Utrecht: CD-s Press.
23. Lave, J. & Wenger, E. (1991). *Situated Learning: Legitimate Peripheral Participation*. New York: Cambridge University Press.
24. Mead, G. H. (1934). *Mind, Self and Society*. Chicago: University of Chicago Press.
25. National Council of Teachers of Mathematics (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
26. National Council of Teachers of Mathematics (1991). *Professional Standards for Teaching Mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
27. National Research Council (1989). *Everybody Counts: A Report to the Nation on the Future of Mathematics Education*. Washington, D.C.: National Academy Press.
28. Piaget, J. (1970). *Genetic Epistemology*. New York: Columbia University Press.
29. von Glaserfeld, E. (1995). *Radical Constructivism: A way of Knowing and Learning*. London: The Falmer Press.
30. Romberg, T. A. (1991). *Problematic features of the school mathematics curriculum*. In P. W. Jackson (Ed.) Handbook of Research on Curriculum. New York: Macmillan, pp. 749-788.
31. von Glaserfeld, E. (1995). *Radical Constructivism: A way of Knowing and Learning*. London: The Falmer Press.
32. Vygotsky, L. S. (1972). *Thought and Language*. Cambridge, MA: The

M.I.T. Press.
33. Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in Society: The Development of Higher Psychological Processes*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
34. Wheatley, G. H. (1991). *Constructivist perspectives on science and mathematics learning*. Science Education, 75(1), 9-21.
35. Wood, T. & Sellers, P. (1996). *Assessment of a problem-centered mathematics program: Third grade. Journal for Research in Mathematics Education, 27* (2), 337-3.

Underachievement Class and PCDC

Ching-Kuch Chang

Graduate Institute of Science Education National Changhua University of Education

Abstract

The purpose of this study was to investigate the effects of PCDC instruction on an eighth-grade underachievement class. The PCDC instruction model was compatible with the social constructivist view of the genesis of mathematics knowledge, and recent recommendations of the NCTM in Standards. One class was conducted using PCDC through problem solving in small groups by discoursing, and sharing their experiences and ideas with others. The PCDC teacher kept track of her teaching by analyzing tasks, guidance, classroom environment, and analysis to improve her teaching. One year later the findings indicated that several traditionally unsolvable teaching problems were resolved; students' achievement, interests, understandings were improved.

Key words: underachievement, PCDC, social constructivism.