科學教育學刊 Chinese Journal of Science Education
1999, 第七卷第四期, 315-341 1999, 7(4), 3 15-341

以類比思考成分探討國二學生在有類比物教學後有關速度與加速度之解題思考現象

徐順益
國立彰化師範大學 物理系

(投稿日期：86 年 12 月 13 日，修訂日期：88 年 7 月 2 日，接受日期：88 年 8 月 5 日)

摘要：關於類比解題的研究，討論最多的是提出一源問題並給予解題的方法和答案，然後再給受試者一個目標問題，去看類比轉移的現象。然而，在科學教室或實驗室裡，若所遭遇到的問題是屬複雜的或有系統性時，學生如何於潛藏的類比物的先備知識中，自發性的切入有用的類比物來解決問題呢？而從切入類比物到解決問題所經歷的過程和學科知識的互動又如何呢？

Sternber 和 Ketron (1982)所提出的類比思考成分理論，即類比思考包含有編碼、推論、映射、應用與反應等五個步驟。然而 Novick（1988）則認爲類比解題思考轉移可區分爲四個步驟，即問題表徵確認，搜尋/檢索，映射，以及適應等。這些皆屬一般性的理論，而事實上，從一個領域類比轉移到另一個領域時，在各思考步驟上所產生的許多與學科知識內容互動的現象卻少有文獻提及。

本研究綜合 Sternberg 和 Ketron 及 Novick 的類比思考模式，發展一個以速率爲源領域，用以教授加速度的類比教材，並引導國二學生以類比思考的方式學習，然後探討學生於解決一系列的速度（源教材）及加速度（靶教材）的問題時，如何切入先備知識、源領域知識或應用源問題來幫助解題。本文中樣本使用大聲想/晤談的方式，分別就個案受試者於整個解題過程作系統分析，然後再從低能力者到高能力者的類比解題特徵作橫向比較分析，並以確認、檢索、映射、及評估的步驟來呈現類比思考的解題特性。在本文中檢視個案樣本的解題思考策略時，對類比教材的設計及教學，發現一些有意義的啓示亦一併被討論。

關鍵詞：解題、類比思考成分、速度、加速度。

壹、緒論

許多文獻指出類比解題轉移對於生手是困難的，例如 Weisberg 等人（1978）探討 Duncker 的燭光問題(Candle problem)；給學生一盒釘子，一根蠟燭，一枝鐵鎚及一盒火柴，問題目標是要求把蠟燭置於固定在牆壁上的盒子裏或

盒子上，在沒有提示裝釘子的盒子可以作爲固定在牆上的盒子時，學生鮮少能用此盒子來解題。

Gick 和 Holyoak (1980) 探討解決 Duncker 的腫瘤問題（Tumor Problem）；有個病人患有不能手術的腫瘤，在只能使用足夠強度的放射線作治療才能殺死癌細胞之情況下，如何以不破壞腫瘤旁邊的健康細胞予以治療。在解這問題之前。先給受試者閱讀一則故事，內容描述一個將軍要派遣足夠的兵力才能攻克一個城堡，在通往城堡的每條小路皆無法使足夠的兵力通行，因此將軍就將兵力分散到多條通往城堡小路，同時進軍，結果可以同時聚集足夠的兵力將城堡攻下來。若使用這類比解題的轉移，可以讓受試者想到同時使用低強度的放射線在不同的方向射出，而同時聚集在腫瘤上，如此可令有足夠強度的放射線把癌細胞殺死，而不致於傷及健康的細胞。在沒有給這個類比故事時，大約只有 10％樣本獲得解答，讀過這個類比故事的樣本大約有 30％獲得解答，若明白提示進攻城堡的故事爲治療腫瘤的類比物時則大幅提昇到 70％的樣本獲得解答。從上述的研究發現，說明了明白地提示類比物的類比解題轉移，相較於僅提供類比物，或完全由受試者去尋找答案的解題效果差異很大，Sternberg 和 Ketron (1977)的類比思考成分模式，並未說明如何搜尋到類比物的過程，晚近的研究發現也都支持受試者所建構的問題表徵乃是決定搜尋類比物的主要線索(Chi 等人，1981; Gentner 1983; Holyoak, 1985)，一般而言，生手的問題表徵呈現表面相似性的特徵，而專家的問題表徵則有表面相似和結構關係特徵，因此在解題能力上呈現有很大的差異，從低解題能力者到高解題能力者，在一個較爲複雜的問題上，他們類比解題的過程中特徵有何不同？較具精緻化的研究發現乃是提供類比教學之有力參考資料。

貳、 解題相關文獻

有關“解題”的研究，對於“問題(Problem)”的定義有許多不同的說法，比較典型的是指一“任務 (task)”，必需依據對領域的瞭解經過分析與思考的過程，以達成解決問題的目的，而非經由回憶、重認知、複製或僅以算術演算的方法去得到問題的答案。

解題的能力涉及兩個層面，即一般性的層面及特定性的層面，一般性的層面關係到解題者在解題過程中所能啓動之原則性、方向性和策略性等宏觀系統的擬定，特定性的層面則包括執行宏觀系統的細節，並納入特定領域所需之概念、事實、法則及程序等知識。

Smith（1991）歸納專家解題的特性有下列四點，並指出專家有能力：

1.從定性關係的瞭解去組織如何做"量"的演算。
2.把問題的情境用圖或表呈現出來。
3.立刻朝答案方向依據原則去組織知識。
4.經由類比物及一連串的類比物去評估類比模型的有效範圍。

Chanpagne, Gunstone 和 Klopfer (1983)在比較專家與生手解題行爲時指出，專家是從問題的敘述，經由定性分析之後再取用公式，生手則從問題的敘述直接取用公式：

1.生手的知識結構偏重於領域中的主體現象，而專家則表徵這些現象和高階的法則相關連。
2.專家所持的原則以程序知識和陳述知識呈現。
3.專家於解題中使用較多的時間於建構問題表徵。
4.專家傾向於表徵問題時引用程序原則，而這些程序原則爲可解決問題之陳述啓動。

另一方面生手表徵問題偏重引用問題所陳

述的具體成分，例如，生手呈現問題表徵說“這是斜面問題”，但是專家所呈現之問題表徵則爲“這是一個必需用牛頓第二定律去解的問題”，亦即專家展現較多的後設認知的知識。Schulty 和 Lochhead（1991）等認爲受試者之物理知識的認知結構對物理解題有很大影響，如何教導學生發展一個認知結構去區分物理問題的類型，使能確認有效的解題途徑，他們認爲階層性分析的設計有引導學生在經歷一個引用方程式的程序幫助學生聚焦於物理原理，而不致於使學生在毫無分析的情況下立即寫出方程式去解題。

類比解題的思考活動受到解題者個別先備知識的概念脈絡（Conceptual context），認知發展的階層和訓練或經驗的影響，以致在解題的思考活動上呈現相當複雜的個別差異（Chi, 和 Others, 1987）。

Clement (1987) 曾利用一連串的類比模型的示範教學去解釋有關力的問題，就專家受試者而言，在領悟這些類比模型時確實同時使用了相同的法則，但對於生手的受試者來說卻沒有這種能力。

Catrambone, Richard, Holyoak，和 Keith (1985)在使用類比策略應用於解題上有四點發現並提出兩點建議，他們的發現如下：

1. 人們很少會去搜尋既有的經驗，而那些舊有的既有經驗往往隱藏著解新問題的信息。
2. 在學習過程中，學生的基模扮演了相當重要的角色，它影響學生是否能想到使用類比推理及是否能有效運用此類比推理來解題。
3. 即使相關的信息呈現給他們，亦很難自發性的注意到類比推理的應用。例如：將電流比喻成水流，學生很難從已習得的事項中，找到能幫助他們解題的關鍵。
4. 在教學上，被提供兩個類比物的學生，給予新問題時，解決問題的能力顯著優於只提供一個類比物者。因此他們提出兩項建議：

(1)教師在課堂上，若能提供良好的類比推理教材，則能有效幫助學生解題。

(2)教師在作類比教學時，必須闡明類比物間之關係及法則。

晚近的一些研究者認爲解題包括源、靶領域之實體（entities）間的關係結構的不斷比較(Marksman 和 Gentner, 1993; Goldstone, 1994)。映射的進行在於源、靶兩問題表徵的問題比較，在區別何者爲相同處、何者爲不同處。這種並排比較企圖尋求兩者之關係結構的一一對應，表面相似性的增強而不一致於關係結構相似性時，會導致干擾而產生尋求另外排列對應的壓力。

Ross 和 Matthew（1997）對一群大學生，使用排列組合求或然率的教材，做了三個實驗探討類比轉移的現象如下：實驗一，摘要法則的講解（abstract principle explanation）之後，跟隨著一練習問題（example）然後再給一個目標問題（target problem）。實驗二，把法則的講解嵌入一練習的問題（例題），然後給一個目標問題（target problem）。實驗三，單純給一個法則講解，然後給一個目標問題或單純給一個練習問題，然後再給一個目標問題。結果發現受試者的解題表現如下列二點：

1. 類比轉移由於法則的講解及教學方法的不同而產生不同的效果。
2. 表面相似性多的表徵反而有助於結構關係的類比轉移。

參、類比解題思考理論架構

Sternberg 類比思考的成分理論可區分爲五個成分過程：

1. 編碼：受試者察覺到一個類比物或類比

例子或故事，並儲存到“工作記憶區”。包括類比變項的相關屬性，及附著在類比變項上之值。

2. 推論：受試者要發現類比物中A變項及B變項之結構關係。
3. 映射：受試者必需能發現類比物的A變項與另外靶領域的系統的C變項可資關聯的關係。
4. 應用：受試者能映射類比物之A變項與B變項之結構關係到靶領域中有與前者相似關係之C變項與D變間。
5. 反應：受試者能由靶領域中C變項與D變項的關係之建立並賦與該領域的各個變項之屬性及值，而使靶領域獲得學習或解答。

Sternberg 的類比思考成分理論乃基礎於A：B：：C：D（？）的模式，比對於解題，他的模式即爲。源問題：解答：：目標問題：解答（？），Sternberg 對於如何提取適當的源問題在此成分理論中並沒有清楚定義。這個理論有效的適用於類比學習，蓋因類比學習傾向於演繹式的思考，而一般性的類比解題呈現的過程爲；目標問題：解答（？）：：源問題：解答。源問題必需自發性的提取，因此類比解題傾向於綜合歸納及演繹並存的思考模式。在類比解題的過程中，最先呈現的是問題表徵，如何使用問題表徵成功的去提取適當的源問題及其解答，乃是類比解題的第一步，Novick (1988) 探討生手，及專家類比解題的策略發現，類比解題思考轉移應有下列的步驟：1.問題表徵(problem representation) ，2.搜尋／回憶(research/retrieval) ，3.映射(mapping)，及 4.適應(adaptation)等四個步驟，Novick 把問題表徵的確認列爲第一步驟,與 Sternberg 的成分理論的主張亦有不同之處，綜合 Novick 和 Sternberg 的理論，本文傾向於認爲執行類比解題應循下列四個一般性的步驟：

1.確認：

對問題表徵之各變項的概念意義做確認的過程。在解題的過程中，首先呈現的是問題的目標及其表徵，受試者對目標與其問題表徵變項間所體會到的關聯性爲其搜尋信息的主要線索。因此變項概念意義之確認至爲重要，若受試者對問題表徵間的概念意義無法確認，變項和目標間所建立的關聯信息則毫無意義，對於下一步的搜尋更不具意義。

2.檢索：

受試者根據目標及問題表徵間的關聯性和線索，作爲搜尋解決問題的信息。搜尋的過程爲受試者對已有的先備知識作回憶、動員並作處理，在不斷和問題表徵作比較之後，從先備知識的認知結構中提取最有用的信息作爲解題之用；常用的搜尋途徑爲相似性（包括表面相似和結構相似）、典型特徵、類型等。搜尋的信息 ， 或爲在同領域的先備經驗（within domain）或爲不同領域的先備經驗（between domain），在與問題目標作比較後，若被認爲有利於解題，則該信息將被擴大搜尋並作較完整的經營，若受試者所搜集的是類比物，則在可能被決定映射的部份或屬性或功能，或關係結構被察覺並儲存到工作記憶區的過程。

3.映射：

由檢索所獲取可抽離之屬性、功能、或結構關係尋求對應於問題表徵中而獲得問題的解決。

4.評估：

經由映射而在獲得解答之後，評估所映射於靶問題之屬性、功能、法則或關係結構在問題領域中尋求滿意的適應之過程。

肆、研究方法與步驟

一、研究樣本

本研究之樣本取自中部地區陽明、彰德及南部地區興仁三所國中二年級常態班，合計三個班的學生。在實施實驗教學之後，對於不同先備知識與邏輯推理能力之學生立意取樣，選取描述/具體（先備學科知識屬描述層次/邏輯推理能力屬具體操作期）。比較/具體（先備學科知識屬比較層次/邏輯推理能力屬具體操作期），量化/過渡（先備學科知識屬量化層次/邏輯推理能力屬過渡期），比較/過渡（先備學科知識屬比較層次/邏輯推理能力屬過渡期），比較/形式（先備學科知識屬比較層次/邏輯推理能力屬形式操作期期）以及量化/形式（先備學科知識屬量化層次/邏輯推理能力屬形式操作期）等樣本，合計 14 人。

二、研究工具

1. 類比實驗教材

本研究之類比實驗教材包括三個部份：

(1)有具體感知可操作之等速度及加速度運動之實驗活動設計。本學習單元以數豆子的活動讓學生實際體驗等速率運動及加速度運動的具體現象。並凸顯所數過的豆子的數量對時間的變化率就是速率的概念。

(2)具可觀測的物體移動之等速度運動之學習活動設計。本學習單元，強調用物體位移來取代豆子的數量以形成速度的概念。亦即速度概念爲位移對時間的變化率。本教學活動的設計，以學生已熟悉領域或可經驗的知識作爲基礎，應用確認、檢索、映射、及評估等類比思考過程來趨近類比物（例如數豆子求平均速率的體驗），抽取結構關係（數量對時間的變化率），映射到較抽象的靶領域（例如所觀察到的物體的移動）去獲取該靶領域的知識學習（例如物體運動的平均速度）。這種使用具體易於體驗的速率概念，抽取其結構關係作爲學習較爲抽象的速度概念。活動設計的源、靶領域之結構映射關係如下：

豆子數目：平均速率：：位移：平均速度

↓ 結構關係　　↓ 結構關係

$$\text{平均速率}=\frac{\text{豆子數目差}}{\text{使用時間}} \xrightarrow{\text{映射}} \text{平均速度}=\frac{\text{位移差}}{\text{使用時間}}$$

$$\bar{v}=\frac{N2-N1}{t2-t1} \xrightarrow{\text{映射}} \bar{v}=\frac{s2-s1}{t2-t1}$$

(3)提示以平均速度運動單元爲類比物之平均加速度運動之單元教學活動設計。相對於平均速度運動，平均加速度運動更具抽象，很難在日常感覺上去區分它們，本單元以物體位移速度運動設計爲類比物，抽取速度結構關係映射到加速度領域去形成加速度概念。其結構關係映射過程如下：

豆子數目：平均速率：：位移：平均加速度

↓ 結構關係　　↓ 結構關係

$$\text{平均速率}=\frac{\text{豆子數目差}}{\text{使用時間}} \xrightarrow{\text{映射}} \text{平均加速度}=\frac{\text{位移差}}{\text{使用時間}}$$

$$\bar{v}=\frac{N2-N1}{t2-t1} \xrightarrow{\text{映射}} \bar{v}=\frac{s2-s1}{t2-t1}$$

速度與加速度的類比圖示。

項目	速　　度	加　　速　　度
描述	描述物體『位置』隨時間改變的快慢程度。	描述物體『速度』隨時間改變的快慢程度。
概念	平均速度 $=\frac{\text{『位置』的變化量}}{\text{所經歷的時間}}=\frac{\text{末位置(X2) - 初位置(X1)}}{\text{後來時間(t2) - 原來時間(t1)}}$	平均加速度 $=\frac{\text{『速度』的變化量}}{\text{所經歷的時間}}=\frac{\text{末速度(v2) - 初速度(v1)}}{\text{後來時間(t2) - 原來時間(t1)}}$
舉例	一車在 5 秒鐘內，由位置 10 公尺處向東走，到達位置 20 公尺處， 求平均速度是多少？ 解：平均速度(v)=(20m-10m)/5(s)=2(公尺/秒)向東	一車在 5 秒鐘內，速度由 10 公尺/秒處向東增加到 20 公尺/秒，求平均加速度是多少？ 解：平均加速度 (a)=(20m/s-10m/s)/5(s)=2(m/ss) 向東
等速度等加速度	當固定時間內(如每隔 1 秒)【位置】的改變量一定時或【速度】不隨時間變化的運動則稱爲【等速度】運動。	當固定時間內(如每隔 1 秒)【速度】的改變量一定時或【加速度】不隨時間變化的運動則稱爲【等加速度】運動。
零速度 零加速度	當【位置】沒有隨時間變化，則【速度】爲零，故【位置】爲定值時，速度爲零。	當【速度】沒有隨時間變化，則【加速度】爲零，故【速度】爲定值時，加速度爲零。
方向	【位置】變化的方向就是【速度】的方向。	【速度】變化的方向就是【加速度】的方向。

2.類比問題題組：

本題組分爲三部份，敘述如下：

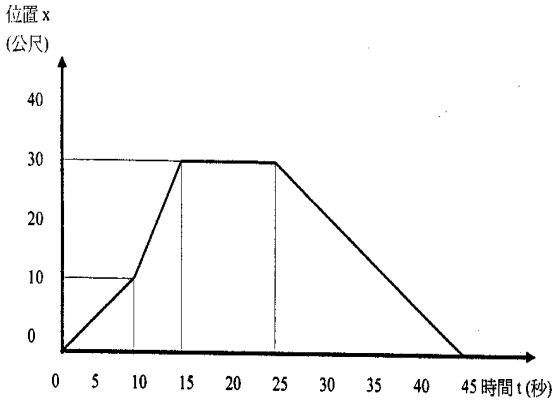
(1)a. 源領域之問題(數豆子數量 VS 時間的座標圖的形成以及求取平均速率)

b. 靶領域之問題（物體位移 VS 時間的座標圖的形成以及求取平均速度）

(2)a. 源領域之問題（畫圓圈的速率 VS 時間的座標圖的形成以及求取平均加速度）

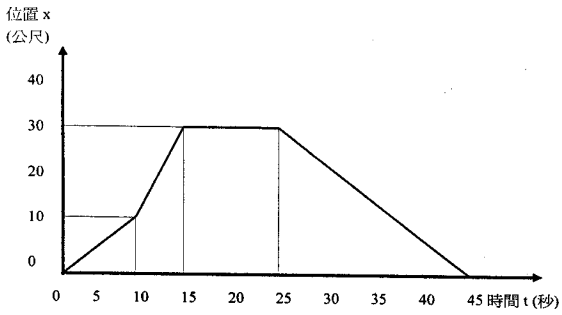
b. 靶領域之問題（物體的速度 VS 時間的座標圖的形式以及求取平均加速度）。

(3)源領域之問題：已知位置對時間的關係座標圖如下，回答作何種運動？速度大小多少？運動方向？總位移多少？所走的路徑多少？形成速度對時間的座標圖。



靶領域之問題：已知速度對時間的關係座標圖如下，回答作何種運動？加速度大小多少？運動方向？何處離家最遠？形成加速度對時間的座標圖。

3.學生邏輯推理能力群測工具：根據林振霖教授濃縮 Lawson 所發展之邏輯推理能力測驗，樣本依得分的情況區分爲 1.具體操作期 2.過渡期及 3.形式期三群。



4.先備知識測驗工具：就有關速度及加速度領域的概念從描述性、比較性、和量化性（Pella, 1975）發展出一套成就測驗，樣本可依得分情況區分爲 A.描述階段 B.比較階段 C.量化階段等三群。

本研究在實施實驗教學爲根據學生邏輯推理能群測及先備知識測驗的結果。將樣本的能力由低到高區分爲：描述/具體，比較/具體，量化/過渡，描述/過渡，比較/過渡，量化/形式等階層。

研究步驟

1.類比教學的實施

(1)從具體可操作數豆子之等速率運動單元切入，讓學生從物理感受上去獲得速率的概念，並強調數目的時間變化率即爲速率，變化率爲定值時爲等速率運動，變化率非定值時爲加速率運動。

(2)以速率單元作爲類比物，教授速度單元並強調將位移取代數目之後即轉化爲速度的概念，而速度即爲位移的時間變化率，期間所映射的結構關係即爲時間變化率。

(3)再以速度單元爲類比物教授加速度，映射的結構關係爲時間變化率。

(4)加強結構關係映射於靶領域中與其周邊變項間是否取得圓融之教學。

2.大聲想／晤談原案分析

(1)施測與轉錄

完成教學後，對於不同先備知識與邏輯推理能力之學生立意取樣；選取描述／具體，比較／具體，量化／過渡，描述／過渡，比較／過渡，量化／形式等樣本，施測問題題組，同時作大聲想之錄音，之後，研究者發現若有語焉不詳的地方，再以個別晤談方式補充之。施測之大聲想及晤談的錄音經逐一確實轉錄。

(2)分析

研究者針對受試者的答案卷，大聲想及晤談所轉錄之資料，就個別受試者逐一比對，整理出該受試者思考的現象及過程。綜合歸納所得到的結果依確認，檢索，映射以及評估等思考成分，分別探討該受試者在各成分上的特徵。以下茲舉較具代表性之樣本之詳細分析資料，例如 1A1（第一個字 1 代表校別，第二個字 A 代表先備知識爲描述性層次，若是 B 代表比較層次，以及 C 爲量化層次。第三個字 1 代表邏輯推理能力爲具體操作期，若是 2 代表過渡期，以及 3 代表形式操作期）、3B1、3B2、1B3、2C2 及 C3B 等 6 位代表不同解題能力背景的樣本以爲佐證，其中 1A1 及 2C3B 于正文中呈現，其餘，3B1，3B2，1B3 及 2C2 則於附錄中呈現。

1A1 的資料及分析如下:

題一的解題過程及評述：

座標的處理（形成 RT 圖）：

1.能正確地將數據用座標表示出來。

求平均速率：

1.應用求平均速率的法則求到平均速率但沒有標示單位。

題二的解題過程及評述：

座標的處理（形成 RT 圖）：

1.能將數據放在座標上。

求平均速率：

1.能應用求平均速率的法則正確地求出平均速率。

2.求到的值沒有標示單位。

(1)給兩個座標點，其中橫軸一點爲 35 公里，另外一點爲 225 公里，1A1 處理座標軸的刻度時，起先他用 5,10,15…這樣每 5 公里一格，但他終於發現，橫軸不夠用，然後再以每隔 10 公里一格。

評述：1A1 在規劃座標刻度時，沒有使用 35 及 225 公里兩個數據作爲參考。

(2)他會用兩位移之差除以兩時刻之差，來處理平均速度，亦即 $V=(S_2-S_1)/(t_2-t_1)$

評述：從國小開始，他們大都已學會這個關係。

比較題一與題二的評述：

1.1A1 對於座標的處理和求平均速率，能檢索到粗略的法則來應用。

2.對於物理變項的概念意義的表達並不完整，例如求到的值並未標示單位。

3.應用公式於解題，似非經由映射現象，而是連結性的反應。

題三的解題過程及評述：

座標的處理（形成 VT 圖）：

1.雖然可以把座標點標示出來，但在縱軸與橫軸的標示並不準確。

求平均加速度：

1. 應用自行建構的法則。
2. 無法區分平均加速度和瞬間加速度兩者之間的不同。
3. 沒有標示物理量的單位。

求總共畫多少圓圈：

1. 無法區分等速度和加速度的概念。
2. 把某一時刻的速率當成那一時刻每一秒的位移。

(1)從第三題的解答當中，1A1 所做的座標圖爲 t=1，V=4 個/秒，t=4 秒時，V_4=16 個/秒。

(2)他算加速度時用 $V_4/t_4=16/4=4$，且未將加速度的單位寫對。

(3)問他至第 4 秒總共畫多少個圓圈，他認爲第 1 秒的速率爲 4 個/秒，則認定第 1 秒即可算 4 個，又因他已確定加速度爲 4，所以第 2 秒之速率應爲 8 個/秒，因此他認定第 2 秒可算 8 個，所以總數爲 4+8+12+16=40 個。

評述：

(1)他思考加速度時，直接用當時的速度除以時間，扭曲了公式的應用，這個公式只有在等加速度運動，且從 t=0 起算時才對。

(2)從 V-T 圖計算總數時，他把第一秒末的速度看成在這一秒之中所畫的總數，這種情況只有在等速度運動時才正確。他並未察覺他的思考和座標所顯示的意義沒有連結，座標對他而言沒有提供他思考之參考。

(3)1A1 把所有的運動現象，僅用他知道的少量公式去解決問題。

題四的解題過程及其評述：

座標的處理（形成 VT 圖）：

1. 雖然可以把座標點標示出來，但在縱軸與橫軸的標示並不準確。

求平均加速度：

1. 應用自行建構的法則。
2. 加速度的單位標示錯誤。
3. 求加速度時用 $a=(V_{末}+V_{初})/(t_{末}-t_{初})$
4. 從六時到十時，共行多少公里，他說：6、7、8、9 都是 15，而 10 時才變成 95，因此用 15+15+15+15+95=185。

評述：他的座標圖是畫對了，但是他所思考的，卻不是座標圖所表達的意義。他不是屬於參考實際數據的思考類型。

比較題三及題四的評述：

1. 自行建構公式應用於解題.
2. 沒有固定的公式或法則應用於同性質問題之解題。縱有屬於同性質問題，但所引用的公式或法則並不相同。

題五的解題過程及評述：

由 RT 圖判別座標圖上各線段所對應的運動情形：

1. 從 VT 圖的直線段，斜率較小的被判爲等速度，斜率較大的被判爲等加速度，在運動方向上的判斷有北方、西方等等（座標的縱軸爲位移明指向東。橫軸爲時間，方向若爲正則向東，若爲負則向西）。因此可知 1A1 對於 VT 座標圖所呈現的物理意義並不清楚。

由 RT 圖求速度：

1.應用平均速度=（末位移-初位移）/（末時間-初時間）。但是並未正確的代入。

由 RT 圖所求的值去畫出 VT 座標圖：

1. 不是利用所求的值去畫 AT 圖，而是參考原來 VT 圖去畫 AT 圖。對於問題表徵之理解似乎不足。

1A1 說：等速度，同樣的速度進行啊!它是直線啊，是一條直線在上升，那就是等速度，1 秒走 1 公尺，…10 秒走了 10 公尺。

評述：反覆的檢驗把座標圖內的斜直線和等速度建立關聯。

題六的解題過程及其評述：

由 VT 圖判別座標圖上之加速度情形：

1.把斜率大的直線看成等加速度，把斜率小的看成等速度。在座標軸的意義已經改變了，但他仍把 RT 圖及 VT 圖看成是相同的。無法區分 RT 圖和 VT 圖所呈現的不同的物理意義。

2.從 VT 圖求的值去畫 AT 圖時，不能從所求到的值去畫座標圖，而是把 VT 圖重畫一次。

小明由家裡外出，向南做直線慢跑運動…，在速度 VS 時間的座標圖上，1A1 引用$(V_{末}+V_{初})/(t_{末}-t_{初})$的公式來求平均加速度，結果在 0 秒到第 10 秒間並指出爲等加速度運動，但是 1A1 判定小明在 10-15 秒間的運動現象卻爲等速度運動。

評述：可能理由有下列的三項

1.1A1 無法明確的區分加速度和速度的概念。

2.他在思考過程中一再重複，”慢跑運動的字眼”，他的經驗情境對問題表徵上的”慢跑運動”產生了干擾效果，因爲一般的慢跑運動大都爲等速度運動，因此判斷該運動爲等速度運動。

3.1A1 尚未能經由座標的意義來思考解題，例如，縱軸已從位移改變爲速度，但是他並未作思考上的改變。

1A1 把從 V-T 圖所求的加速度，無法準確的放在 A-T 圖上。

1.因爲求出來的加速度在某些座標上不連續，可能造成 1A1 作圖思考上的困難。

2.1A1 在搜尋資料和整理資料 (使用座標圖表示)上由於技術之不足而有困難。

總評：

1.1A1 的解題模型，可以說是以搜尋法則來解題，並以依賴回憶的法則爲主。

2.回憶到的法則或扭曲或片斷，或者只能在特定的情況下使用，但是 1A1 無法區別，因此造成誤用的情形。

3.牽涉的問題表徵之各個元素概念的定義並不清楚。

4.基本的計算能力薄弱。

、

5.相關的過程技能薄弱。
6.經驗的情境主宰他的思考判斷過程。
7.思考過程鮮少交叉校正，因此思考過程中或有錯誤的情況發生亦不自知。從類比思考的觀念可發現有下列的現象：
1A1 明顯的切入領域內使用的法則，在映射過程由於對可牽涉到的概念知識不夠完整，或有誤用、扭曲等現象，因此雖有映射的現象，但在靶領域內，關係結構和概念變項等的結合出現許多缺陷，以致無法作類比學習及解題。
1A1 類比思考成分特性
確認：
對於領域內物理量的變項定義及其間關係模糊不清。例如：速度、等速度、加速度、等加速度等等。
檢索：
1.回憶到扭曲或片段的法則。
2.臨場自行建構法則。
映射：
1.雖以法則或結構關係應用到新領域中，但所使用的法則或結構關係大部份非因類比思考而產生，亦即隨意關聯某一領域的法則或結構關係而應用於新領域或臨時建構一個法則予以應用。
評估：
1.由於錯誤的引用法則而造成無法評估法則在領域內是否與其它物理量的關係呈一致性。
2.不去領會或沒有能力去評估其所應用的法則在領域內是否有一致性。
2C3B 的資料及分析如下：
題一的解題過程及評述：
座標的處理（形成 RT 圖）：
1.他能將簡單的數據形成座標圖。
2.他標示軸的意義及單位。
求平均速率：
1.他寫出概念形式的公式然後代入。
在小華數硬幣的題目中，問小華從第三秒到第八秒內數硬幣的平均速率是多少？
2.C3B 寫到：速率=距離(硬幣)/時間= (40-15)/(8-3)=25/5=5 個/sec。在一車向南行駛，上午八時到上午十時之間，此車之平均速度是多少？2C3B 寫到，速度=位移/時間=(225-35)/(10-8)=190/2=95km/hr.
評述：引用法則嵌入領域內解決問題時，2C3B 對於平均速度的法則，以距離除以時間爲主體，然後用硬幣取代距離去算數硬幣的速率，這是類比推理的一種形式。
題二的解題過程及評述：
座標的處理（形成 RT 圖）：
1.他能將簡單的數據形成座標圖。
2.他標示軸的意義及單位。
求平均速度：
他寫出概念形式的公式然後代入。
題三的解題過程及評述：
座標圖的處理（形成 VT 圖）：
1.他能將簡單的數據形成座標圖。
2.他標示軸的意義及單位。
求加速度：
1.他應用公式並代入得到加速度=（V 末-V 初）/時間=5 個/s*s。
求總共畫了多少圓圈：
1.他代入公式 S=1/2（V 末+V 初）t 然後代入。
㈠在小明以等加速度畫圓圈的問題，問至第四秒鐘時總共畫了多少個圓圈？
2C3B 啓用公式 $S=1/2(V_{末}+V_{初})*t$
在車向東以等加速度直線上行駛，問六時到十時共行駛多少公里？
2C3B 啓用公式 $S=1/2(V_{末}-V_{初})*t$
評述：

2C3B 所用的公式，顯然是檢索到的記憶性的公式，對於到底需用 1/2((V 末+V 初)*t 或 1/2(V 末-V 初)*t，並沒有經過分析的過程，此乃因爲記憶的公式已經產生模糊，所以造成應用扭曲變形的公式而不自覺，由此可知學生僅記住公式，而不重視公式代表之意義，確爲解題障礙的原因之一。

(二)在解題中，2C3B 把引用的公式引入意義，例如，求速度時，寫到速度=位移/時間，求加速度時寫到加速度=(V 末-V 初)/時間。畫座標圖時，寫明軸的意義，及刻度的單位，計算所得到的結果必定給予單位以表示物理量的意義。

評述；2C3B 嵌入法則於領域中時，能注意到嵌入的情境，並即時甄別出來物理量間的關係及其代表的意義，這種思考方式，在搜尋資料的過程中，由於可提供較爲正確的信息而使解題的障礙降低不少。

啓示：在類比思考中，關係結構經源問題中抽離，然後再嵌入靶問題中，並對源、靶兩領域的問題進行實體的比對後，得到解題的啓示，再進入靶問題中，就關係結構與其元素概念結合的評估，而獲得解題。2C3B 首先進行的是源、靶兩問題的比對，從問題表徵去評估目標是否具有相似性，再切入何者可爲源問題。解題者所假設之靶問題的解題構想，乃是切入具潛在源問題的重要因素之一。如何解決靶問題，學生並非全無概念，解題初期的構想，或許是粗糙的、不完整的，但是此一激發解題的構想及法則，若與源問題的解法有相似性，則必定會引入在源問題所使用的法則，進入靶問題中做一嘗試，如果在嘗試之中得到進一步的鼓勵，則大規模的或系統性的類比轉移則告發生。

題四的解題過程及評述：

座標圖的處理（形成 VT 圖）：

1.他能將簡單的數據形成座標圖。

2.他標示軸的意義及單位。

求加速度：

1.他應用公式並代入得到加速度=20 km/hr*hr。

求總共行駛多少公里：

1.他代入公式 S=1/2（V 末-V 初）t。原來他用對的公式 S=1/2（V 末+V 初）t。但他畫掉之後又重算，並起用 S=1/2（V 末-V 初）t 的公式。由此可看出他應用的公式有時也會產生變形而不自覺。

題五的解題過程及評述：

由 RT 圖看運動的情形：

1.他以運動的物理現象判斷爲等速運動或靜止。例如他說它從零秒到十秒走了十公尺，因此速度=1m/sec（向東）。

求速度：

1.他寫出公式的意義並代入。

位移及路徑的區別：

1.他清楚的區別這兩個物理概念。

由 RT 圖求出的值形成 VT 圖：

1.他正確的從各時段求到值形成 VT 圖。

題六的解題過程及評述：

由 VT 圖看運動的情形：

1.他以運動的物理現象判斷爲等加速度運動。

求加速度：

1.他寫出公式，代入後求到值再標示單位，同題五的表現。

求離家最遠的點：

1.他以速度的變化來判斷離家距離的遠近。他說：…從家裡出發，速度就是一直走，只是大小有變化而已，但是人沒

有往反向移動，所以 E 離家最遠…..。

由 VT 圖求出的值形成 AT 圖：

1.他能正確的從 VT 圖各時段求到值形成 AT 圖。

2C3B 的類比思考成分特性:

確認：

1.2C3B 對領域內之物理量的定義及它們間的關係能作充分的確認。在表達這些物理量時亦能以完整的概念呈現。

檢索：

1.他檢索出來的法則或結構關係大部分有穩固的物理現象做支撐。

2.所回憶到公式偶爾有扭曲的現象。

映射：

1.他很熟練的將具有功能相似性或關係結構相似性的抽象法則映射至靶領域上。

評估：

1.他能從源領域或源問題中所抽離出來的法則或關係結構於嵌入靶問題中，反覆的評估關係結構與元素概念之結合是否具有合理化之一致性。

伍、結果與討論

從大聲想/晤談的原案分析，在不同層次的先備知識及邏輯推理能力的樣本，若以確認、檢索、映射及評估爲類比思考之成分，可歸納各成分的特性如下：

一、確認

1.對領域內物理量的定義模糊不清，或所瞭解的意義有錯誤的確認思考，例如：對速度和等速度的定義及其區別或加速度、等加速度的定義及其區別(1A1，1B1 及 3B1)。

2.問題表徵的各變項間的關連性的確認，採局部一致性的確認思考(3B2)。

3.問題表徵的各變項採相互獨立的確認思考(2B2)。

4.邏輯推理上雖求各變項間的關係有一致性，但涉及學科概念卻無法兼顧有一致性的確認思考。(1A3)。

5.對於物理量的定義及其間的關係雖能確認但在概念的瞭解仍呈現有部分缺陷(1A3 及 2B3)。

6.能確認領域中各物理量的意義以及其物理量間的關係(2C2，1C3 及 3C3)。

7.對於問題表徵的各物理量之變項在解題過程中能注意到它們的變化是有整體性並能充分了解物理量的意義(2C3B，3C3 及 1C3)。

從上述各樣本於確認的步驟的特性可歸納爲下列二點:

㈠在確認問題表徵，樣本對各變項間相互關係之認知具有：

a. 對各問題變項的模糊不清，b .相互獨立，c .局部性相關，或 d .整體性相關。

㈡在確認問題表徵之各變項定義時具有下述之特點：

確認問題的核心變項及相關變項的定義，乃爲瞭解問題表徵的必要條件，本研究探討樣本對於問題表徵變項意義之確認，發現低解題能力者對於大部份的變項定義無法確認，也無法察覺到它們之間的相關性，隨著解題能力的提昇，逐漸發現他們對變項定義的確認有明顯的能力，並能察覺變項間所存在的相關性。本研究亦發現邏輯推理能力已到達形式操作期，但先備知識尚在描述階段的樣本，例如：描述形式的受試者對問題表徵變項之定義，呈現部份不清楚或完全無法確認；這項因素爲解題時的最大障礙。就解題的效果而言，先備知識有其一定程度的重要性。先備知識到達量化階段，而邏輯推理能力僅達過渡期者，其確認變項的成就較高，解題的成就亦相對提高。

二、檢索

1.錯誤法則的檢索(1A1)。
2.扭曲的或片斷的法則檢索(1A1，2B2，及 1B3)。
3.缺乏相關性法則或技巧檢索(1A3 及 3A3)。
4.以經驗自行建構法則檢索(2B2)。
5.應用的法則或公式的內涵僅止於粗糙層面的瞭解(3B1，1B1，2B2，3B2 及 1B3)。
6.趨近法則原型的檢索(2B3，1C3)。
7.應用活化法則原型的檢索(3C3，2C2)。
8.有物理現象作爲支撐的法則檢索(2C3B)。

從上述各樣本於檢索的步驟的特性可歸納出所有樣本都知覺到必需應用法則來解題，低解題能力者對於法則的檢索傾向於應用關聯性或表面相似性的線索去回憶公式。所趨近的公式、法則或關係結構或因扭曲，或因不完整，或因應用條件不符，或因不瞭解公式的意義而不利於解題。高解題能力者則傾向於依據問題表徵所呈現的物理現象爲線索，比對於源問題，或源知識，然後趨近於正確的法則，或擷取已活化的原型關係結構或法則用以解題。

三、映射

1.應用關聯機制的映射思考(1A1)。
2.夾帶源領域屬性的映射思考(1B1 及 3A3)。
3.使用局部性法則的類比映射思考(1B1 及 1B3)。
4.使用未明意義的法則或公式的映射思考。(3B1，1A3，及 1B3)。
5.忽略限制條件的映射思考(3A3，2B2 及 1B3)。
6.自行建構法則的映射思考(1B3 及 2B2)。
7.以表面相似性比對方式的映射思考(2B2 及 3B2)。
8.應用已活化的法則直接切入靶領域問題的思考(2B3，1C3，2B3 及 3C3)。
9.對應於物理現象之活化法則的映射思考(2C3B 及 2C2)。

在映射的過程中，低解題能力者或因確認與檢索的失敗而造成無法映射的現象。因此臨場傾向於自行建構法則或隨機尋覓不相干的法則應用於解題。或因於確認、檢索的過程中趨近粗略或扭曲的法則而從事類比映射，而造成有局部映射或夾雜源問題屬性以及關係結構一併映射的錯誤情形。而高能力解題者則應用活化的法則或關係結構於不同領域的問題之中。

四、評估

1.由於錯誤的引用法則造成無法評估的現象(1A1)。
2.不去評估或沒有能力評估其映射後產生的知識是否合理(1A1 及 1B1)。
3.對物理量概念的瞭解不足或不完整或有迷思而造成無法評估(3B1 及 3A3)。
4.僅作局部意義一致性的評估(1B3)。
5.進行單向性的評估，未作源、領域的交互評估(3A3)。
6.缺乏相關技能或技術的不完整評估(1A3 及 B3)。
7.注意到映射之後產生新知識是否可資應用的評估(3B2 及 2B3)。
8.應用反覆思考的方式(即多方向的思考)以估新知識的物理量變項間存在關係是否有一致性及合理性(2C2，3C3B 及 3C3)。

在評估的步驟中，可看出低解題能力者由於前面各步驟的思考缺陷很多，大多無法進行評估，也不進行評估，然而高解題能力者傾向於於映射之後，在靶領域中進行反覆的評估工作，以確認從源問題或源領域中所抽取的法則或關係結構在靶領域中與其他元素概念是否取得有一致性的和諧。

從上述類比解題步驟的特性分析，可歸納出類比解題能力和表現，與擁有類比物的概念

有否缺陷，及在類比解題思考步驟中其個別化之思考形式息息相關。

㈠類比物概念的缺陷與類比解題的轉移。

本研究分析比較低解題能力、中解題能力、高解題能力之受試者，對類比物的概念認知，呈現從嚴重的概念缺陷經由逐漸完整，而於精緻化，從完全的僵化，經由稍具活化到達高度的活化。例如低解題者（描述／具體樣本），在整個大聲想／晤談的過程中都無法確認速率、座標及位移等概念的定義，包括這些概念的關係結構，值及其屬性。中解題能力者(描述／過渡、比較／過渡等樣本)，在類比物的概念表徵上逐漸有了粗糙的概念結構，他們能敘述速度等於距離除以時間，但對於速度的單位及其向量的屬性則未完全具備，呈現部份缺陷，在單位的認知上有長度／時間的值之認知，但對於速度有向量的屬性則無法充分掌握。高解題能力的樣本（比較／形式或量化／形式）在類比物之概念認知有較完整的結構，值及其屬性。從研究的數據顯示，解題者對問題表徵變項概念的認知結構之品質乃爲解題的重要基礎之一，在類比解題的教學中，必需讓學生充分掌握類比物的概念及其系統關係結構；如此，在目標領域學習的轉移，乃至於對目標問題解題的轉移，可提供正面的幫助。

㈡個別化的思考過程

從建構論的觀點來看，樣本無可避免的具有個別化的先備知識、經驗及思考模式。在本研究的數據中發現，由於認知結構的差異，知識及經驗的質與量的優劣、多寡，對於樣本存取相關信息以切入有用的線索有很大的影響。線索信息的提取，在低解題樣本的表徵，顯示出其很難取得有利於解題的信息，所提取到的信息或屬不相關，或屬扭曲、錯誤，或屬僅局部性相關。在中解題能力之樣本，則以回憶公式或以曾經的經驗作爲自發性類比物，或以問題表徵變項的定義企圖誘發解題線索。高解題能力者，具有可工作的解題基模，能引用相關的邏輯推理機制，能當場歸納出可資應用的法則，具有已活化的基模型組群(Schema Patterns)，例如：在使用座標圖來表徵物體的運動狀態時，低解題者對 RT（位移 V.S 時間）圖，VT（速度 V.S 時間）圖及 AT（加速度 V.S 時間） 圖的認知，則以其表面表徵方式儲存，對於它們之間的轉換關係並無進一步的瞭解，若問題表徵爲位移與時間的關係，在問題目標要求解決速度問題時，由於其在速度領域和位移領域間缺乏相關的線索導致無法切入，本研究的數據顯示，切入目標問題必需有適當的基模協助，比較低解題能力者到高解題能力者，線索的切入效率在於解題基模的差異，因此，解題能力發展牽涉到基模的發展非常明顯，從低解題能力到高解題能力的成長，對應於解題基模的形成而進入基模的擴充以致達到基模的高度活化，而類比解題策略的精緻化表徵爲解題基模高度活化的一種型式。

(三)類比思考各成分，以建構的方式存在，解題者在任一成分上表現均能直接影響到其他成分的表現。

從上述的特性中亦發現以確認、檢索、映射、評估爲思考程序的類比解題模式於課程活動設計及教學的進行有下列幾點值得用以改進類比教學以提昇學生的類比解題解題能力：

1.問題表徵的確認首重於表徵內各變項定

義的確認，若能對各變項定義有較深層的認知，則較有利於解題，因此類比物或源問題(Source Problem)的變項定義在教學活動設計上必需能有清楚的交待。若能在源問題可啓動類比思考的特徵加以突顯，則可使確認的過程更具效果。

2.檢索爲確認與映射之中介，檢索所使用的工具、法則或步驟的正確與否，對解題有很大的影響，對於檢索到的信息是否有利於解題，爲解題成功的要素之一，因此如何在教學活動設計上，考慮于信息的檢索時，設計有與問題表徵不斷作比對的訓練過程，乃是提升檢索能力的重要一環。部份樣本以自發性類比推論，在比對目標物或目標問題時，以回憶的方式引用公式企圖解決問題，然而所回憶到的公式或關係結構，往往與問題表徵無法有交集，一方面由於公式被扭曲，或者是套用的時機、情況不對，因此在教學活動設計上應需注意到公式所表達的意義對應於其物理現象，例如從源例子抽取的公式必須和源例子的物理現象緊密的結合在一起，不能僅側重於抽象符號之運算。

3.映射的過程于低解題能力者，往往對於檢索到的信息不求與問題表徵中的各變項有一致性，以致影響解題的成效，如何在教學活動的設計上，提醒學生不斷注意所映射的信息是否與有關變項有一致性的相關。從樣本在映射的過程分析得到，本研究的樣本中高能力者，大部份引用系統性關係結構的映射，或引用活化的法則映射，以達到成功的解題，從個案解題的過程中可發現他們或有映射不完整的關係結構，或有夾帶類比物之值與屬性進入目標物，以致造成概念上的迷思。若能克服這些困難之後，精緻化的經營具潛力的類比物及源問題，使它具有活化的功能，則更能有效正確的執行映射的思考。

4.評估乃是決定類比解題或學習是否完全成功的最重要步驟。類比思考，從源領域或源問題所提取的法則、關係結構，在應用於靶領域時，必然和靶領域的相關元素概念形成新的知識體系。而此有新意義的知識，是否使所映射的法則、關係結構和靶領域中的各相關概念可呈現有全面一致性的和諧。因此在類比教學活動的設計上，讓學生有機會從幾個角度來評估所形成的新知識體系是否有用，乃是不可缺乏的一環。

參考文獻

1. Chi, M. T. H., Feltovich, P. J., & Glaser, R. (1981). Categorization and representation of physics problems by experts and novices. *Cognitive Science. 5*. 121-152.
2. Champagne, A., Gunstone, R., & Klopfer, L. (1983, May). A perspective on the differences between expert and novice performance in solving physics problems. Paper presented at the meeting of the Australian Science Education Research Association, Sydney, Australia.
3. Clement, J. (1987). Overcoming misconceptions in physics: The role of anchoring intuition and analogical validity. In J. Novak (Ed.), *Proceedings of the 2nd International Seminar on Misconceptions and Educational Strategies in Science and Mathematics* (Vol. III, pp. 84-97). Ithaca, NY: Cornell University Press.
4. Gentner, D. (1983). Structure-mapping: A theoretical framework. *Cognitive Science, 7*. 155-170.

5. Gick, M. L., & Holyoak, K. J. (1980). Analogical problem solving. *Cognitive Science. 12*. 306-355.
6. Goldstone, R.. L. (1994). Similarity, interactive activation, and mapping. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, 20, 3-28.
7. Holyoak, K. J. (1985). The pragmatics of analogical transfer. In G. H. Bower (Ed.). *The psychology of learning and motivation* (Vol.19. pp. 59-87). New York: Academic Press.
8. Jausovec, N. (1994). Flexible thinking: An explanation for individual differences in ability. Hampton Press, Inc Cresskill, New Jersey.
9. Markman, A. B., & Gentner, D. (1993). Splitting the differences: A structural alignment view of similarity. *Journal of Memory and Language, 32*, 517-535.
10. Novick, L. R. (1988). Analogical transfer, problem similarity, and expertise. *Journal of Experimental Psychology*: *Learning, Memory, and cognition*, 14, 510-520.
11. Pella, M. O. (1975). Concept of concept. University of Wisconsin Madison.
12. Smith, M. U. (1991). A view from biology. In Smith, M. U. (Eds), *Toward a unified Theory of Problem Solving; Views From the Content Domains*. Lawrence Erlbaum Associates, Publishers, Hillsdsle, New Jersey.
13. Schulty, K., & Loch head, J. (1991). A view from physics. In Smith, M. U. (Eds), *Toward a uniqied Theory of Problem Solving; Views From the Content Domains*. Lawrence Erlbaum Associates, W. Publishers, Hillsdsle, New Jersey.
14. Sternberg, R. J., & Ketron, J. L. (1982). Selection and implementa-tion of strategies in reasoning by analogy. *Journal of Educational Psychology*, 74, 399-413.
15. Ross, B. H., & Matthew, C. K. (1997). Effects of Principle Explanation and Superficial Similarity on Analogical Mapping in Problem Solving. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition* 23, 427-470.
16. Weisberg, R., Dicamillo, M., & Phillips. D. (1978). Transferring old associations to new situations: A nonautomatic process. *Journal of Verbal Learning and Verbal Behavior*, *17*, 219-222.

附錄

3B1 的資料及分析如下：

題一的解題過程及評述：

座標的處理（形成 RT 圖）：

1.能將簡單的數據形成座標圖。

2.軸標示有單位及意義。

求平均速率：

1.應用公式，代入後求出值，然後再標示單位。

題二的解題過程及評述：

座標圖的處理（形成 RT 圖）：

1.延伸座標內之直線並使之通過原點。（題目中並沒有說零時速度爲零。況且眞正的延伸線也無法通過原點）

求平均速度：

1.應用公式代入後求出值，然後再標示單位。

在小華數硬幣的問題中，3B1 的座標圖將點連結起來，並延伸而通過原點。在一車直線上向南行駛，上午八時的位置在 35 公里處，上午十時的位置在 225 公里處之問題，3B1 的座標圖，時間軸用 1，2，3…代替 7，8，9，10，然後，也把座標點用直線連結起來，並延伸讓他通過原點。

評述：3B1 思考車子的問題，在畫座標圖時說：”八時在 35 公里處，十時在 225 公里處，兩小時走了 190 公里，那一小時走 95 公里，三小時走 285 公里。”他並沒有用 8，9，10 來刻度時間，而用 1，2，3 來刻度時間，以致界定第一小時的位置在 95 里的地方，並以直線連接，且讓它通過原點。

3B1，解車子在直線上行駛的問題受到數硬幣的問題的影響，而有同樣的思考方式，及同樣的結果。尤其兩個問題都延伸座標圖上的連線而讓其通過原點，這是類比遷移的現象。

3B1 忽略了車子在直線上行駛時的深層條件和數硬幣時並不相同，例如：數硬幣的問題表徵呈現，至第三秒時數了 15 個，意思說從 0 秒開始數，至第八秒時數了 40 個，從這兩個信息上看出有等速度運動的跡象，但是車子在八時的位置在 35 公里處，十時在 225 公里處，至於車子何時出發，出發後如何到達 35 公里處，以及從八時到十時作何種運動才到達 225 公里，問題表徵皆未呈現，而 3B1 所作的座標圖把這兩點連成一直線，且通過原點，指明此車的出發時刻及在直線上作等速度運動，3B1 未曾對問題表徵作深入一些的思考，在判定問題表徵有相似性後，就作類比轉移，類比轉移之後，亦未再加以評估，以致產生錯誤。

題三的解題過程及評述：

座標的處理（形成 VT 圖）：

1.題目給他的是形成 VT 圖，但是他卻作成 RT 圖。數據會代入，線也畫出來了，但整個座標圖的意義並不對。

求加速度：

1.他算出答案，沒有標示單位。

求至第 4 秒總共畫了多少圓圈：

1.他寫 1 秒 4 個，因此 4 秒 16 個，他如此計算是把上題所算出來的看成是等速度。由於沒有標示單位的結果，因此在思考上容易造成混淆的情形。

在小明以等加速度畫圓圈的題目中，第一秒的速率爲 4 個/秒，第 4 秒的速率爲 16 個/秒…，問至第四秒共畫多少個圓圈？

3B1 說：”一秒畫 4 個，然後第四秒的速率爲 16 個/秒，一秒畫 16 個，…這個可以套公式的，…可是，老師講很多，…然後一長串，我覺很無聊…”結果 3B1 並未解出這個題目。

評述：速度與平均速度的概念，3B1 一直沒有弄清楚，他把求平均速度的公式當作求速度來應用，因此第一秒時速率有 4 個/秒的問題表徵出現時，3B1 把它想成第一秒可畫 4 個圓圈。

3B1 在計算過程沒有給物理量單位，算出來之後也沒有給單位，因此在小明慢跑運動的題目中，3B1 在 0 到 10 秒之間把等加速度的大小用$(V_{末}-V_{初})/(t_{末}-t_{初})$的公式算出來等於 1，他判斷爲等速度運動，在 15 到 25 秒時他判斷爲靜止。

評述：在 3B1 的思考領域裡，利用公式算出來的值是一回事，判斷爲何種運動狀態又是另一回事，他並沒有將這兩回事相互連結。他思考或計算過程中並未將物理量的單位納入考慮，且算出來的物理量也未賦予單位，這種習慣性的思考，導致他在思考的過程中無法確認他得到的那個物理量是什麼；物理量單位的標示對於思考有定位的效果，物理量單位的誤植或錯用，往往誤導思考的方向，

進而導致解題的失敗。

啓示：

1.在教學上一定要讓學生養成隨時注意到在思考過程中所獲得之物理量之正確單位爲何。

2.在教學上如何讓學生甄別出來瞬間速度和平均速度是很重要的，瞬間速度可以用平均速度的方法來解，只是把它的條件界定在求平均速度的兩點，取一點爲所欲求瞬間速度的時點，另外一點儘量逼近於這一點，若平均速度 $V = (S_{末}-S)/(t_{末}-t)$，則瞬間速度 $V=\lim_{t\to t} (S_1-S)/(t_1-t)$，亦即在求平均速度上加上一限制的條件，使所取的兩個時間差逼近於零。

3.在一個加速度運動的狀態下，舉例子去計算當△t 逐漸逼近零所求到的平均速度趨近於一定值，此值即爲瞬間速度。

4.用R-T 及V-T 圖(在非等加速度運動中)，標出一特定點，求該點速度及該附近兩點之平均速度以資區別。

5.類比思考解題是一種花費最經濟的思考，因爲它應用先備知識作爲源領域，只需要比對幾個關鍵點就可以把答案解出來。

題四的解題過程及評述：

座標的處理（形成 VT 圖）：

1.形成的座標圖，VT 圖的軸應標示時間 VS 速度，但他卻標示時間 VS 距離。

求加速度：

1.他應用公式，代入後算出值再標示單位 km/hr，而後化成 50/9 m/s*s。

求總位移：

1.他應用 S=1/2at*t，a 代入以 50/9m/s*s，時間卻用小時，因此得到 S=100/9 公里。他代入公式的各物理量，所用之單位並非同一系統。

在一車以等加速度在直線上行駛，問從 6 時到 10 時共行駛多少公里的問題，3B1 用公式 S=1/2at^2 去代。

3B1 說”老師教過這個公式，然後考試時就習慣把公式列出來，…因爲它問距離啊，…而且它有加速度，…所以用這個公式…。”

評述：3B1 啓用了距離與加速度關係的公式，但於應用公式的同時，他並未將其限制條件作通盤的考慮，例如公式應爲 $S=V_0t+1/2at^2$，但他把 V_0t 這一項忘記了，因此學生若全靠記憶的公式去解題，而沒有瞭解到公式和問題表徵兩者如何結合，往往無法正確解題。

題五的解題過程及評述：

由 RT 圖看運動的情況：

1.他不是由 RT 圖呈直線段而判斷其爲等速度運動，而是用直覺的判斷。

2.在時段第十秒到第十五秒間，他說：五秒內走二十公尺，每一秒鐘走四公尺，每一秒鐘走的距離較長，因此它有一個加速度存在。

區別位移與路徑：

1.他能區分位移和路徑的不同。

由 RT 圖所得的數據轉換成 VT 圖：

1.他把算出來的值當成該時段最後一秒的速度，也就是說零秒到十秒的速度爲一，然而他把零秒的速度寫爲零，而十秒的速度寫爲一，然後把點用線連起來。他沒有把前面算出來的答案與時間的關係連貫起來。

題六的解題過程及評述：

由 VT 圖判斷運動的情形：

1.座標軸的意義已經改變了，但是他仍然以同樣的概念、方法及步驟解題。他判

斷直斜線爲等速度運動，斜度較大者爲等加速度運動。

求加速度：

1.他沒有列出公式，直接用 10-0/10=1 運算，算出來後亦無標示單位。

2.他回憶到一個不是很確定的法則就代入。

3.他沒有在運算過程中應用單位。

判斷離家最遠：

1.他看座標圖以對應座標軸的最大量爲離家最遠處。他說：C 跟 D 都在 30，就離家最遠。他似乎忽略座標軸是速度的意義而不是位移的意義。他此時又回答 C 和 D 點的速度爲零，因此可見他把 VT 圖看成 RT 圖。

由 VT 圖求到的值形成 AT 圖：

1.他雖然有求到加速度的值，但是他判斷爲等速度運動，因此他無從解題，只是隨變畫一下。

3B1 類比思考成分的特性

確認：

1.對於領域內物理量的定義未能加以釐清，對問題表徵內的變項，來作有關聯性的思考。

檢索：

1.所趨近的法則，觀念模糊，即使回憶到公式，但對於公式的內涵只是粗糙的瞭解。因此代入時或有條件不符或只是代入而未深入瞭解它的眞正意義。

映射：

1.以模糊或粗略的法則或公式直接映射到靶領域中使用。僅就部份條件的思考作映射的動作。

評估：

1.因爲他對物理量概念的瞭解不足，或不完整，或有迷思，因此映射在靶問題上的法則或關係結構，少有在領域內作評估的工作。

3B2 的資料及分析如下：

題一的解題過程及評述：

座標處理（形成 RT 圖）：

1.能正確使用座標於數目 VS 時間的關係。座標軸的單位亦能正確標示。

求平均速率：

1.沒有檢索到正確的公式。

題二的解題過程及評述：

座標處理（形成 RT 圖）：

1.能正確使用座標於數目 VS 時間的關係。座標軸的單位亦能正確標示。

求平均速率：

1.應用公式：（末位移-初位移）/（末時間-初時間），從經驗或學習得到法則之應用。

2.求到的平均速度表徵完整，有值亦有單位。

在直線上行駛的火車 ，上午八時整的位置在 35 公里處 ， 十時整的位置在 225 公里處。3B2 畫出時間對位置的座標圖時，點出二個座標點時，他思考是否以直線將兩點連接起來，3B2 認爲既然要求平均速度就應該連起來，於是他將兩點連起來。

3B2 對於物理量的單位並不十分重視，在計算過程中並未將單位代入公式，求出結果之後再給予單位，他求出的加速度，所給的單位和速度是一樣的。

評述：3B2 所建立的物理量關係乃屬局部性完整，他在位移和時間關係下，代入公式以求速度，在速度對時間的關係下，代入公式以求加速度，但是沒有察覺到速度與加速度物理量的單位應該不一樣。

比較題一及題二的解題過程及評述：

(一)

1.平均速度的處理，3B2 引用公式 V = (S2-S1)/(t2-t1)，平均加速度的處理他亦引用 a = (V2-V1)/(t2-t1)。

2.在 V-T 圖中求位移，3B2 引用 S=1/2(V1+V2)*t 及 S=VT+1/2at^2 的公式解題，但問他這些公式怎麼來的，其意義如何？他說是老師教的，他就背起來了。

評述：3B2 記憶公式並應用公式解題。他的解題方式爲：切入問題表徵→回憶相關的公式→代入解題。他記憶了例題的形式，作了類比轉移，而用於解題。

(二)

1.3B2 處理座標圖時，意識到如果給的數據很大的話，座標的刻度就必需用大一點。

2.在軸上標示軸代表的意義。

他對於標示的點，是否需要連結起來，曾經有疑慮，但並未追究連結起來所代表的物理意義是什麼？是否表示了正確的物理現象。

評述：3B2 能於 R-T 圖，及 V-T 圖中，將缺乏理解實際的物理現象作爲依據，而予以處理數據。

題三的解題過程及評述：

座標處理（形成 VT 圖）：

1.能正確使用座標於速率 VS 時間的關係。但疏忽了標示座標軸的單位。

求加速度：

1.應用公式並代入求到正確的值，但誤用速度的單位作爲加速度的單位。

從 VT 圖求總圓圈數：

1.直接應用公式 S1.=V1t+1/2at*t，但是對 t 的定義並沒有用對。因此所得答案並不正確。

題四的解題過程及評述：

座標的處理（形成 VT 圖）：

1.作法和過程和題三相同。

求加速度：

1.處理過程和題三相同。

從 VT 圖求總位移：

1.直接應用 S=（V1+V2）t/2=V0t+1/2at*t 而得到正確答案。

比較題三及題四及評述：

3B2 能應用"座標法則"於不同題目，並同時應用 S=V0t+1/2at*t 的公式於兩個不同的題目，有類比轉移的現象。直接檢索到正確的法則去解不同的問題。源問題似乎存在於先備知識中。

題五的解題過程及評述：

用 RT 圖判斷運動情形：

1.應用平均速度等於（末位移-初位移）/（末時間-初時間）的公式求出正確的速度並標示出正確的單位。

從 RT 圖所得的數據作 VT 圖：

1.無法把求到的數據準確的作出 VT 圖。似乎有某些因素有待克服或訓練以達統合性的思考。

題六的解題過程及評述：

從 VT 圖判斷運動情形：

1.應用平均加速度等於（末速度-初速度）/（末時間-初時間），求到正確的加速度之值，但所標示的單位卻誤用速度的單位。

從 VT 圖求的加速度數據作成 AT 圖：

1.無法將 VT 圖所求得的值作正確的解釋，以致於未能正確的統合這些數據於座標圖中。他會用座標，同時也求到這些數據，但是他並沒有正確地將這些數據畫在座標上，原因可能是他對一堆數據同時統合於同一個座標上，以致在思考上產生干擾，而無法正確執行。

在小明離家遠近的問題，他答以 D 點，離家最遠，他說因爲從 D 點以後，加速度爲負的，方向向北，因此他認爲是走回程。

評述：3B2 並未從位移的角度去比較遠近，而是以加速度的方向直接去看位移的多少，因此造成思考上的錯誤，雖然加速度爲負，但從座標圖上所呈現的意義，速度仍然是正的，也就是速度的方向並沒有改變，一直往前前進，但是 3B2 並沒有意會到這一點。由於直接把速度領域的結果，作類比轉移至加速度領域上，因此產生這種錯誤。從加速度看位移，必需先看速度，再看位移；因爲加速度是位移對時間的二次微分，而速度只是位移對時間的一次微分，無法直接做類比移轉。

總評：3B2 解題的模式以代入公式爲其特色，他應用公式較爲活化，在數硬幣的題目中，已知速率求總數，和在慢跑的題目中已知速度求位移，看成是屬於同一類型的題目，而使用了同一個公式。他記憶了公式，也記憶了某些例題所嵌入的公式，他也有效的推論解靶問題公式。3B2 無法將座標在速度領域中之意義，把 R-T 圖所搜集到的資料形成 V-T 圖，因此在 V-T 圖中所搜集到的資料亦無法形成 A-T 圖，這種現象和他對座標圖無法和物理現象作清楚的對應有關。3B2 側重於公式與問題的連結，他忽略物理量單位的重要性，是未能熟練座標圖所解釋的物理意義，從部份跡象可看出，雖有類比遷移的現象，但是由於概念的瞭解不完整以及相關技能(座標)的不熟練，使類比遷移無法完整地形成。

啓示：同型類比物，在不同領域時，有下列幾個特徵：

(1)核心的抽象法則或結構關係有一定程度的相似性。

(2)在不同領域中所形成的知識體系的特徵有相似性。

(3)學習者若掌握了核心的法則或結構關係，可以有效的作類比遷移，而達觸類旁通的效果。

(4)在不同的領域中，雖存有相同的架構，但由於組成的元素概念並不一樣，因此也呈現不同意義的知識體系；因此如何評估架構和元素概念間的連結及其所呈現的意義，乃是類比學習成功的重要關鍵之一。

(5)類比物的解題思考路徑對靶領域有引導作用。

(6)思考過程中，解題者的信心來自於搜尋的証據是否足以作爲判斷的依據，若否，經驗的直覺將是主宰判斷的過程。

3B2 的類比思考成分之特性

確認：

1.問題表徵的確認，處於局部性相關。

2.問題表徵內的物理量或相關變項的定義雖有部份不很完備，整體來說 3B2 對於所涉及物理概念的瞭解程度無礙於解本研究所設計之問題。

檢索：

1.直接切入領域內的法則。包括座標的使用及問題表徵所需要的法則。

映射：

1.3B2 所檢索到的公式可正確的應用於靶問題上，他記憶相關的公式。

評估：

1.法則切入大致用於解題。在屬性相似的問題大致能調整所映射的關係結構，或法則在領域內使用產生意義趨於一致性。但是由於概念的瞭解不完整以及相關技能的不熟練，使類比的轉移無法成功。

1B3 的資料及分析如下：

題一的解題過程及評述：

座標的處理（形成 RT 圖）：

1.能將數據轉換成座標圖，也會把座標軸的意義標示清楚。

求平均速率（由位移）：

1.應用公式，並代入公式，求到的答案沒有標示單位。

題二的解題過程及評述：

座標的處理（形成 RT 圖）：

1.能將數據轉換成座標圖。

求平均速率（由速率）：

1.應用公式，並代入公式，但計算錯誤，且求到的答案也沒有標示單位。

題三的解題過程及評述：

座標的處理（形成 VT 圖）：

1.能將數據轉換成座標圖，能把座標軸的意義標示清楚。

求平均加速度（由速度）：

1.應用公式並代入。

求畫總圓圈數：

1.誤用速率的定義爲數目，忽略有加速度的情況下，求畫總圓圈數。（錯誤的解答）

在小明以等加速度畫圓圈的問題中，第一秒的速率 4 個/秒；第四秒的速率是 16 個/秒，1B3 的座標圖畫對了。求加速度的大小，他以求平均加速度的方法，亦即(V 末-V 初)/(t 末-t 初)的公式代入求出，問至第四秒鐘總共畫了多少個圓圈，他以第一秒畫 4 個，第二秒 8 個，第三秒 12 個，第四秒 16 個，亦即 4+8+12+16=40 個去思考。

評述：1B3，把第一秒的速率是 4 個/秒，看成第一秒可以畫 4 個圓圈，實驗教材所提供的思考是第一秒的速率 4 個/秒，即表第一秒末的速率爲 4 個/秒；但問題表徵爲等加速率運動，所以第一秒初的速率爲 0 個/秒，因此在第一秒內的平均速度應爲(0+4)/2 個/秒=2 個/秒，所以第一秒內小明所能畫的圓圈應爲 2 個，但是 1B3 以速率的概念直接切入思考，他認爲既然第一秒的速率爲 4 個/秒，所以第一秒所畫的圓圈應爲 4 個，1B3 思考的結果和座標圖所呈現的現象並不符合，他沒有深入的去思考在等加速度運動中，每個時刻的速率均呈比例的增加，且皆不相等。第一秒的速率爲 4 個/秒，代表的是第一秒末的速率是 4 個/秒，不是整個第一秒皆以等速度 4 個/秒的快慢進行，這個現象在所畫出來的座標圖可以很明顯的看出，可是在 1B3 的思考中所產生的矛盾現象他卻完全不自覺；在思考的過程中，其被速率的錯誤認知所掩蓋，從單看速率爲 4 個/秒，而意會出 1 秒可數 4 個的印象，他對速率的瞭解並沒有深入到速率表示某一時點的快慢，在這一時點的速率若爲 4 個/秒，則表示若以這個時點的快慢畫圓圈，持續以等速率的運動，經歷一秒鐘可以畫 4 個，而題目提示第 1 秒的速率爲 4 個/秒，表示 t=1 秒時，亦即第一秒的秒末的速率爲 4 個/秒，在第一秒內，4 個/秒的速率爲最大的量，本題在第 1 秒的秒初的速率爲 0 個/秒，所以不能思考爲第 1 秒內可以畫 4 個圓圈，則非常明顯。

啓示：

從以上的分析得知，在教學上，在某一時段內要從 V-T 圖中求到位移，則可以這個時段的平均速率，乘以此時段的時間，爲了要避免學生有上述的錯誤思考，在教學當中必需嚴謹地區分速率和位移的關係，以及速率和平均速率對求位移所扮演的角色，才不致於使學生把平均速率和速率看成是同一種物理量。

題四的解題過程及評述：

座標的處理（形成 VT 圖）：

1.能將數據轉換成座標圖，也會把座標軸的意義標示清楚。

由速率的關係求平均加速度：

1.應用公式代入，但求到的值並未標示單位。

由速率的關係求總位移：

1.將末速度減去初速度當成位移。他對物理量的單位不加注意，以致誤導思考的方向。

題五的解題過程及評述：

從 RT 圖求各時段的運動情形：

1.無法從 RT 座標圖中的直線判斷爲等速度運動。

從 RT 圖各時段求到的值形成 VT 圖：

1.沒有數據。

從小美由家外出的位移與時間的關係圖的解題中，1B3 判斷 0 到 10 秒爲等速度運動，速度的大小等於 1，速度的方向是東南方，10 秒到 15 秒爲等速度運動，速度的大小爲 2，方向爲東南偏東，15 秒到 25 秒爲等速度運動，大小爲 6，方向爲向南，從 0 秒到 45 的位移爲零，路徑 80；經由 1B3 的解題過程，可以看出他把座標的意義看錯了，他看不出這是一維空間的運動，而把位移和時間的關係曲線看成小美行進的路線，因此對速度的方向有東南或東南偏東的認知，有了這樣的錯誤認知之後，在 15 秒到 20 秒之間的運動，他認爲小美應是繼續前進的，而且速率的大小直接用 30/(20-15)=6，這時候他的平均速度的求法破例不用$(S_{末}-S_{初})/(t_{末}-t_{初})$，因爲若用這個公式，則違反了他認爲小美仍繼續前進的想法，所以他可以例外的用 $S/t_{末}-t_{初}$之公式，來對應他的想法以作合理的註解，卻忽略其他因素或忽略某些因素而造成局部性之思考處理。可見在思考處理時，學生會受到某些因素的影響。

評述：1B3，一開始就把座標的意義看錯了，他爲了要使思考有連續性，所以不惜引用並非他平常所慣用的法則在某些部份的解題，由此看來學生的思考有自行建構的本質，及滿足自己所認定的合理性及連續性，1B3 不惜引用非慣用的法則，而自行搜尋另一個法則以解決問題。

題六的解題過程及評述：

從 VT 圖看各時段的運動情形

1.運用公式，但是對於公式中時間和速率的值有時產生錯誤的現象。

2.判斷運動的情形或有錯誤，可能他對等速度、等加速度的概念無法區分。

從 VT 圖所求的值形成 AT 圖：

1.無法將 VT 圖各時段所求到的值作正確的解釋，以致未能正確地統合這些數據形成的 AT 圖。

在小明由家裡外出作慢跑運動在 V-T 圖中求加速度的問題中，1B3 給速度的表徵如下”第一秒的時候是 4 個嗎？…第四秒的時候是 16 個嗎？從他的計算過程亦可看到沒有在任何步驟上出現過所有單位的物理量，他無法給速度或加速度下一個正確的單位，他在求平均速度或平均加速度時引用$(S_{末}-S_{初})/(t_{末}-t_{初})$或$(V_{末}-V_{初})/(t_{末}-t_{初})$的公式代入，但是只是代入值而沒有代入單位，算出來的結果亦沒有給單位。

評述：概念的表徵含有屬性和值兩部份，若解題者對某概念的認知不清楚，或對屬性不清楚，或對值的數量不清楚，在思考過程中，容易造成思考的障礙，以及錯誤。例如，1B3 的速率概念爲第一秒的時候 4

個，他在座標軸上標示”個”，它和位移的單位就變成一樣了。忽略物理量的單位，容易使許多物理概念混淆，而無法正確的甄別，導致無法思考。在類比思考的過程中，雖有關係結構的映射現象，但是解題者映射關係結構到靶領域之後，無法和各個元素概念作密切的連結，而導致迷思。這種現象從 1B3 解小明向南作直線慢跑運動，給 V-T 圖求加速度的大小及方向可知，1B3 他判斷 0 秒~10 秒作等速度運動，大小爲零，方向爲西南方，10~15 秒，爲等加速度運動，大小爲 2，方向爲西南偏南方。1B3 判斷是爲等速度運動，或爲等加速度運動，惟並無任何依據。

總評：1B3 回憶公式用於解題，惟對源、靶之各元素概念之瞭解並不完整，加以對座標的特性瞭解及應用不足，於思考過程中遭受此兩種因素的影響，而使中間步驟所獲取的資訊及數據有相互矛盾的現象而不自知。在類比解題的跡象中，所回憶到的法則或不完整、或錯誤，雖可看出有映射的現象，惟對靶領域的元素概念之意義缺乏理解，因此關係結構或法則在靶領域中無法正確的與之連結，用以幫助靶問題的解決。

1B3 的類比思考成分特性

確認：

1.局部考慮問題內各物理量變項的一致性。

2.部份概念的意義及物理意義被確認。

檢索：

1.回憶到的法則或有扭曲或不完全的情形，因此對於所應用的法則的意義不是很清楚。

映射：

1.夾帶源領域的屬性進行映射。

2.以回憶到的法則切入問題。若遭遇到與自己預期的想法有矛盾時，則自行建構法則以滿足自己的想法。

評估：

1.僅注意局部一致性，例如忽略單位的標示。

2.由於概念的缺陷，造成無法進行正確的評估工作。

2C2 的資料及分析如下：

題一的解題過程及評述：

座標圖的處理（形成 RT 圖）：

1.他能以簡單的數據形成 RT 圖。

2.軸的意義及單位沒有標示。

求平均速率：

1.他應用公式，代入後，求到的值沒有標示單位。

題二的解題過程及評述：

座標圖的處理（形成 RT 圖）：

1.他能以簡單的數據形成 RT 圖。

2.軸的意義及單位沒有標示。

求平均速度：

1.他將公里化成公尺，將小時化成秒然後代入公式求出答案並標示單位。

題三的解題過程及評述：

座標圖的處理（形成 VT 圖）：

1.他能以簡單的數據形成 RT 圖。

2.軸的意義及單位沒有標示。

求加速度：

1.應用公式求到的值沒有標示單位。

求總共畫了多少圓圈：

1.他應用公式 1/2at*t，代入後求到答案。

題四的解題過程及評述：

座標的處理（形成 VT 圖）：

1.軸的刻度沒有標示。

求加速度：

1.應用公式，求得答案之後，標示錯誤的單位，他標示的單位爲速度的單位。

2.他應用 $S=V_0t+1/2(V_1+V_2)t$ 公式，題目中只要求六時到十時，但他卻求從零時到六時的運動情況。題目中並沒有說明，而他卻以零時的速度爲零的情況代入。此乃自行建構的條件。

一車在一直線上向南行駛，上午八時整的位置在 35 公里處，上午十時整的位置在 225 公里處，問八時到十時間此車之平均速度是多少？

2C2 在求平均速度時把公里化成公尺，把時間化成秒，但是求平均加速度的問題，上午六時整其速率每小時 15 公里到十時速率爲每小時 95 公里，他求出來的平均加速度爲(95-15)/(10-6)=80/4=20 公里/小時。

評述：對於速度的單位，2C2 的觀念裡應是公尺/秒，其實公里/小時也可以，在教法上應強調單位的意義及其彈性。

題五的解題過程及評述：

從 RT 圖去看運動的情形：

1.他說因爲零秒到十秒之間是一條直線，所以是等速度運動，其它的時段也依據這樣的想法判斷。

求速度：

1.他應用公式，求到的值再標示單位。

對位移和路徑概念的判斷：

1.他可以很清楚區分位移和路徑。

由 RT 圖所求的值去形成 VT 圖：

1.他能瞭解從 0 秒到 10 秒的速度爲 1m/s，但是作圖時先畫出從 0 秒到第 10 秒的速度爲 1m/s，但後來又改成從 0m/s 開始，第 5 秒時剛過 1m/s，然後第 10 秒就達 4 m/s。

比較 V-T 圖求畫圓圈的個數及從 V-T 圖求位移。

2C2 在速度對時間的座標圖上說：”…個數就等於畫的圖…所圍成的面積，…然後縱座標是到達 16，然後橫座標是 4，所以三角形面積 4 乘以 16 除以 2 等於畫了 32 個圓圈，…從六點到十點共行駛多少公里，…然後…同樣也是…位移所…位移…就是速度對時間圖所圍成的面積，…。”

評述：

(1)2C2 從問題表徵來建立源-靶問題的關係，而回憶曾經解過的類似題(即源問題)，因此很快的將源問題所引用的公式嵌入靶問題用以解題，2C2 能從速率的觀點，把畫圓圈的個數對應於位移，而引用 V-T 圖所圍起來的面積來解題，是類比解題的一種類型。

(2)他的理性分析和既有的心像預期在作拉鋸戰。

啓示：學生引用 V-T 圖上所圍起來的面積來解決位移的問題，有積分的味道，對於國二的學生要他們理解這麼抽象的觀念其實很困難，通常學生記憶題型和可應用的公式，用於解題上的思考，而爲何某個公式用於某種題型，他們仍是一知半解，其實本類型的問題可以以平均速度的觀念切入，同樣可以達到解釋爲何位移等於 V-T 圖上所圍起來的面積的目的，而且學生較容易理解位移和所圍起來的面積之間的關係。

題六的解題過程及評述：

從 VT 圖去看運動的情形：

1.雖然圖的形狀是一樣的，他能察覺軸的意義已經由位置 VS 時間改變爲速度 VS 時間。因此他說座標圖有一直斜線表示爲等加速度。

求加速度的大小：

1.他應用公式求到值之後再標示單位 m/s* s。

由 VT 圖所求的值去形成 AT 圖：

1.由題五的經驗，在本題中他的理性分析終於戰勝了他的心像預期，而做出正確的答案。

評述：

評估能力的提昇必須依靠經驗，在經驗的歷程中若能作理性分析則有利於評估能力的提昇。

2C2 的類比思考成分的特性

確認：

1.他能確認領域中各物理量的意義。並確認各物理量間的關係。

檢索：

他能利用問題表徵趨近解題的公式。

映射：

1.他應用已熟悉的公式或法則或關係結構於靶領域之中。

評估：

1.他應用思考反覆評估法則或關係結構於一新領域中與各物理量間存在關係的合理性。

The Investigating Problem Solving Phenomenon on the Analogical Reasoning Components for the Eighth Graders after an Analogical Instruction of a Unit Related to Velocity and Acceleration

Shun-Yi Hsu

Department of Physics, National Changhua University of Education, Changhua, Taiwan, Republic of China.

Abstract

Large numbers of studies have been investigating the transfer affects of analogical reasoning of problem solving that the source problems and its solving procedures were given and then following by the target problems. However problems raised from students in the science classes or laboratories would b hinted without source analogies. How could the students access appropriately and effectively to the potential source analogies existing already in their prior knowledge? The componential analogies reasoning theory that the components were included encoding, inference, mapping, application a response was proposed by Sternberg et al (1982). It is not very clear to explain the processes of reasonin for the spontaneous accessing the potential source analogies existing in the individual's prior knowledge.

The purpose of the study is to investigate the analogical reasoning processes of problem solvin after the instruction of a unit developed by bridging analogies. The protocols of thinking aloud and interviews were administered to the eighth graders who were selected from the less able to the able based on the scores of prior knowledge and logical reasoning tests. The individual subject's processes of problem solving were analyzed.

In contrast to the Sternberg's theory this study tended to argue that the analogical seasonin components would be included problem representation identification, retrieval, mapping, and evaluation. Some findings come out with the reasoning components analyzed also be discussed.

Key words: Problem Solving, Analogical Reasoning Components, Velocity; Acceleration.

`