科學教育學刊
2001, 第九卷第四期, 351-374

Chinese Journal of Science Education
2001, 9(4), 351-374

國小高年級學童數字常識評定量表編製之研究

許清陽[1]　楊德清[2]　李茂能[3]
[1]台南縣永康市大橋國小教師
[2]國立嘉義大學數學教育研究所
[3]國立嘉義大學國民教育研究所

(投稿日期：民國90年4月19日，修訂日期：90年7月12日，接受日期：90年11月21日)

摘要：在數學有意義的學習領域裏，數字常識已受到先進國家的重視，目前國內並無一套標準化的評量工具，欠缺評量工具將無法了解學生數字常識的發展情形；本研究之研究目的在編製一份適合國內國小學童數字常識的評定量表。本研究是以電腦網際網路線上測驗為研究工具，透過線上測驗進行資料蒐集，樣本為中南部地區國小高年級學童共 800 人。「國小高年級學童數字常識評定量表」共分為五個組成成份：1.瞭解數字的意義和關係的能力；2.辨認數字大小的能力；3.瞭解運算對數字的意義和影響的能力；4.發展計算策略與判斷答案合理性的能力；5.以多重方式表徵數字的能力。在信度考驗方面，建立了各分量表及總量表的內部一致性信度和重測信度；在效度考驗方面，本研究建立了內容效度、專家效度及建構效度。研究發現，「國小高年級學童數字常識評定量表」有不錯之信、效度。

關鍵字：有意義的學習、紙筆計算、數字常識、數字常識評定量表。

壹、研究動機和目的

台灣的數學教育在聯考引導教學的情況下，為了獲得較高的數學成績，向來都強調筆算的技能、速度和唯一的答案。老師、家長所關心的是成績的高低，不斷的複習和演算成了教師提高數學成績的不二法門，家長也滿足於這樣的模式所反應的成績。但這樣的教學模式對學生數學概念的發展是否有幫助，學生對數學的興趣是否和成績成正比，這是值得令人深思的問題。

學校中的數學教學重視算則的機械式演練與計算技能的熟練，孩子不知道數字真正的內涵，無法將數字意義化，面對新問題時只能依賴筆算及老師所教的算則，否則便無法解決問題（楊德清，2000b；Reys & Yang, 1998）；研究者曾經對國小五年級的學生測驗過這樣的問題：甲杯的水 40℃，乙杯的水也 40℃，將甲乙兩杯水混入丙杯中，請問丙杯是多少℃？測

驗的結果令人驚訝，竟然大部份的小朋友都回答 80℃，因為 40℃+40℃＝80℃，顯然學生是受到加法算則的影響，並沒有深入的思考問題背後所蘊含的意義，而且學生在學數學時是孤立於生活經驗之外，試想這樣的教學怎能引起學生的學習興趣及解決實際生活中的問題呢？

在數學有意義的學習領域裏，數字常識 (number sense) 已受到先進國家的重視 (Australian Education Council [AEC], 1991; National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 1989, 2000; Cockroft, 1982; Japanese Ministry Education, 1989; Emanuelsson & Johansson, 1996)。數字常識在美國已引起廣泛的討論與研究，Everybody Counts (NRC, 1989) 主張數字常識教學應為小學數學教育的主要目標。澳洲教育研究中心（AEC, 1991）以及美國數學教師協會（NCTM, 1989）皆認為，數字常識教學為中小學教育所不可缺少的。NCTM（2000）所出版之「學校數學課程原則與標準」（The Principles and Standards for School Mathematics）更強調「本標準之中心旨在發展兒童數字常識的能力」(p. 32)。反觀我國數學新課程雖然包括了數字常識的內涵，然教室裡的數學教師能夠將數字常識教學的精神融入教學中仍值得進一步的探討；台灣的教育所強調的是計算結果的精確性，雖然強調計算結果的精確性會得到較高的計算成績，但對數字常識的提升卻沒有幫助。支毅君教授 (1996) 的研究顯示，當研究者要求學生在不使用紙筆的情況下，在三個二位整數的乘法（47×9＝423、98×16＝948、38×12＝456）問題中，找出錯誤的是哪一個算式。在上述三個式子中，由於 98 乘上一個比 10 大的數時其結果必定比 980 還大，因此 948 當然是錯誤的。然而十六位受測的國小學生中，只有八位給予正確的答案，但是其中只有四位能夠以數的大小之方式決定答案，其他的學生都是以筆算的程序求答案以決定對錯。此種現象顯示我國學生解題時太過依賴計算方式以求得一個正確的答案。而依據 Yang（1995）的研究發現，台灣學生在筆算技巧方面擁有較高的水準，但在解決不用計算的類似問題（如：估算）時，數字常識的能力顯然不能等同於筆算能力。此發現說明了，正確答案不是良好思考的指標，老師要測驗的不只是答案，而必須要使學生思考答案背後所蘊含的意義（Sodwer, L, 1988）。

目前國內從事數字常識研究的人並不多，更缺乏一套標準化的評量工具。雖然數字常識在國內受到重視是可預期的，但欠缺評量工具將無法了解學生數字常識的發展情形，教師亦將無法依據學生數字常識的發展情形從事教學、發展教學活動，或改進教學；因此編製適合國內國小學童數字常識的評定量表有其必要性。

基於上述的研究動機，本研究的主要目的是：編製一份適合國小高年級學童數字常識發展之「國小高年級學童數字常識評定量表」。

貳、研究背景

一、何謂數字常識？

數字常識是一種對數字與運算的洞察力，能夠以多重的方式呈現數字的意義，並且在計算時能考慮不同層面的正確性，洞察運算結果的正確性，以及合理的使用數字的常識 (Howden, 1989；McIntosh, Reys & Reys, 1992, 楊德清, 2000b)。而美國數學教師協會 (NCTM, 2000)所出版之「學校數學課程之原則與標準」(The Principles and Standards for School Mathematics)中即詳細地描述了「數字常識 — 意味能夠自然地分解數字，使用特別的數字如 100 或 1/2 當作參考點，能夠應用算數運算之間的關係以解決問題，瞭解十進位系統，具有

估算的能力，瞭解數字的意義，以及認知數字之相對與絕對的大小」(p. 32)，此已將數字常識的精神充分地表達。就“number sense”一詞而言，國內有些學者譯為「數感」，但基於 number sense 的組成元素，諸如比較數字的大小；發展多重的方式以表徵數字，善用參考點，發展解題策略（如心算或估算）等，是知識與經驗的產物，並不是感覺所能形成，而且必須經過教學與長期的培養方能產生。數感並不能涵蓋 “number sense” 的所有能力與其精神。因此，本研究將“number sense”譯為「數字常識」。

二、數字常識的相關理論

本研究的研究目的，在編製標準化數字常識量表，為使量表的內容能擁有可靠的信、效度，必須對數字常識的理論有充份了解；以下擬就數字常識的組成成份，分析數學教育學者們對數字常識所持的理論，做為量表編製的依據。

(一)Thompson 和 Rathmell（1989）的主張

Thompson 和 Rathmell（1989）將數字常識分成四種成份：

1. 能了解數字的意義與關係：是對正整數、小數和分數的了解，也能了解數字的分解與組合。
2. 能了解數字的相對大小：知道 0.49 接近 1/2，而 0.97 已經很接近 1；也可以了解 35 大於 25 小於 55。
3. 能了解運算對數字的影響：知道一個正數乘以另一個比 1 小的正數，其乘積必然比該正數小；相反地，若乘以比 1 大的正數，其乘積會大於該正數。
4. 能了解如何使用參考點（benchmark）於日常生活情境：例如：知道一間普通的教室不可能容納 1000 名學生，他會以 40 或 50 人為基準點來衡量普通教室所能容納的人數。

(二)楊德清（1995）的主張

楊德清（1995）認為數字常識的組成成份有：

1. 能夠有理化數字的意義：孩童想要對使用於日常生活中的數字加以意義化，他們必須瞭解數字的基本意義。Sowder & Schappelle (1989)認為「瞭解數字的基本意義是建立數字常識能力中最重要的一個因素」。
2. 知道何時去分解與組合數字：此種能力包括了能夠以一種相同的形態去表達數字以便於數字的運算。
3. 認識相對和絕對的數字大小：包括比較和排序數字的能力，此為數字常識中的重要組成成分。
4. 有能力去使用參考點：參考點可以解釋為可依賴以作為標準之東西，將已經知道的數字用以推測不確定的事實。
5. 瞭解運算對數字之相對的影響：此能力即是瞭解運算在不同的數字包括整數與有理數所產生之影響。

此外，楊德清（2000a）在「數字常識與筆算能力」一文中提及，當兒童處理數字或其它的數學問題時，讓他們了解答案的合理性及所做為何是很重要的。他舉例說明，當要求學生回答 534.6 × 0.545 = 291357 的小數點位置時，多數小六和國二的學生回答 29.1345，因為傳統的算數教學中，數學老師常常告訴學生小數相乘時，小數點位置的選擇由乘數與被乘數所共有的小數所決定。因此，534.6 × 0.545 的答案小數點應該有 4 位小數；但是，他們未曾仔細思考 0.545 約為 0.5，乘以五百多大約為二百多至三百，不可能為二十九點多。這就是缺乏數字常識的緣故。因此楊德清主張「了解答案的合理性」也是數字常識的重要組成成份。

(三)Sowder（1992a, 1992b）的主張

Sowder (1992a, 1992b)將數字常識的組成分為九類：

1. 數字的分解與組合：能夠以不同的方式表徵各種數字及能夠判斷哪一種表徵是較有用的：例如，六年級的學生在計算 12×25 之前，會把 25 看成 $\frac{100}{4}$，然後用 12 乘以 $\frac{100}{4}$。分解和組合數字的能力與位值概念的了解，有很密切的關係。
2. 辨認數字相對大小的能力：包括數字的比較及排列順序兩種能力；例如，知道 89 比 91 小；$\frac{1}{3}$ 比 $\frac{1}{4}$ 大，而 $\frac{1}{4}$ 又大於 $\frac{1}{8}$。這個能力也包括有理數密稠度之認知；例如，能夠發現 $\frac{1}{3}$ 和 $\frac{1}{4}$ 之間還有其他的數字。
3. 具處理數字絕對大小的能力：例如，一個人不能以一雙手一次拿起 200 分錢，或一場搖滾演唱會不能容納一百萬的觀眾。
4. 使用參考點的能力：例如，使用 1 當基準點，那麼 $\frac{7}{8}+\frac{9}{10}$ 的和，應該比 2 小一點，因為兩個分數都比 1 小一點點。
5. 以有意義的方式連結數字、運算及相關符號的能力：Hiebert（1989）認為，符號的功能在記錄已知的事件，並能當成思考的工具，而數字常識是要讓符號來發揮記錄與思考的功能。
6. 了解運算對數字的影響：Behr（1989）就這個特徵提出兩個觀點：(a)當計算的問題中，有一個或更多的運算元改變了，能知道如何利用補償的策略；例如，假如 384-289 是 59，那麼 358-289 會是多少？(b)能了解改變原來數字的運算後，其結果仍然相同；如，能利用 350-291=59 的結果，來發現 348-289 的答案，仍然是 59。
7. 以創新的方式進行心算，使運算更為方便的能力：學生面對 1000-784 的問題時，會向上數 16，使 784 變成 800，再多 200 就會到達 1000，以這樣的方式來進行心算，會比標準的紙筆計算來得容易。
8. 發展估算的能力，並知道何時估算是適當的：學生在估算 $1487\div35$ 時，可將問題改變成 $1400\div35$，因為 1400 和 35 都能被 7 整除。
9. 使數字意義化的能力：學生必須要相信數學是有意義的，而且他們能夠發現數字的意義；這種處置能力會引導個人對答案做合理性的判斷。

(四)McIntosh, Reys 和 Reys（1992）的主張

McIntosh, Reys 和 Reys（1992）認為數字常識是一個複雜的程序，它是由數與運算所形成之多種元素。數字常識是使用數字和數量來當成溝通、處理和解釋資訊的方法。在論及數字常識的架構時，他們主張數字常識包含三個領域：數字概念、運算及數字與運算的應用。同時亦以另一個圖 2-1 來說明數字常識與數字、運算和情境之間的關係。

圖 2-1 描繪出數字常識與主要成份之間的內在連結；這些內在連結顯示出，數字常識具

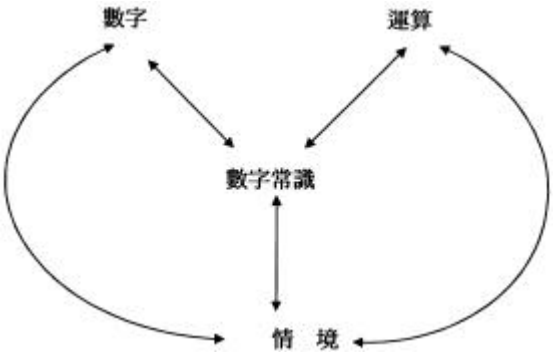


圖 2-1：數字常識主要成份之內在連結
（引自 McIntosh, Reys & Reys, 1992）

備後設認知的性質來監控整個過程；一個擁有好的數字常識的人，能夠思考及反映數字、運算和所產生的結果。

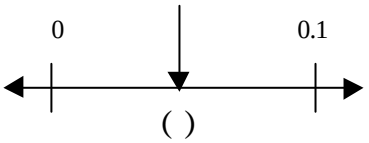
(五)McIntosh, Reys, Reys, Bana 和 Farrel (1997)的主張

McIntosh 等人（1997）根據上述之理論為基礎，將數字常識的組成成分定為下列六項：

1. 瞭解數字的意義和大小的能力：包括提供數字意義、大小的型態和位數的線索。例如，5/6 是比 1 小的分數，因為分子分母之間的關係；5000 對一個小學學校的人口而言，它顯得太大，但對於市鎮卻又太小。
2. 瞭解和使用數字的等值形式及表徵數字的能力：瞭解數字有許多不同表徵形式。例如，分數能以不同的形式表示，一個小數也能以數線上的點來表示等。這種能力能操縱許多的數字形式，以便於達成特別的目的，也能辨認或重新組合數字產生等值的形式。
3. 瞭解運算的意義和結果的能力：是瞭解運算對數字產生之影響和判斷運算結果有意義的能力。例如，乘以一個比 1 小的數，其乘積會比它本身還小。這種能力是基於對運算的意義和結果的瞭解，來判斷答案的合理性。
4. 瞭解與善用等值形式以利解題之能力：包括瞭解和使用計算的特性或數學事實（交換率、結合率、分配率）使計算或解題單純化。例如，使用分配率將 7×52 化為 7×50＋7×2 以利求解。
5. 發展計算和數數策略的能力：有能力發展不同的解題策略以適用於各種不同的計算情境。例如，29×38 是大於或小於 400？天空中有多少隻鳥？
6. 使用參考點的能力：於適當的問題情境中能夠發展及運用參考點，以解決問題。例如，一本書的重量大約是 1 公斤，5 個橘子大約 1 磅，比直角少一點的角度大約 85 度。

歸納上述幾位學者對數字常識的觀點，研究者提出數字常識組成成份的分類架構，做為本研究編製試題的理論依據：

1. 瞭解數字的意義和關係的能力：對正整數、小數、分數等有理數的理解，能瞭解數字的基本意義及數字間的關係。例如，知道$\frac{4}{7}$和$\frac{5}{7}$之間有無限多個分數；0.5×840 與 840÷2 的意義是相同的。
2. 辨認數字大小的能力：此能力指的是比較和排序數字的能力。例如，能辨認 7.2 比 7.1987 大；87×0.09 的乘積會比 87 小很多。
3. 瞭解運算對數字的意義和影響的能力：此能力指的是瞭解運算在不同數字所產生的影響，當運算元改變時，其結果也會跟著改變。例如，知道二位數和二位數相乘的乘積可能是三位數，也可能是四位數；在比較 18×17、16×18、17×19、19×15 時，能瞭解 17×19 比其它三者還大。
1. 發展計算策略與判斷答案合理性的能力：指的是能應用不同的解題策略於計算情境，並能預估答案是否合理的能力。例如，



下列哪個分數最能代表上圖中的（ ）？

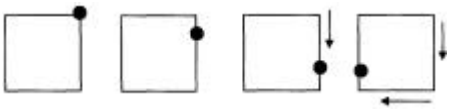
(① $\frac{2}{10}$ ② $\frac{5}{10}$ ③ $\frac{5}{100}$ ④ $\frac{2}{100}$)

能瞭解$\frac{2}{10}$、$\frac{5}{10}$、$\frac{2}{100}$是不合理的，因為$\frac{2}{10}$與$\frac{5}{10}$已超過右端點之值，顯然是不合

理的；$\frac{2}{100}$太小亦是不合理的。故正確答案應該是$\frac{5}{100}$。

5.以多重方式表徵數字的能力：指的是能以不同的形式表徵數字的能力。例如，繞著正方形前進來表示$\frac{1}{3}$的位置，其位置應該如下圖②的黑點所示：

（①A⟶ ②A⟶ ③A⟶④A⟶



除了上述研究者所分類的五個數字常識組成成份之外，多數學者所提到「使用參考點的能力」這一項，本研究並未將其獨立歸為一類，其原因是在上述的五個分類中，每一類或多或少都會運用到參考點測量的能力，若將其獨立出來會與所分類的組成成份產生混淆。例如，估計 0.997×0.9 的乘積比 0.9 大或小，這種題目是在測量學生「辨認數字大小的能力」，學生會運用以 1 為參考點的能力，判斷 0.997 小於 1，其乘積會比 0.9 小；同樣地，下列哪個答案比 1 大？①$\frac{2}{5}+\frac{3}{7}$ ②$\frac{1}{2}+\frac{4}{9}$ ③$\frac{3}{8}+\frac{2}{11}$ ④$\frac{4}{7}+\frac{1}{2}$），此題在測量「瞭解運算對數字的意義和影響的能力」，學生也會運用參考點的能力，以 1/2 為參考點判斷各個分數是否超過 1/2，而決定其和是否比 1 大。因此，本研究將「使用參考點的能力」這一項視為數字常識測驗的解題策略，並未將其獨立歸類為數字常識理論中的一項；然而從文獻分析中很明顯的可以發現，使用參考點能力強的學生其數字常識的能力也較好。

支毅君教授（1997）指出「我國學生的數學計算能力很強，但對於數的直覺可能表現不同」(p. 83)。Reys 和 Yang (1998) 的研究亦指出我國學生雖具有良好的計算能力，但不必須伴隨著數字常識能力的發展。因此發展標準化數字常識評定量表，從量化的觀點探究全國國小高年級學生之數字常識能力，並進一步分析受測學生在各組成成份之表現，以作為教師瞭解其學生能力與教學參考之根據。此乃本研究之目的。

叁、研究方法與步驟

(一)研究架構

根據本研究之研究動機和目的、與相關文獻分析所得之結果，提出如下之研究架構圖，並分別予以說明。

從圖 3-1 可知，本研究旨在建立數字常識標準化評定量表，透過文獻分析，將量表內容分為五個組成成份，再經試題項目分析及信效度考驗，建立標準化之數字常識評定量表。

(二)研究對象

本研究係以中南部公立國民小學高年級學童為對象，為求樣本具有代表性，以多階段抽樣（multistage sampling）為原則，詳細說明本研究之相關研究對象。

1.預試量表研究對象

預試量表的研究對象，以研究者所服務學校之高年級學童為樣本；研究者所服務的學校，係一所台南縣大型學校，目前總班級數 94 班，五六年級各 15 班，由於臨近台南市，是

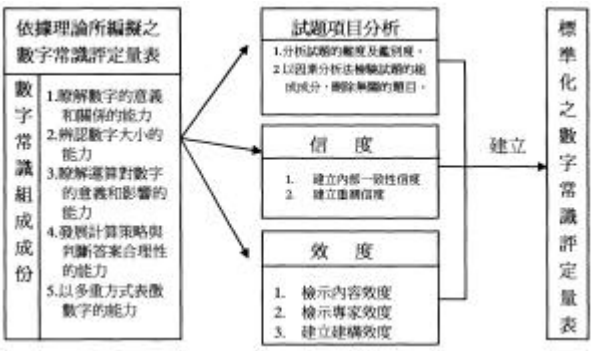


圖 3-1 本研究之架構圖

一所都會型的學校。學生樣本人數眾多，預試抽樣時較具代表性。首先，以叢集抽樣方式，抽取五六年級各一班共 70 名學童，由研究者本人預試量表，了解量表的表面效度，將題意不清的試題予以修改，並試測網際網路的程式設計是否能順利運作。

2.正式量表研究對象

正式量表研究對象，以中南部公立國民小學高年級學童為樣本。由於本研究之量表是以電腦線上測驗方式進行施測，所以樣本取得以立意抽樣方式，抽取有電腦教室並能進行網際網路教學的學校。

量表因建立信效度的需要，所需的樣本也不盡相同；在進行內部一致性信度及建構效度之考驗時，限於人力、物力，僅選取中南部學童為樣本，推論範圍也限於中南部地區，所抽樣的學校大中小型學校均有，樣本具普遍性。研究樣本包括：台中縣市、彰化縣、雲林縣、嘉義縣市、台南縣市、高雄縣及屏東縣，合計樣本人數 800 人。而進行重測信度考驗時，研究樣本則為研究者所服務學校高年級學童 179 人，前後測時間相隔三個月。將測試結果進行信效度考驗後，正式完成數字常識量表之編製。

(三)研究工具

「國小高年級學童數字常識評定量表」係以電腦線上測驗為研究工具。為使量表能有最佳之信效度，首先由研究者分析相關文獻之後，再參酌高年級數學課程內容，做為量表編製依據。本研究所探討的是學童數字常識的發展，為求量表施測時的客觀化，並避免受試者在施測過程中運用紙筆計算，研究工具之設計採電腦線上測驗；受試者需透過網際網路，開啟 IE 瀏覽器（Internet Explorer），在網址上鍵入研究者的位址，才能進行量表的施測；電腦線上測驗所使用的程式執行流程圖如下。

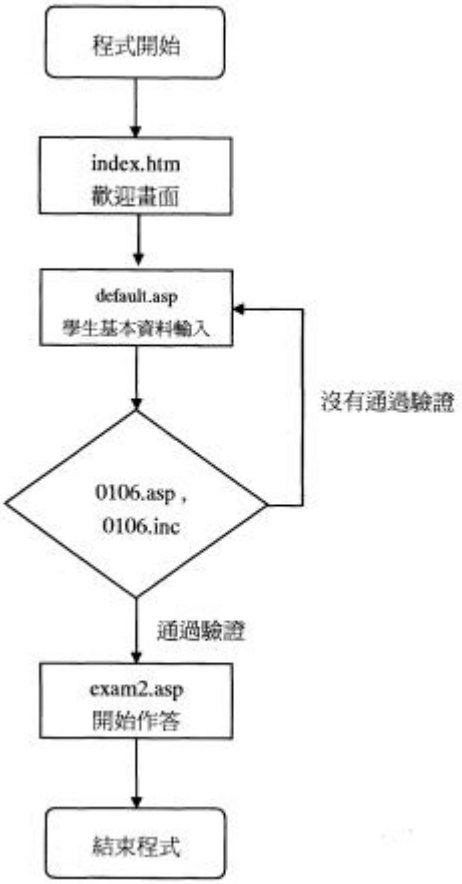


圖 3-2：數字常識評量中所使用到的程式執行流程圖

受試者在 IE 瀏覽器上鍵入研究者的位址後，會出現「數字常識評定量表」的首頁歡迎畫面，受試者以滑鼠點選進入鈕後即進入「數字常識評定量表基本資料填寫區」，由受試者填完基本資料後，進入「數字常識評定量表作答說明區」，讀完作答說明，受試者以滑鼠點選確認鍵後，即進入「試題的內容區」。量表試題是以隨機方式呈現，一次只出現一題，每部電腦螢幕所出現的題目都不一樣，這樣的設計可以避免受試者看到別人的答案，也可以使每道題目因受試者疲勞因素所造成的影響機率一致。受試者就螢幕上的題目以滑鼠點選答案確認後，會出現下一題，直到完成整份量表的

題目。受試者完成作答後的資料會直接傳回研究者的電腦主機，資料蒐集全部以電腦網際網進行。

(四)實施程序

本研究之研究方法主要採用問卷調查法，研究所用之問卷係透過網際網路方式呈現，以線上測驗方式進行資料的蒐集和分析，其實施程序可分為準備階段及編製量表階段。

1.準備階段

根據研究動機與目的，著手構思研究架構，並初步分析相關文獻，提出研究構想，確定本研究計畫綱要。

2.編製量表階段

研究計畫確定後，隨即進行文獻探討，決定量表之內容向度，編擬量表初稿，再透過電腦程式之撰寫，將此量表以電腦線上測驗方式呈現；量表的初稿經預試、試題的項目分析、信效度考驗後，完成標準化「國小高年級學童數字常識評定量表」的編製。

(五)資料處理

1.資料整理

在完成整個電腦施測後，研究者將受試者的原始資料取出，把基本資料及作答不完整的部份予以刪除，再透過電腦資料轉換方式，將原始資料轉入 SPSS 8.0 視窗版統計套裝軟體進行資料分析。

2.資料分析

本研究將蒐集到的資料，採用下列的方法分析：

一、以內部一致性α係數、重測信度來考驗「國小高年級學童數字常識評定量表」之信度。

二、以數字常識領域之學者專家及國小高年級數學科教師來檢驗「國小高年級學童數字常識評定量表」之專家及內容效度。

三、以四分相關因素分析法考驗「國小高年級學童數字常識評定量表」之建構效度。

表 4-1：數字常識評定量表初編擬試題分配表

數字常識量表組成成份	試題編號	題數
1.瞭解數字的意義和關係的能力	V1~V11	11
2.辨認數字大小的能力	V12~V22	11
3.瞭解運算對數字的意義和影響的能力	V23~V32	10
4.發展計算策略與判斷答案合理性的能力	V33~V45	13
5.以多重方式表徵數字的能力	V46~V54	9

肆、研究結果與討論

「國小高年級數字常識評定量表」之編製，首先根據文獻分析與專家之意見，進行有關數字常識內涵之探討，確定數字常識的主要成份，依此成份編擬試題，初編的試題為 54 題，其分配情形如表 4-1。

本研究旨在分析試題的表面效度、進行試題之項目分析、及量表之信、效度考驗，建立標準化之「國小高年級數字常識評定量表」。

一、試題的表面效度分析

研究者為瞭解量表的作答方法與各題題意是否清楚明白，抽取研究者所服務的學校五六年級各一班共 70 人，進行初編量表的試測，結果發現如下：

(一)電腦線上測驗進行順利，受試者均能依說明完成整份量表試測。

(二)測試的過程中，受試者反應有兩題（37 與 48）題意不清；其原始的題目如下：

1. （）200 公尺的操場大約能容納幾人？
(①30 人②300 人③3000 人④30000 人)。
受試者的反應是不知道 200 公尺的操揚指的什麼？因此將題目修改為：
（）周圍 200 公尺跑道的操場大約能容納幾人？
(①30 人②300 人③3000 人④30000 人)。

2.（）一個男孩身高 170 公分，你想他的體重大約幾公斤？

(①10公斤②40公斤③70 公斤④150公斤)

受試者並不清楚所謂 170 公分的男孩指的是胖或瘦的人，因此將題目修改如下：

（）一般而言，一個男孩身高 170 公分，你想他的體重大約幾公斤？

(①10公斤②40公斤③70 公斤④150公斤)

試題經修改後重新上網，合計所編擬的原始試題共 54 題。

二、試題的項目分析

本研究所進行的項目分析，樣本選取來自中南部十個縣市共 800 人，係由研究者委託樣本學校的電腦教師透過網際網路進行量表的線上測驗，樣本的分布情形如表 4-2。

試題的項目分析旨在分析題目的難度、鑑別度、並探討試題的內部相關及試題的組成成分，將不佳的題目予以修正或刪除，以獲得最佳的信、效度。

(一)試題難度與鑑別度分析

試題的難度與鑑別度分析，首先是將受試者在量表 54 題的得分，以總分的高低取其上下各 27 %的樣本人數，總分高的前 27 %的受試者稱之為高分組，總分低的後 27 %的受試者稱之為低分組。難度的計算公式為：

$$P = (P_H + P_L)/2$$

式中 P 代表難度，P_H 代表高分組通過某一題目的百分比，P_L 代表低分組通過某一題目的百分比，P 值愈高題目愈簡單，P 值愈小題目愈困難。鑑別度的計算公式為：

$$D = P_H - P_L$$

式中 D 代表鑑別度指數，P_H 代表高分組通過某一題目的百分比，P_L 代表低分組通過某一題目的百分比，D 值愈高題目愈有鑑別度，D 值愈小題目愈沒有鑑別度。經 SPSS 的統計分析，表 4-3 係每個題目的難度與鑑別度。

從表 4-3 的分析發現，54 個題目的難度值介於 .1220 .7344 之間，鑑別度值介於 .0837 .7777，其中 V47、V38、V10 的難度值分別為 .1220、.2312、.2573 是屬於較難的題目，而 V10、V47、V36、V44、V38 的鑑別度值分別為 .0837、.0894、.1100、.1185、.1616 是屬於較沒有鑑別度的題目。就整體的試題而言，大部份的題目難易適中，且具有不錯的鑑別度，至於上述難度及鑑別度指數偏低的題目（如：V10、V38、V47）是否應該刪除，則需視測驗內容是否具代表性與項目分析的其它指標而定。

(二)試題與總量表內部相關分析

數字常識原始量表的 54 題經難度及鑑別度的分析後，大致可看出那些題目可以考慮刪除（如難度及鑑別度指數偏低的題目），接下來要進一步分析試題與總量表之間的相關，看看試題與總量表分數的一致程度，做為刪題參考。試題與總量表的內部相關，經 SPSS 統計分析，如表 4-4 所示。

表 4-2：數字常識評量表項目分析樣本分布統計表

	台中縣	台中市	彰化市	雲林縣	嘉義縣	嘉義市	台南縣	台南市	高雄縣	屏東縣
五年級	38	39	39	38	41	39	42	43	37	40
六年級	40	43	40	37	42	38	44	40	39	41
合 計	78	82	79	75	83	77	86	83	76	81

表 4-3：數字常識量表各題目之難度與鑑別度指數

試題編號	高分組百分比 (P_H)	低分組百分比 (P_L)	難 度 $P=(P_H+P_L)/2$	鑑 別 度 $D=(P_H-P_L)$
V1	0.7863	0.1626	0.4745	0.6237
V2	0.4615	0.1179	0.2897	0.3436
V3	0.7949	0.3293	0.5621	0.4656
V4	0.7564	0.1707	0.4636	0.5857
V5	0.8675	0.4268	0.6472	0.4407
V6	0.9402	0.5285	0.7344	0.4117
V7	0.5128	0.2520	0.3824	0.2608
V8	0.3974	0.1748	0.2861	0.2226
V9	0.8547	0.1789	0.5168	0.6758
V10	0.2991	0.2154	0.2573	0.0837
V11	0.4829	0.2805	0.3817	0.2024
V12	0.9103	0.2195	0.5649	0.6908
V13	0.9701	0.4959	0.7330	0.4742
V14	0.9872	0.3821	0.6847	0.6051
V15	0.7222	0.2033	0.4628	0.5189
V16	0.7222	0.3211	0.5217	0.4011
V17	0.8077	0.2520	0.5299	0.5557
V18	0.8120	0.2276	0.5198	0.5844
V19	0.9444	0.1667	0.5556	0.7777
V20	0.7650	0.5163	0.6407	0.2487
V21	0.9359	0.2602	0.5981	0.6757
V22	0.7350	0.2520	0.4935	0.4830
V23	0.8248	0.4634	0.6441	0.3614
V24	0.7650	0.2520	0.5085	0.5130
V25	0.7821	0.3943	0.5882	0.3878
V26	0.6966	0.3171	0.5069	0.3795
V27	0.7179	0.1748	0.4464	0.5431
V28	0.8718	0.2439	0.5579	0.6279
V29	0.6197	0.2358	0.4278	0.3839
V30	0.6795	0.1870	0.4333	0.4925
V31	0.8034	0.3984	0.6009	0.4050
V32	0.5513	0.1016	0.3265	0.4497
V33	0.5043	0.2276	0.3660	0.2767

V34	0.5726	0.1138	0.3432	0.4588
V35	0.8034	0.3211	0.5623	0.4823
V36	0.3376	0.2276	0.2826	0.1100
V37	0.6538	0.3659	0.5099	0.2879
V38	0.3120	0.1504	0.2312	0.1616
V39	0.7991	0.3293	0.5642	0.4698
V40	0.8932	0.3374	0.6153	0.5558
V41	0.6239	0.2358	0.4299	0.3881
V42	0.6538	0.1463	0.4001	0.5075
V43	0.7991	0.2317	0.5154	0.5674
V44	0.4274	0.3089	0.3682	0.1185
V45	0.7479	0.1707	0.4593	0.5772
V46	0.8462	0.1789	0.5126	0.6673
V47	0.1667	7.72E-02	0.1220	0.0894
V48	0.8291	0.5081	0.6686	0.3210
V49	0.4402	0.1707	0.3055	0.2695
V50	0.8077	0.1626	0.4852	0.6451
V51	0.8761	0.1423	0.5092	0.7338
V52	0.7222	0.5163	0.6193	0.2059
V53	0.8932	0.5000	0.6966	0.3932
V54	0.5983	0.2114	0.4049	0.3869

表 4-4：試題與總量表內部相關統計分析表

試題編號	刪除該題後之平均數	刪除該題後之變異數	試題與總分之相關	刪除該題後之α係數
V1	25.1088	93.5188	.4783	.8878
V2	25.2950	95.3822	.3295	.8898
V3	24.9925	94.8235	.3387	.8897
V4	25.1213	93.5535	.4765	.8879
V5	24.9475	94.7332	.3536	.8895
V6	24.8175	95.2508	.3334	.8897
V7	25.1913	96.3151	.1929	.8915
V8	25.3262	96.2151	.2430	.8907
V9	25.0513	93.0099	.5279	.8872
V10	25.3025	97.3302	.0995	.8923
V11	25.2012	96.8193	.1401	.8921
V12	24.9400	92.9951	.5423	.8870

V13	24.7738	94.7135	.4225	.8887
V14	24.8187	93.6254	.5237	.8875
V15	25.0813	94.2525	.3977	.8889
V16	25.0513	95.2126	.2961	.8902
V17	25.0400	94.0910	.4134	.8887
V18	25.0400	93.8257	.4413	.8883
V19	25.0025	92.6183	.5717	.8866
V20	24.9638	96.2452	.1924	.8915
V21	24.9150	93.3294	.5128	.8874
V22	25.1112	94.4444	.3802	.8891
V23	24.8812	95.7844	.2532	.8907
V24	25.0487	94.1941	.4025	.8888
V25	24.9362	95.4290	.2813	.8904
V26	25.0225	95.2786	.2895	.8903
V27	25.1188	94.0272	.4255	.8885
V28	25.0113	93.5255	.4742	.8879
V29	25.1225	95.3592	.2850	.8903
V30	25.1237	94.7444	.3500	.8895
V31	24.9500	95.3742	.2852	.8903
V32	25.2300	94.6930	.3812	.8891
V33	25.1925	96.0305	.2238	.8911
V34	25.2650	94.5029	.4183	.8887
V35	24.9938	94.5869	.3634	.8893
V36	25.2750	97.3060	.0972	.8924
V37	25.0038	96.3166	.1827	.8917
V38	25.3313	96.8651	.1639	.8915
V39	24.9425	95.0380	.3219	.8899
V40	24.9288	94.3141	.4021	.8888
V41	25.1975	95.1049	.3255	.8898
V42	25.1850	94.2886	.4114	.8887
V43	25.0337	93.9801	.4251	.8885
V44	25.1913	97.3213	.0852	.8928
V45	25.1075	93.8282	.4451	.8883
V46	25.0425	93.1596	.5119	.8874
V47	25.4362	97.4352	.1344	.8915
V48	24.8638	96.0252	.2307	.8910

V49	25.2463	96.4562	.1879	.8914
V50	25.1100	93.2144	.5110	.8874
V51	25.0513	92.4967	.5827	.8864
V52	24.9300	96.8136	.1359	.8922
V53	24.8063	95.5181	.3070	.8900
V54	25.1475	95.3700	.2871	.8903

樣本人數 = 800　　題數 = 54　　α= .8914

從表 4-4 試題與總量表內部相關的分析發現，所得結果與表 4-3 中的結果相當一致；當試題與總分的相關小於 .2 時，刪除該題則整體的內部一致性α係數就會提高（整體α = .8914）；例如，V7 與總分的相關 .1929，刪除該題後整體的α係數提高為 .8915。因此，本研究乃以試題與總分的相關為參照點，將相關小於 .2 的試題予以刪除，所刪除的試題有：V7 (.1929)、V10 (.0995)、V11 (.1401)、V20 (.1924)、V36 (.0972)、V37 (.1827)、V38 (.1639)、V44 (.0852)、V47 (.1344)、V49 (.1879)、V52 (.1359)，其中V10、V36、V38 、V44、V47 都是屬於難度及鑑別度指數偏低的題目。經難度、鑑別度、試題與總量表內部相關的分析，初步刪除 11 題，保留 43 題。

(三)量表各組成成份之分析

本研究依理論分析，將數字常識組成成份暫定為五類，並根據這五類來編擬試題，在初編擬的 54 個試題中經難度、鑑別度及題目內部的相關分析，已經將試題刪減為 43 題，雖然在這樣的選題過程中，能確保試題內容的一致性，但並不能確知這些題目是否在測量數字常識的五個組成成份，必須再針對這 43 題進行因素分析，以進行試題的最後檢驗工作。因本研究試題的計分是採對錯的方式（答對得 1 分，答錯得 0 分），為避免難度因子之出現，研究者乃改以四分相關（tetrachoric correlation）來進行因素分析。首先，以李茂能（民 90）所設計的四分相關係數計算程式來建立 43 題的四分相關矩陣，再以 SPSS 的語法檔(syntax)讀取四分相關矩陣進行主成份因素分析，分析結果如表 4-5 與表 4-6。

表 4-5 兩項統計量的功能係在檢定以相關係數矩陣進行因素分析的適當性，從 KMO 取樣適當性統計量值為 .840 已相當接近 1，及 Bartlett 球面檢定值已達顯著水準（p = .000）來看，本研究的資料相當適合進行因素分析。

表 4-6 係各試題在前 10 個因素上之因素負荷量 .2 以上（因素負荷量＜.2 則從簡）之因素矩陣。從表 4-6 可知，共有 V17、V18、V21、V19、V22、V51、V50、V12、V4 等 9 個題目在因素一的負荷量最高，V23、V25、V29、V24、V26、V27、V28、V30、V31、V53、V32 等 11 個題目在因素二的負荷量最高，V1、V9、V2 等 3 個題目在因素三的負荷量最高，V46、V54、V45、V48 等 4 個題目在因素四的負荷量最高，而 V33、V39、V35、V41、V43、V42 等 6 個題目在因素五的負荷量最高。根據上述五個因素的題目性質與內容，可清楚的發現，因素一主要在測量數字常識第二個組成成份：辨認數字大小的能力；因素二在測量數字常識第三個組成成份：瞭解運算對數字的意義和影響的能力；因素三在測量數字常識第一個組成成份：瞭解數字的意義和關係的能力；因素四在測量數字常識第五個組成成份：以多重方式表徵數字的能力；因素五在測量數字常識第四個組成成份：發展計算策略與判斷答案合理性的能力。

表 4-5：KMO 取樣適當性檢定及 Bartlett 球面性考驗

Kaiser-Meyer-Olkin Measure of Sampling Adequacy.		.840
Bartlett's Test of Sphericity	Approx. Chi-Square	17487
	df	903
	Sig.	.000

表 4-6：數字常識量表直交最大變異法轉軸後之因素矩陣

試題編號	因素									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
V17	.652				.254					
V18	.635									
V21	.614	.432								
V19	.583	.478		.203			.207	.204		
V22	.487					.224	.223			
V51	.463	.280		.390	.345					
V50	.417		.221	.405	.293					
V12	.369	.359		.359		.295		.228		
V4	.367		.202		.259	.289	.294			
V23		.556								
V25		.456								
V29		.438								
V24		.426		.207						
V26		.387							.295	
V27	.246	.366		.205	.231					
V28		.362	.216	.247						
V30	.232	.336		.234						
V31		.332								
V53	.212	.323		.278						.200
V32	.257	.290	.202		.215					.202
V1	.230		.785							
V9	.323		.691		.207					
V2			.422							.333
V46	.225	.260		.478				.289		.334
V54				.470						
V45			.359	.414	.383					
V48		.273		.380						

V33					.483					
V39			.216	.262	.361	.352	-.244			-.301
V35	.205	.288			.355				.233	
V41			.273		.348		.256			
V43			.295	.295	.342	.286				
V42	.313	.229			.318					
V14	.431	.287	.254			.703				
V13	.373	.317				.676				
V8	.223						.903			
V34	.281	.281			.263		.419	.256		
V3				.217				.765		
V5					.270		.357	.436		
V15		.236		.225				.357		.228
V6		.285	.263	.222	.263				.458	
V16	.260					.223			.326	
V40		.257		.282					.288	

前 10 個因素之因素負荷量超過.2 以上之因素矩陣，小於.2 之因素負荷量則從簡

前述分析的結果與研究者根據數字常識理論所假設的五個組成成份非常吻合，但在表 4-6 各試題的因素負荷量中顯示出，一些試題同時在兩個因素上的負荷量都很高（如：V51、V50、V53、V45、V14、V13），這種情形很可能是受試者在回答題目時，需要運用數字常識的兩種能力以上；因此，在做試題歸類時，除了要檢視試題在各因素的負荷量外，還要以理論為試題歸類依據，使各組成成份的試題性質一致。

在檢視試題的因素負荷量及試題的內容時發現，V51 和 V50 這兩題在因素一的負荷量分別為 .463、.417，而在因素四的負荷量（.390、.405）也很高，其試題的內容是：

( )51. 下列哪個數值等於 $1\frac{1}{4}$ ？

(①1.14 ②1.41 ③1.25 ④1.025)。

( )50. 下列哪一個對 $\frac{2}{5}$ 的敘述是正確的？

(①比 $\frac{1}{2}$ 大②等於 2.5③等於 0.4④比 $\frac{1}{4}$ 小)。

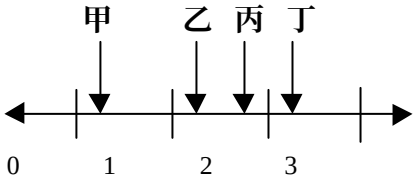
這兩題的性質應該在測量以多重方式表徵數字的能力，與初編擬的歸類吻合，因此將之歸到第四因素。V4 的題目內容是：

( ) 4. 0.5×840 和下列哪個答案相同？

(①840÷2②5×840③840÷5④0.50×84)。

題目性質較符合測量瞭解數字的意義和關係的能力，在第三因素的因素負荷量也滿高的，因此將之歸類到第三因素。V53 在第二因素的負荷量為 .323、第四因素 .278，兩因素的負荷量很接近，其題目的內容是：

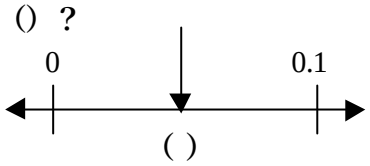
( )53. 下圖甲，乙，丙，丁哪一點最能代表 2.19？



(①甲 ②乙 ③丙 ④丁)。

較符合測量以多重方式表徵數字的能力，因此將之歸類到第四因素。V45 在第四因素的負荷量為 .414、第五因素 .383，因素負荷量很接近，其題目內容：

( ) 45. 下列哪個分數最能代表下圖中的 ( ) ？



(① $\frac{2}{10}$ ② $\frac{5}{10}$ ③ $\frac{5}{100}$ ④ $\frac{2}{100}$)

這一題的性質較符合測量發展計算策略與判斷答案合理性的能力，將之歸類到第五因素。

以上是就試題的因素負荷量及數字常識組成成份的理論分析，將五個因素內的題目做局部更動，使題目性質能與初編擬的量表結構相吻合，總共變動的題數有 V51、V50、V4、V53、V45 五題。此外，落在第五個因素以外的其它試題，也有一些題目在前五個因素的因素負荷量也很高，必需再檢視其試題內容，才能決定是否捨棄。

在檢視落在第六因素的題目時發現，V14、V13 在因素一的負荷量分別為 .431 及 .373，因素負荷量相當高，其試題內容如下：

( )14. 比較 3.111 和 3.1099 哪個大？

(① 3.111 ② 3.1099 ③一樣大④不能比較)。

( )13. 請比較 7.2 和 7.1987 哪個較大？

(① 7.2 ② 7.1987 ③一樣大④不能比較)。

兩題的性質相近，都在測量辨認數字大小的能力，因此將之選入第一因素中。另外 V6 在第二因素的負荷量為 .285、第三因素 .263、第五因素 .263，因素負荷量很相近，其試題內容為：

( )6. 一個大餅，先切了 8 等分後，每一等分再切 3 等分，請問這塊大餅共切了多少分？

(① 3 等分 ② 8 等分 ③ 12 等分 ④ 24 等分)。

這一題在初編擬試題時已將之歸類在測量數字的意義和關係的能力這一向度，現在對照因素負荷量，把它選入第三因素中實屬合理。V16 在第一因素的負荷量 .260 是前五個因素中最高的，再對照試題內容：

( )16. 93×134＝12462 ，那麼 93×135 的乘積比 12462 大多少？

(① 93 ② 134 ③ 135 ④不能比較)。

是在測量辨認數字大小的能力，因此將之選入第一因素中。其餘落在第五因素外的試題予以刪除，所刪除的題目是：V8、V34、V3、V5、V15、V40 共 6 題。

數字常識評定量表的試題編製從初編擬的 54 題中，經試題的難度、鑑別度及內部一致相關性分析，將試題刪減為 43 題，再將這 43 題以 800 人為樣本進行因素分析，以最後確定試題之內容向度，接著再以因素分析的結果進行刪題與選題，共刪除了 6 題，保留 37 題，其分布情形如表 4-7。

表 4-7：因素分析刪選題後試題分布情形

數字常識量表組成成份	所在因素別	試 題 編 號
1.瞭解數字的意義和關係的能力	第三因素	V1、V2、V4、V6、V9
2.辨認數字大小的能力	第一因素	V12、V13、V14、V16、V17、V18、V19、V21、V22
3.瞭解運算對數字的意義和影響的能力	第二因素	V23、V24、V25、V26、V27、V28、V29、V30、V31、V32
4.發展計算策略與判斷答案合理性的能力	第五因素	V33、V35、V39、V41、V42、V43、V45
5.以多重方式表徵數字的能力	第四因素	V46、V48、V50、V51、V53、V54

表 4-8：數字常識正式量表試題分布情形

數字常識量表組成成份	試 題 編 號
1.瞭解數字的意義和關係的能力	V1、V2、V3、V4、V5
2.辨認數字大小的能力	V6、V7、V8、V9、V10、V11、V12、V13、V14
3.瞭解運算對數字的意義和影響的能力	V15、V16、V17、V18、V19、V20、V21、V22、V23、V24
4.發展計算策略與判斷答案合理性的能力	V25、V26、V27、V28、V29、V30、V31
5.以多重方式表徵數字的能力	V32、V33、V34、V35、V36、V37

表 4-9：「國小高年級數字常識評定量表」內部一致性之信度分析摘要表

組成成份	瞭解數字的意義和關係	辨認數字大小	瞭解運算對數字的意義和影響	發展計算策略與判斷答案合理性	以多重方式表徵數字	總量表
α係數	.6322	.7799	.6437	.6008	.6210	.8890
題　數	5	9	10	7	6	37
樣本人數	800	800	800	800	800	800

表 4-7 是經過刪題後原試題編號的分布情形，正式量表的題目已全部確定，接下來要將試題依順序重新編號如表 4-8，完成整份量表的的信、效度考驗。

數字常識正式量表的題目共 37 題，其中 1　5題在測量瞭解數字的意義和關係的能力，6　14 題在測量辨認數字大小的能力，15　24 題在測量瞭解運算對數字的意義和影響的能力，25　31 題在測量發展計算策略與判斷答案合理性的能力，32　37 題在測量以多重方式表徵數字的能力。

三、量表信度分析

數字常識評定量表旨在測量高年級學童數字常識發展情形，數字常識的發展是否穩定牽涉到時間因素；因此，在量表信度的建立方面，除了做內部一致性分析，以瞭解總量表及各分量表間之關係外，還要進一步分析量表的穩定性，看看量表是否會受時間因素的影響。

本研究的內部一致性信度是以 Cronbach α係數進行考驗，而量表的穩定性則以重測信度加以考驗。

(一)內部一致性信度

數字常識評定量表共分為五個組成成份，內部一致性信度分別就這五個組成成份之分量表及總量表以 α 係數進行考驗，經 SPSS Reliability 副程式分析其結果如表 4-9。

由表 4-9 知本量表之 Cronbach α值為 .8890，各分量表α值為 .6322、.7799、.6437、.6008、.6210；顯示其內部一致信度高，信度尚稱良好。

(二)重測信度

本研究是以重測信度來考驗「國小高年級學童數字常識評定量表」的穩定性，研究樣本抽取自研究者任教學校之五六年級學童共 179 名（如表 4-10），為了避免受試者在重測時受到記憶及練習因素的影響，前測和後測的時間相隔三個月，前後測都是採電腦線上測驗，由研究者親自施測。

重測信度是將前後兩次測驗的結果，以皮爾遜積差相關檢測兩者在數字常識各組成成份及總量表之間的相關性，經 SPSS 分析，其結果如表 4-11。

從表 4-11 發現，「國小高年級數字常識

表 4-10：重測信度樣本統計表

	年級		性別	
	六	五	男	女
人數	61	118	95	84
合計	179		179	

表 4-11：「國小高年級數字常識評定量表」重測信度分析摘要表

組成成份	瞭解數字的意義和關係	辨認數字大小	瞭解運算對數字的意義和影響	發展計算策略與判斷答案合理性	以多重方式表徵數字	總量表
相關係數	.817	.811	.809	.807	.804	.894
p	.000	.000	.000	.000	.000	.000
題數	5	9	10	7	6	37
樣本人數	179	179	179	179	179	179

評定量表」各組成成份與總量表的重測信度，其總量表之相關係數為.894，各組成成份的相關係數為 .817、.811、.809、.807、.804，均已達到 .01 的顯著水準，顯示量表的重測信度相當高，穩定性佳。

四、量表效度分析

本研究所編製之「國小高年級學童數字常識評定量表」之效度分析，含內容效度、專家效度和建構效度。內容效度請研究者所任教學校對數學科有多年教學經驗之五六級老師及嘉義大學研究數字常識領域的專家楊德清老師，就量表試題的代表性及周延性加以審閱；專家效度則請嘉義大學楊德清、李茂能兩位教授審閱量表內容在數字常識上的適配性；建構效度以四分相關因素分析來驗證量表的各組組成份的理論架構。

(一)內容效度

「國小高年級學童數字常識評定量表」之內容效度，主要在分析量表的內容在數字常識方面是否具代表性及周延性、及量表試題是否與國小高年級的數學科內容相配合。

研究者聘請國小任教高年級數學科有經驗的老師五六年級各三名，就試題內容逐題審閱是否有超出五六年級課程的部份。經這六位國小高年級數學科老師審閱結果，認為試題的內容並未超出五六年級學童所學的範圍，與高年級學童的程度相符合。在數字常識內容的代表性與周延性方面，楊德清老師認為量表內容能充份反映數字常識的內涵，顯示「國小高年級學童數字常識評定量表」具有內容效度。

(二)專家效度

「國小高年級學童數字常識評定量表」的五個組成成份與試題內容的適配性，經楊德清、李茂能兩位老師的審閱後，認為試題能充份反映數字常識的內涵架構，但在成份的名稱定義上，需做部分修正，茲將研究者原先的名稱定義與兩位專家修正後之名稱定義表列如表 12。

從表 4-12 的對照表發現，研究者對數字常識組成成份之名稱定義與數字常識專家的看法一致，顯示研究者所編擬的「國小高年級學童數字常識評定量表」在試題內容方面具有專家效度。

表 4-12：數字常識量表組成成份名稱定義「專家效度」對照表

研究者對量表組成成份的原始定義	專家對量表組成成份的定義
1.瞭解數字意義的能力	1.瞭解數字意義和關係的能力
2.瞭解數字相對及絕對大小的能力	2.辨認數字大小的能力
3.瞭解運算對數字的意義和影響的能力	3.瞭解運算對數字的意義和影響的能力
4.發展計算策略的能力	4.發展計算策略與判斷答案合理性的能力
5.以多重方式表徵數字的能力	5.以多重方式表徵數字的能力

表 4-13：KMO 取樣適當性檢定及 Bartlett 球面性考驗

Kaiser-Meyer-Olkin Measure of Sampling Adequacy.		.868
Bartlett's Test of Sphericity	Approx. Chi-Square	14089.19
	df	666
	Sig.	.000

表 4-14：數字常識量表因素分析整體變異解釋量分析表

	初步抽取共同因素之特徵值			最後抽取共同因素之特徵值		
因素	各因素之特徵值	變異量百分比	變異量累積百分比	各因素之特徵值	變異量百分比	變異量累積百分比
1	12.099	32.701	32.701	12.099	32.701	32.701
2	1.778	4.806	37.506	1.778	4.806	37.506
3	1.571	4.245	41.751	1.571	4.245	41.751
4	1.329	3.591	45.342	1.329	3.591	45.342
5	1.192	3.220	48.562	1.192	3.220	48.562
6	1.111	3.003	51.565	1.111	3.003	51.565
7	1.026	2.773	54.338	1.026	2.773	54.338
8	1.003	2.771	57.050	1.003	2.771	57.050

(三)建構效度

本研究之建構效度是以四分相關因素分析來檢測「國小高年級學童數字常識評定量表」是否符合數字常識五個組成成份之理論構念；首先是以李茂能（民 90）所設計的四分相關係數計算程式來建立量表 37 個題目的四分相關矩陣，再以 SPSS 的語法檔（syntax）讀取四分相關矩陣進行因素分析，分析結果如表 4-13，表 4-14。

表 4-13 之統計結果知，KMO 取樣適當性統計量值為 .868 已相當接近 1，及 Bartlett 球面檢定值已達顯著水準來看(d = .000)，本研究的資料相當適合進行因素分析。

為了瞭解本量表之潛在因子，是否與量表編製計畫中的五大基本建構相吻合，表 4-14 係以主成份分析（Principal Component Analysis）抽取共同因素之結果。發現特徵值比 1 大的因素有 8 個，在決定應保留多少共同因素時，雖然特徵值大於 1 是一項很好的標準，但僅根據特徵值一項結果是相當冒險的

表 4-15：RanEigen 程式之數字常識量表因素特徵值指標

因素	特徵值最低標準
1	1.430
2	1.381
3	1.343
4	1.311
5	1.282
6	1.253
7	1.228
8	1.205
9	1.182
10	1.161
11	1.139
12	1.117
13	1.098
⋮	⋮
35	0.686

題數 = 37　　樣本人數 = 800

事。最好能佐以陡坡考驗（scree test）及其它相關的指標再下決定。

Enzmann (1997)運用 Lautenschlager (1989)的平行分析法（parallel analysis methed），發展出一個電腦程式 RanEigen，用來決定主成份分析時應該保留的因素數目。Enzmann 認為以特徵值 1 為保留共同因素的標準，會有太多的因素會被抽離出來，而以陡坡考驗也不能很清楚的區別那些因素應該被保留；RanEigen 的電腦程式則能更精確的計算出應該保留共同因素的特徵值。只要將試題的題數與樣本人數輸入 RanEigen 的程式中，就會出現保留因素數目的特徵值之最低標準。本研究為使用多種方法加以確認因素的個數，乃再以 Enzmann 所發展的 RanEigen 程式計算出量表 37 題目及樣本人數 800 人的因素特徵值指標，結果如表 4-15。

表 4-15 是保留因素數目特徵值最低標準參考指標，將表 4-14 與表 4-15 的因素特徵值相對照，就可以看出數字常識量表所要保留的因素。

從表 4-16 中可很清楚的發現，表 4-14 的前四個因素特徵值明顯的比表 4-15 大，而表 4-14 第五因素的特徵值雖然比表 4-15 小，但兩者僅相差 .09，從第六因素後兩者的差距逐漸拉大；因此，本研究的數字常識量表有五個共同因素似乎是合理的，其可解釋的變異量之百分比為 48.562%（參見表 4-14）。如以陡坡考驗來檢驗共同因素所應保留的因素數目，結果如圖 4-1。

圖 4-1 為 SPSS 所輸出陡坡考驗的結果。從陡坡線上升的曲線發現，在第五個因素時有陡升的現象，因此根據陡坡圖，本研究之量表應有五個共同因素。

綜合前述之各種因素個數之考驗結果，「國小高年級學童數字常識評定量表」似乎含有五個因素較為合理，此分析結果與過去之研究發現頗為一致。

表 4-16：數字常識量表因素特徵值的對照表

	因素							
	1	2	3	4	5	6	7	8
表 4-14	12.099	1.778	1.571	1.329	1.192	1.111	1.026	1.003
表 4-15	1.430	1.381	1.343	1.311	1.282	1.253	1.228	1.205

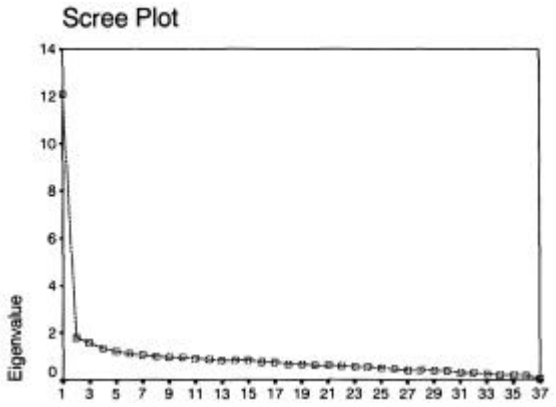


圖 4-1：數字常識量表因素分析之陡坡圖

伍、結論與建議

本研究之目的在編製標準化之國小高年級數字常識評定量表，量表研究工具設計是採電腦線上測驗，透過網際網路進行資料蒐集，資料蒐集完成後再做信效度考驗，以完成量表的編製。茲將本研究之重要發現及建議詳述如下。

一、研究發現

(一)本研究是以電腦網際網路線上測驗為研究工具，在不需運用紙筆計算的情境，此設計使測驗情境的控制更為嚴謹，並能突破時空的限制，在資料的蒐集方面更為完整客觀。

(二)標準化之測驗編製首重信、效度的考驗。本研究在信度考驗方面，各分量表內部一致性信度的α係數分別為 .6322、.7799、.6437、.6008、.6210，總量表的α係數為 .8890，內部一致信度良好；而重測信度各分量表的相關係數為 .817、.811、.809、.807、.804，總量表為 .894，均已達到.01 的顯著水準，顯示本研究有相當好的重測信度。

(三)在量表的效度考驗方面，本研究建立了內容效度、專家效度及建構效度；其中內容和專家效度是請數字常識的專家及任教國小高年級之數學科教師共同檢示量表內容，確認量表的內容及專家效度；而建構效度是以四分相關因素分析法，來考驗數字常識之理論架構，經因素分析量表抽離出五種組成成份，與原先的假設吻合，顯示本研究具有建構效度。

綜合上述之研究發現，本研究所編製之「國小高年級學童數字常識評定量表」是一份具有良好信、效度之標準化測驗，可用於檢測高年級學童數字常識的發展情形，做為數字常識課程發展及改進教學之參考。

二、建議

數字常識的研究在國內尚屬起步階段，目前並無標準化之量表可供使用，本研究就數字常識的理論架構編製出適合國小高年級學童之數字常識評定量表。由於學者們對數字常識的理論架構看法都不盡相同，在測驗編製的過程中如何歸納數字常識的理論架構，做為編製試題的依據就顯得格外重要。本研究已為高年級學童數字常識量表的編製跨出第一步，若能再繼續編製其他年段的量表，則數字常識的測驗工具將更為完善。以此為基礎再進一步建立全國性或地區性的常模，那麼就更能明確的瞭解國小學童數字常識的發展情形。

參考文獻

1. 支毅君（1996）：我國國小學生估算概念之研究。台東師院學報, **7**, 1-51。
2. 支毅君（1997）：我國國小學三年級數感教學研究。台東師院學報, **8**, 83-116。
3. 李茂能（2001）：四分相關係數計算程式。未出版軟體。

4. **楊德清（1997）：數學教育中目前大眾所關切之一個主題–數字常識。科學教育月刊, 第200期**, 12-18。
5. **楊德清（2000a）：數字常識與筆算能力。教師之友, 41**(2), 12-18。
6. **楊德清（2000b）：國小六年級學生回答數字常識問題所使用之方法。科學教育學刊, 8**(4), 379-394。
7. Australian Education Council. (1991). *A national statement on mathematics for Australian schools*. Melbourne: Curriculum Corporation.
8. Behr, M. J. (1989). Reflections on the conference. In J. T. Sowder & B. P. Schappelle (Eds.), *Establishing foundations for research on number sense and related topics: Report of a conference* (pp. 82-84). San Diego: San Diego University, Center for Research in Mathematics and Science Education.
9. Cockcroft, W. H. (1982). Math Counts. London: Her Majesty' s Stationery office.
10. Emanuelsson, G., & Johansson, B. (1996). *Kommentarer till kursplan I matematik,Lpo 94*. (Nn-statutory guidance to the ne Swedish curriculum of mathematics).
11. Enzmann. D. (1997). RanEigen: A program to determine the parallel analysis criterion for the number of principal components. *Applied Psycholgical Measurement, 21*(3), 232.
12. Hiebert, J. (1989). The struggle to link written symbols with understandings: An update. *Arithmetic Teacher*, 36(7), 38-44.
13. Japanese Ministry of Education. (1989). *Curriculum of Mathematics for the Elementary School*. Tokyo: Printing Bureau.
14. Lautenschlager, G. J. (1989). A comparison of alternatives to conducting Monte Carlo analyses for determining parallel analysis criteria. *Multivariate Behavioral*
15. McIntosh, A., Reys, B. J., & Reys, R. E. (1992). A proposed framework for examining basic number sense. *For the Learning of Mathematics, 12*, 2-8.
16. McIntosh, A., Reys, B. J., & Reys, R. E., Bana, J., & Farrel, B.(1997). *Number Sense in School Mathematics: Student Performance in Four Countries*. MASTEC: Mathematics, Science & Technology Education Centre.
17. National Council of Teachers of Mathematics (1989). *Curriculum and Evaluaion Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM.
18. National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM.
19. Nation Research Council (1989). *Everybody Counts*. Washington, D. C. : National Academy Press.
20. Reys, R. E. & Yang, D. C. (1998). Relationship between Computational Performance and Number Sense among Sixth- and Eighth-Grade Students in Taiwan, *Journal for Research in Mathematics Education*, 29, 225-237.
21. Sowder, J. T. (1992a). Making sense of numbers in school mathematics. In G. Leihardt, R. & R. Hattrup (Eds.), *Analysis of Arithmetic for Mathematics Teaching* (pp. 1-51). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
22. Sowder, J. T (1992b). Estimation and number sense, in D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp.371-389). New York: Macmillan.
23. Sowder, J. T., & Schappelle, B. P. (Eds.) (1989). *Establishing foundations for research on number sense and related topics: Report of a conference*. San Diego, CA: San Diego State University,

Center for Research in Mathematics and Science Education.

24. Sowder, L. (1988). Children's solution of story problems. *Journal of Mathematical Behavior, 7*, 227-238.

25. Thompson, C. S., & Rathmell, E. C.(989). By way of introduction. *Arithmetic Teacher, 36*(6), 2-3.

26. Yang, D. C. (1995). *Number sense performance and strategies possessed by sixth and eighth grade students in Taiwan*. Doctoral dissertation, University of Missouri: Columbia, 1995, Dissertation Abstracts International, 57, 3865A.

The Design of “The Fifth and Sixth Grade Number Sense Rating Scale”

Ching-Yang Hsu[1], Der-Ching Yang[2], Fred Mao-neng Li[3]

[1]Dachyau Public Elementary School, Tainan

[2]Graduate Institute of Mathematics Education, National Chiayi University

[3]Graduate School of Elementary and Secondary Education, National Chiayi University

Abstract

The purpose of this study was to design a "Number Sense Rating Scale" that can be used appropriately to evaluate students' number sense ability. This study utilized the internet as the instrument, through an on-line test to collect data. The sample of this study was from the middle and south parts of Taiwan, including 800 fifth and sixth grade students. The fifth and sixth grade "Number Sense Rating Scale" includes 5 components: 1. Understanding the number meanings and relationships; 2. Recognizing the magnitude of numbers; 3. Understanding the relative effect of operations on numbers; 4. Developing computational strategies and being able to judge their reasonableness; 5. Ability to represent numbers in multiple ways. The reliability of the test was based on a coefficient of internal consistency and test-retest reliability. Content validity of the test was determined through the use of specialists and construct validity was also established. The result of this study revealed that the fifth and sixth grade "Number Sense Rating Scale" has very good reliability and validity.

Key words: Meaningful Learning, Written Computation, Number Sense, Number Sense Rating Scale。