科學教育學刊
2001, 第九卷第四期, 375-399

Chinese Journal of Science Education
2001, 9(4), 375-399

透過電腦網路來發展數學加減法問題之研究

馬秀蘭
嶺東技術學院

（投稿日期：民國 90 年 5 月 7 日，修訂日期：90 年 9 月 21 日，接受日期：90 年 11 月 29 日）

摘要：本研究分為上、下兩個學期實施。在上學期，24 位國小六年級學生透過校內網路上的 BBS，去發展有關數學“加減法”運算之「問題情境」。在下學期研究者匯整上學期學生在 BBS 上所發展的問題，統計歸納問題情境的分類及學生的日常生活經驗，並檢驗學生的迷失概念。本研究結果發現，上網的樂趣能誘發學生「做數學」的意願，且促成“低數學”程度學生從一般數學課堂上沈默的邊緣人，變成參加者。因此 BBS 可被視為一個支援、協助“低數學” 程度學生發展數學問題的管道。

關鍵詞：加減法、電子佈告欄系統（BBS）、發展問題情境（擬題）。

緒　論

在國小數學課程的訓練上，四則運算的應用問題，在教學上佔了相當重要的份量，但學生好的計算題能力並不能保證在應用問題上有良好表現，學生沒有把適用算法的情境和計算方法作聯結是一原因（劉秋木, 1996）。許多兒童在解題時僅機械式的套用公式，雖然能順利解題，但「算式」對其而言卻是不具有意義的（Lesh, Behr & Post, 1989; 鄭英豪, 1990）。

「算式」中除了包含數字之外，尚有「＋」、「－」、「×」、「÷」和「＝」等符號，「算式」是數量的操作活動的紀錄，其中尚包含量之操作活動的組織，因此學生若能自己發展符合某「算式」的問題情境，表示他們已清楚算式中的數字及上述符號的意義及關係；否則「算式」只不過是一串字形的聯合呈現而已（甯自強, 1993）。因相同的「算式」，如果使用的運思不同，則算式所代表的關係也有所不同，因此訓練學生針對某一「算式」去發展不同情境之問題，不僅能讓教師知道「算式」在學生心目中的意義，又有助於學生對「算式」概念的瞭解。

對孩童要發展他們自己的“加減法”問題而其情境是涉及到數字的關心是需要的。然而卻有相當多的研究去探討孩子解決該方面問題的能力（例如 Carey, 1991; Carpenter & Moser, 1984; Fuson, 1992a, 1992b），卻較少有研究專注於孩童對「加減算式」去發展其「問題情境」的探討。而也有許多研究提供「學校數學」與「日

常生活數學」兩種知識的'互動'，以促進學生對學校與日常生活之問題解決(Bishop & Abreu, 1991; Lave & Wenger,1991; Mack, 1990; Tsai, 1996)。因此為了對學童"加減法"情境有一個完整的了解，及讓他們的「學校數學」與「日常生活數學」能相輔相成，本研究要求學生用自己的數學知識和生活經驗，把已知條件的'數字'與"符號'建立關係並組織起來，發展出一個或多個數學題目；其為擬題活動的形式之一。

而日本學者在推行擬題活動於開放性教學中表示，在中學開始比在小學開始困難（Nohda, 1984）。且當與"純文字"及"包含符號"之內容比較時，大學師範生在擬題作業形式為'包含數值'之內容下擬題量是最多（梁淑坤, 1995）。因此本研究是以小學高年級學生為對象，以包含"數值與符號"內容的「擬題」形式（即「算式」與「算式填充題」）為主，讓學童從他們日常生活問題著手去發展問題情境。

為了反應出學生真正的生活經驗與數學認知程度，因此就須讓學生利用一段時期（如一學期），而非短暫時間，持續的以自己的數學知識和生活經驗，把情境、人物、事件與數字等建立關係並組織起來，擬出一個或多個數學題目。然而，若只是純粹以「做數學」的形式去要求學生在一段時期裡，每天都花一些時間去發展數學題目，不久之後，他們可能就會覺得枯躁乏味，而無法繼續下去。因此為了誘發學生保持「做數學」的興趣，找出一個吸引他們願意從事活動的門路是需要的。

網路上的電子佈告欄系統（BBS）易學易用（Muzio, 1992），其功能深受莘莘學子的喜愛；學生喜歡上 BBS 去發表、聊天是大家有目共睹的。故教師可利用此優勢，以 BBS 為管道，來誘發學生上網去發展數學問題，藉此減少「做數學」的枯躁及壓力，讓學生感覺是在「玩電腦」、「上網路」，藉此提昇他們「做數學」的意願。

「網路學習系統」可以免除「傳統教室」時空的限制，其「隨時、隨地、任何人」的學習環境正符合現今教育的精神；不少研究已證實過，以網路上的 BBS 為基礎的教育活動有正向的利益與潛力，例如在訓練寫作或增進寫作技巧上（Allen, 1993; Johanson, 1996; Zoni, 1992）、成人的教育活動上（Ellsworth, 1991）及小學生「數學解題」能力上（馬秀蘭, 1999a, 1999b, 2000），或在廣播資訊（Muzio, 1992）及在推動環境教育上(黃正文, 1996)等；而不少遠距教學的計畫（Eslick, 1993; Figueiredo & Steele, 1992; Montana, 1991; 楊錦潭和林佳毅, 1998）及利用 BBS 從事數學活動的研究（馬秀蘭, 1999a），也視 BBS 為一個溝通及討論的園地。因此作者想進一步去探究易學易用的 BBS 是否有助於小學生對數學「問題發展」能力的培養；在此作者是嘗試將 BBS 視為一個可能支援、協助學生發展數學問題的管道。

本研究的目的為：

一、透過電腦網路去促進學生發展數學問題，以培養問題發展之能力。
二、探究學生在 BBS 討論區上所發展之加減法問題之情境類型。
三、覺察學生的日常生活經驗。
四、檢驗學生的迷失概念。

文獻探討

一、擬題（發展問題）

數學擬題直至近期已受數學家和教育家們注意（Silver, 1993），例如美國的數學教師協會（National Council of Teachers of Mathematics, [NTCM], 1989）提到要加設擬題於課程中；其在 1991 年，又進一步指示教師提供機會給學生提出自己問題之重要性。澳洲的教育協會也指出鼓勵學生擬題是重要的，他們應該學習如何擬題，並試著去解自己所擬的題目(Stovanova

& Ellerton, 1996)。

美國教育家 Paulo Freire 聞名國際，一般 Freire 趨近最明顯的特色即是擬題（Wallerstein, 1983）與對話（dialogue），而其主要的討論是環繞在學習者實際生活經驗之話題上。而 Spanos (1991)指出擬題牽涉到文化主題的使用與目標開放的題目，它是依賴學生之背景知識、價值及渴望產生的討論，因此學生基於他們自己之經驗，要對實際生活問題之定義、問題起因之討論及提出之解答去擔負責任。

依給定的條件不同，擬題類型的分類則不同，較早的 Reitman (1965)以"有沒有定義已知（given）"及"有沒有定義目標（goal）"的「已知－目標」分類法，依"有或沒有"組合成四種情況。

日本學者 Tsubota (1987)將擬題出問題之方法分為七個，即(T1)「模仿法或類題法」：學習某個問題後，做出和此同樣的題目；(T2)「算式法」：提出一個公式，再做出適用此公式的問題；(T3)「原理法」：給與四則算法和通分等原理，做出和此相對的題目；(T4)「訂正法」：出一個題目，其中故意漏掉必要的條件，或是給與其他不必要的條件，或做出矛盾而訂正的方法；(T5)「實驗法」：實驗或以具體東西的操作，再以此現象為根基做出問題；(T6)「自由法」：以自由的題材，做成自由型式的問題；(T7)「題材法」：給定題材來做問題。

Silver (1995)只將擬題分成兩類，(S1)為由已給定之題目中再產生新問題，(S2)為由情境或經驗中發展新的問題。Stovanova 和 Ellerton (1996)則提出擬題的三種情境，即(SE1)「結構情境」可利用現有題目作改變、(SE2)「半結構情境」利用先前之數學知識、技巧、概念、及關係作連接，完成結構完整的問題、與(SE3)「自由情境」即自由發揮。

上述四種分類（各以研究者姓氏的第一個英文字母代表，即 R、T、S、SE)方式，以 Reitman (1965)的「已知-目標」分類法最明確，在此將以其作標準，指出其它三種中與它相似之類型。S1、SE1 與 T1「題目」屬於 R1"有定義已知-有定義目標"之類型結構，S2 與 SE2 屬於 R2"有定義已知-沒有定義目標"或 R3"沒有定義已知-有定義目標"之結構，而 T2、T3、T4、T5 與 T7 均是 R2"有定義已知-沒有定義目標"類型，至於 SE3 與 T6 則是 R4"沒有定義已知-沒有定義目標"的題型。

國內外有關擬題之研究大都參考上述方式進行，例如澳洲學者 Ellerton (1986)即使用「題目之條件」及「題目最終目的」都由高、低能力的孩子決定之自由法，請他們寫出一個朋友覺得困難之題目。日本學者古藤伶(1986)，其是以"已有數學部份而欠故事內容"的研究，去探求小朋友怎樣去寫出如"5+3=8"的故事題。相似的，美國學者 Winograd 的博士論文(1990)也用「數字-故事」分類法，去探索五年級學生在一般上課時擬題、解題，並在小組中分享時的數學信念及擬題行為表現。至於 Rudnitsky, Etheredge, Freeman 和 Gilbert (1995)透過結構與寫作去學習解加減法文字題的研究，是先給三、四年級學生一些相關類型的樣本故事，再讓他們寫出自己的數學故事，最後轉換成數學問題並解題。

在 Silver 和 Cai (1996)作算術擬題分析的研究裡，中學生是被給一段類似教科書的故事情節，藉此"刺激"他們依據其內容去提出三個能被解答的問題來。English (1998)則以正式與不正式內涵去探究澳洲三年級學童的擬題行為，其中正式內涵是給孩子一個算式去寫故事題，不正式內涵則是給孩子一"刺激物"（如照片或文獻）去寫故事題，或一段文字陳述去寫一個目標不限定的故事題。而以上提到之"刺激（物）"，尚有 Hodgin (1987)使用圖片寫問題的擬題研究等。

Leung和Wu (1999)採用類似Tsubota (1987)之「訂正法」教學。在教師出題時無意中漏掉必要的條件，而導致無法解題的情況下，教師就"將錯就錯"的要求學生先修正題目，然後再解題；結果發現此方式不僅適時提供了擬題的機會，並且教學效果也佳。

國內學者梁淑坤（1995）以純文字、包含數值及包含符號三種擬題作業形式去探討在職及職前師範生的擬題行為，發現"包含數值"內容下的擬題量是最多。她（1997a）製作一份適用於國小高年級之擬題能力評量工具，其中有「文字」、「圖片」和「答案」三種作業模式。接著她（1997b）又建立了一套涵蓋國小階段的數學擬題素材，其中六種擬題類型的已知條件分別為「算式」、「文字」、「圖表」、「解法」、「答案」與「題目」。而楊惠如（2000）的擬題活動融入國小三年級數學科教學之行動研究，即參照梁淑坤的六種類型分類，將其中的四種「算式」、「圖表」、「解法」與「題目」納入擬題教材中。

解題能力與擬題（發展問題）能力之間的關係也是許多研究探求的焦點。有研究發現讓學生投身在與問題發展有關之活動中（即使是簡單的重寫被給的故事題），對學生解文字題之成就（Healy, 1993）或對數學態度（Perez, 1986; Winograd, 1990）均有正向的影響。Silver 和 Cai (1993)發現中學生解題與發展問題能力之間有正相關。Kilpatrick (1987)爭議學生發展問題的品質可能是高解題能力的一個指標。而 Silver 和 Cai (1996)的研究透露好的解題者比差的解題者產生較多且較複雜的問題，而支持 Kilpatrick 的論點。毋論如何，數學能力佳者較能產生問題（Elerton, 1986; 梁淑坤, 1993），而產生設計佳、複雜之問題是數學高成就學生的一個特點（Elerton, 1986），且數學知識高者所擬題的數學結構較具聯結性（梁淑坤, 1993）。

二、本研究發展問題之類型素材相關分析

本研究給學生發展問題（擬題）的素材涉及到「算式」、「算式填充題」與「兩步驟問題」，故此只針對有關內容討論之。學習「算式」的概念重在探求數字與符號的"語意"，故「算式」不只是一串特定的人為指示符號而已（甯自強, 1992）。如果「算式」是數或量的分解或合成活動之歷程及結果的紀錄，則「算式」包含被運算的事物及其結果，例如 a＋b＝c。至於當一個記錄數量活動的算式之某構成成份是未知，而要求解題者將此未知求出的問題，例如 a＋b＝?，a(?)b＝c，a＋(?)＝c，則其為「算式填充題」，它是已知與未知之間的關係表徵（甯自強, 1993）。因此「算式」是數量的操作活動紀錄，而「算式填充題」則是含有未知數量的操作活動紀錄。

而「算式」包含數量操作活動的組織順序，此順序有時得按照數量記號出現的先後順序，有時卻須按照數量操作活動的"時間順序"。相同的算式中，如果使用的運思不同，則算式所代表的關係也有所不同。例如符合「算式」5＋3＝8 的問題情境可能是添加型的"甲有 5 元，又得了 3 元，現在他總共有 8 元。"或併加型的"甲有 5 元，乙有 3 元，兩人共有 8 元。"

至於「兩步驟問題」，是指必須使用兩次運算始能解決的問題（甯自強, 1993），例如"福利社原有 23 人，出去 6 人，再進來 7 人，現在有幾人？"而「兩步驟問題」須在解題前半段活動設立一「子目標」，而該項子目標的完成，則成為解題後半段活動的「已知條件」，即解題後半段活動須以前半段活動為基礎。

對"運算符號"多重意義的體認是成就學童發展問題能力的一部份（English, 1998），因此如何幫忙學生發展數學符號與過程之意義是數學教育家目前最重要課題之一（Hiebert & Carpenter, 1992; Hiebert & LeFevre, 1986）。雖

然許多學生對表示式中"運算符號"陳述之意義少有了解（Hiebert & Wearne, 1988; Kouba, Brown, Carpenter, Lindquist, silver & Swafford, 1988），但是靠有意義於學生之"指示物(referents)"來表示相關符號，學生對數學符號就能發展出深奧的理解（Davis, 1984; Hiebert, 1988）。然而不幸的，孩子學校之經驗卻很少提供機會去讓他們體認符號之多重意義(Fuson, 1992b)。有一種知識謂之「非正規（informal）或情境（situated）或直覺（intuitive）知識」，它是源自孩童真實生活環境之經驗，正確與否未知，但能被反應在孩子熟悉之日常生活情境的擬題上（Leinhardt, 1988）。而「非正規知識」能被視為是一個指示物（Mack, 1995），且將'符號'與"真實世界之指示物"連接之過程與觀察孩童'擬題'與「算式」之間是有關聯的（Hiebert, 1988）。

許多人對「學校數學」與「日常生活數學」的關係常持有爭議。其實只要符號呈現之數學問題能與學童之非正規知識相符時，他們就能依賴該知識而給數學符號意義（Fennema, Franke, Carpenter & Carey, 1993; Lampert, 1990; Mack, 1990），因此「日常生活數學」知識是提供給「學校數學」發展的根本。而大多數研究者對「日常生活數學」有助於「學校數學」的學習均有正向認同(Bishop & Abreu, 1991; Lave, 1977)。Madell (1985)指出日常生活中創造發明的方法，或許效率不及學校正規的方法，但它卻是奠定學校數學學習的良好基礎(引自林碧珍和蔡文煥, 1998)。

相反的，「學校數學」無法有效的被應用到日常生活中去解決數學問題是一般人所詬病的；原因很多，例如「學校數學」太強調規則和事實的記錄及計算(Ginsburg, 1982; Lave,1988; Saxe, 1988)、「學校數學」與「日常生活數學」嚴謹性的要求不同（洪萬生, 1996）、問題情境和內在表徵微弱的連接(Hiebert & Carpenter, 1992)或文化認知與「學校數學」的衝突（林碧珍和蔡文煥, 1998）等。

當數學世界是脫離生活情境的孤島時，孩童典型的會認為數學問題僅起源自書本(Rudnitsky *et al.*, 1995)，而沒有想到是來自被數學問題環繞的真實世界。而孩童來自真實世界經驗的「非正規數學知識」與「學校數學知識」脫節將抑制學生在教室中對「問題發展」的努力（Mack, 1990）。因此本研究鼓勵學生將「學校數學」應用到日常生活的數學問題上，讓「學校數學」與「日常生活數學」相連結，避免"學校數學是抽離情境學習"（林碧珍等, 1998）的缺失，引導學童發現每天許多的問題是嵌入在數學中，藉此認識數學在生活中的功用，提高學習興趣，而減少對數學的焦慮，同時並可增加他們處理生活問題的經驗。

三、加法、減法情境類型

若將兩個集合聚合在一起，即為「加法情境」，若將一個集合拆成兩個部份集合，則為「減法情境」；而日常生活中就有許多這樣的情境。Fuson (1992a)將加法及減法情境均分為三項，「加法情境」有 1.改變型的添加（change add to）：消去時間的間隔；2.物理操作的併加(combine physically)：活動型的消去空間的間隔；3.概念操作的併加(combine conceptually)：靜態型（思考）的合併。「減法情境」有 1.改變型取走(change take from)：求餘問題；2.等化（equalize）的情境：有添加（即「補不足」）與取走兩類；3.比較(compare)的情境(即「求差問題」)：有多了多少及少了多少兩類。較早的 Usiskin 和 Bell (1983)將加法分為併加型(putting together)、轉移型（shift）及來自減法的加法（addition from subtraction，即逆算的加法）三型；將減法分為拿走型（take-away）、比較型(comparison)、轉移型(subtraction shift)及找回加數型（recovering addend，即追加型）

四型。

Fuson (1992a)並將兒童加減法計算能力發展分成三個水準，其中水準一之加法計數策略則有「全部數」及「加到某數」兩種。前者即“a + b =？”後者即“a +？= b”，二者均有改變型、併加型、等化型、及比較型四型。

由於改變（添加及取走）型與併加型的題目能直接模式化一個真實世界中帶有具體物的問題情境，因此他們經常是被介紹給學童的第一個問題(Carpenter & Moser, 1984; English & Halford, 1995; Fuson, 1992a)。因此English (1998)指出改變型與併加型的“問題情境”與“運算”之間有一個明顯的對應，故對學生而言是較容易的。然而比較型問題的產生涉及到多類相關想法之整合，對孩童而言結構複雜(English & Halford, 1995)，且比較型問題中之關鍵字有時是陳述相反的運算(Sowder, 1989)，此時情境類型與運算之間就對應不清，因而肇成孩童經驗上的困難(Lewis, 1989; Stern, 1993)。

我國六十四年版之教材實施近二十年，影響全國教育極深。依Usiskin 和 Bell 的分類標準統計，十二冊國小數學教材中所有 280 個加法文字題，併加型約佔四分之三，來自減法的加法只有 6 題（黃素華, 1988）；357 個減法文字題中拿走型、比較型、找回加數型及轉移型的題目分別約佔一半、三分之一、13%及 5%（黃素華, 1989）。作者並指出，教材中同類型的題目取材均極類似，同一個情境幾乎是在不同年級重覆的使用多次，且教學指引中之示例題只提供一個情境來指導加法的運算技巧。

四、本研究的管道－BBS

網際網路(Internet)上的電子佈告欄系統(BBS)一推出就受到了青年學子的青睞 關愛。我國自從國立中山大學於 1992 年 10 月底建立了 TANet 上首座的中文 BBS 之後，各單位之 BBS 站便如雨後春筍般蓬勃地發展起來，成為台灣學術網路上最普及、最受歡迎及影響力最大的服務。BBS 最重要的部分即是各主題討論區，使用者可以閱讀文章，註冊完成的使用者則可以在討論區上發表文章，藉此意見交流等。

事實上 BBS 可發表、可討論及可溝通的功能被應用在教育上的情況已十分普遍。Montana 教育遠距溝通網路上架設了一個 BBS (1991)，提供給 K-12 年級學生及在 Montana 大學註策的學生指導及教育的課程。Eslick (1993)之研究指出 BBS 確實為教育家及學生的課程計畫與研究提供一個廣大範圍的服務、使用與資料檔案。Muzio (1992)的研究指出，不僅學生認為 BBS 是易學易用，教學者也認為 BBS 對廣播資訊是一個好的媒介物。在歐洲，一個 BBS 是被視為網路上可用來作標準化之溝通服務、家用電腦及現存電話線的實用模式(Figueiredo & Steele, 1992)。

國內黃正文（1996）的研究也歸納出，應用 BBS 管道來推動環境教育是非常可行的。楊錦潭和林佳毅（1998）設計如何透過遠距教學來引導在職資訊教師進入 Java 課程之研究，同時輔以線上討論（BBS）的方式，提供有意於線上學習 Java 者一個園地。而馬秀蘭（1999a）在利用電子佈告欄系統進行數學活動之研究中發現，BBS 上互動的情境為學童發展溝通、討論的良好媒介。

至於嘗試透過 BBS 的管道來探知孩子或成人在某一方面的行為和能力的研究，也是方興未衰。例如有不少利用 BBS 來訓練寫作或增進寫作技巧的研究（Allen, 1993; Johanson, 1996; Zoni, 1992），他們皆指出學習者透過 BBS 來集思廣義從事寫作，不僅成功且深具潛力。Ellsworth (1991)建議在成人的教育活動上，可使用 BBS 上的課程，並且指出它對學習是一個新的管道。馬秀蘭（1999a）發現透過BBS，學生樂於花費較長的時間去思索及檢驗數學問

題，她（1999b）又指出實驗組學生的"數學態度"偏向正向較多，且在學習數學的信心、數學探究動機及數學焦慮方面均有顯著改善。進一步馬秀蘭（2000）歸納出，在 BBS 上弱勢族群從一般數學課堂上沈默的邊緣人，變成參加者，而毋論上網者是扮演何種的角色，他們都是浸浴在學習的情境中。

由上可知，透過網路的教育，進行方式有極多樣性的可能，應用上也具有相當的彈性。本研究則是以 BBS 為管道，來誘發學生發展數學問題，進而收集問題，其觀點除了網路上「隨時、隨地、任何人」的環境符合現今教育的精神外，尚可減少平日課堂上所呈現出之反應效應（王文科, 1986），例如在數學課裡利用紙筆或訪談來收集問題時，程度好的學生積極表現，而程度差者則反應被動、沉默。其次在 BBS 上發表之文章不僅就自動被記錄起來，而且尚有時間記載，研究者就不須要額外利用錄音或錄影去收集資料，可避免 English (1998) 在其實驗中發生的三年級樣本學生不太情願將其發展之問題被錄音的情況。還有上 BBS 發表問題就要"書寫"，而 Connolly (1989) 指出透過書寫能增進學習效果等。以上所述均是以 BBS 當橋樑的價值。

然而相反的以 BBS 為管道也有其不便之處 首先必須有電腦網路設備 並且要架構 BBS 站；但是在設備齊全下，電腦文盲、語文能力有障礙者或不擅於打字者等，也無法或較難透過 BBS 表達訊息。除此之外，傳統之 BBS 只能有文字資料而無圖形立足之地，如此將會限制訊息的表達等。上述缺陷都是透過 BBS 收集資料必須克服的問題。

研究理論與方法

一、研究對象與方法

本研究的樣本（仍採用六十四年版教材）是來自台中縣一所國小六年級中四個班級的 24 位學生，其中高(H)、中(M)、低(L)數學程度各八位，各程度中又包括男生(B)、女生(G) 各四位。例如 BH1 及 GL2 各代表第一位高數學程度之男生及第二位低數學程度之女生。而數學程度是以他們在五年級下學期的數學成績，在各班(常態班級)的前 1/3、中 1/3 及後 1/3 來區分的。

本研究主要是利用電子佈告欄系統(BBS)為管道，去促進學童發展數學問題，以培養其問題發展之能力。而以 BBS 為誘因，"長期（約一學期）"的收集學生持續貼在 BBS 上反應其日常生活及數學認知之問題資料，是有別於其他短時間收集資料的研究。至於本研究中所論及的"問題發展之能力"是涉及到 Silver (1994) 所引用與問題發展技能有關的其中三要素，即問題的總產量(fluency)、類型之變化數(flexibility) 及創意之多少(originality)。

在 BBS 上給學生發展問題之素材共 32 個，包括加法 14 個、減法 14 個與加減法(兩步驟問題)4 個素材。本研究除了參考前述學者的擬題研究外，更著重在三個方向上進行，即 (一) 讓學生由簡入難、循序漸近地以四個步驟 (從模仿法、算式、算式填充題到自由法) 來發展問題；(二) 讓學生以不同的數字性質（從整數至小數與分數）來發展問題；(三) 以網路的 BBS 去誘發學生「做數學」的樂趣。

由於開放式目標(open-ended) 的問題能鼓勵有效擬題與解題之優點已被證實(Baroody, 1993; Charles & Lester, 1982)，因此本研究之四個步驟中之擬題形式，除了給學生作樣本參考的「模仿法」外，其它三步驟均是採開放式目標的模式；至於加入「算式填充題」是為了瞭解學生對已知與未知之間關係的認知。而「模仿法」下之加減法素材則是綜合上述 Usiskin 等人及 Fuson 之類型，其中加法有【1-1】改變的添加型、【1-2】概念操作併加型、【1-3】

表 1：

	素材類型 / 步驟	加法 六週（14 題）	減法 六週（14 題）	加減法（兩步驟問題） 三週（4 題）
上學期	第一步驟： 模仿法	【1-1】 【1-5】 一週（5 題）	【5-1】 【5-5】 一週（5 題）	
	第二步驟： 算式	【2-1】 【2-4】 二週（4 題）	【6-1】 【6-4】 二週（4 題）	【9-1】 【9-3】 一週（3 題）
	第三步驟： 算式填充題	【3-1】 【3-4】 一週（4 題）	【7-1】 【7-4】 一週（4 題）	
	第四步驟： 自由法	【4】 二週（1 題）	【8】 二週（1 題）	【10】 二週（1 題）

轉移型、【1-4】來自減法的加法及【1-5】比較型，減法有【5-1】改變的取走型、【5-2】併加型、【5-3】改變型、【5-4】等化型（補不足）及【5-5】追加型（找回加數）。所有 32 個素材內容如【附錄 1】所示。

二、研究過程

本研究計畫分成上、下兩個學期實施。在上學期，24 位樣本學生於上學期的電腦課或在校課外時間（如午休），利用校內網路上的 BBS，對研究群每週或兩週乙次在“主題討論區”布下數學有關加法、減法及加減法運算之 32 個素材，作腦力激盪，儘可能寫出符合該素材的所有日常生活之「問題情境」。【表 1】列出問題發展的四個步驟與每一步驟之素材類型及所花費之時間。為了要獲得學生最原始、最自然的數學認知，本研究群在學生發展問題的過程裡，不干擾、亦不暗示學生出題的方向與內容。

額外為了探究以網路的 BBS 去「做數學」對學生的影響。在上學期研究之初與一學期研究活動之後，全體樣本均被要求在 BBS 上寫出個人對數學的看法。

在下學期，研究群匯整並統計歸納學生貼在 BBS 上“對數學的看法”以及“發展的問題情境”記錄。因為本研究培養學生發展問題的興趣重於問題的正確性，故對學生發展問題之評量方式，首先看數量，其次才判斷「正確」及「不正確」。非數學、無故事情境、錯誤類型、錯誤加減結構、計算錯誤、非可行、資料不足或不合乎現實生活只顧及數學部份等問題全列在「不正確」範圍內。由於考慮到學生擬題經驗的不足，因此對他們所發展問題之語句的完整性要求從寬，只要能反應出其意義的題目均屬於「正確」（將陸續在以下“研究結果與討論”之“學生的迷失概念分析”章節中指出）。其次當問題是「正確」時，才去辨識其情境之「類型」與情境的「物件」及「主體」，進一步再從中去判斷情境的創意性等。最後再藉「正確」的問題與語句不完整的或「不正確」的問題去覺察學生的“日常生活經驗”與檢驗學生的“迷失概念”。

研究結果與討論

本研究資料分兩類分析，一為學生在 BBS 上從事數學活動前後對數學看法的分析，二為學生在 BBS 上發展的「問題情境」分析，茲分述如下。

表 2：

問題素材	總共發展問題數	正確發展問題數	正確率(%)	問題情境的「物件」							問題情境的「主體」			
				食	衣	住	行	育樂	貨幣	其他	人名	人稱代名詞	親人	其他
【1-1】	41	37	90%						37		27		10	
【1-2】	**52**	48	90%	9	1		5	25	4	4	40		8	
【1-3】	38	10	**26%**							10		1		9
【1-4】	33	31	94%	7				19	5		22	2	7	
【1-5】	26	15	**58%**	14				1			13		2	
【2-1】	**114**	113	99%	28		2	8	20	28	27	99	4	8	2
【2-2】	43	26	**60%**	23				2		1	17	1	8	
【2-3】	**60**	57	95%	35		1		2	17	2	42	5	9	1
【2-4】	37	27	73%	19		1			5	2	20	3	4	
【3-1】	**144**	139	97%	16	5	1	6	40	21	50	113	4	10	12
【3-2】	**93**	84	90%	14	3	2	3	19	22	21	74	3	3	4
【3-3】	34	27	79%	2			2	6	15	2	21	2	3	1
【3-4】	28	19	**68%**	6				2	10	1	13		6	
【4】	**69**	66	96%	10	5	1	2	23	13	12	43	1	13	9
【5-1】	28	28	100%	16			2	6		4	2			26
【5-2】	23	18	78%	6			1		11		6	0	6	6
【5-3】	25	9	**36%**				2			7				9
【5-4】	24	23	96%	1	1				19	2	2	2	19	
【5-5】	25	25	100%	23			1		1				1	24 (x)
【6-1】	33	32	97%	9	1	1	2	8	9	2	15	3	8	6
【6-2】	26	25	96%	21					4		10	1	11	3 (x)
【6-3】	28	28	100%	13	1		1	2	10	1	10		9	9
【6-4】	24	18	75%	9					9		4	3	10	1
【7-1】	32	27	84%	10		1		2	12	2	13		12	2
【7-2】	28	25	89%	3		1	3	5	9	4	12		8	5
【7-3】	28	23	82%	5			2	2	13	1	7		15	1
【7-4】	24	15	**63%**	3				1	6	5	8	1	3	3
【8】	39	35	90%	8			1	6	20		18	1	11	5
【9-1】	26	25	96%	3		2		4	4	12	3		6	16
【9-2】	24	24	100%	2		1	1	2	17	1	8	4	9	3
【9-3】	26	24	92%	24							8	2	5	9
【10】	34	30	88%	10			3	8	7	2	16	1	8	5
總計	1309	1134	87%	350	17	14	45	205	328	175	688	45	236	165
總計(%)		100%		31%	1.5%	1%	4%	18.1%	29%	15.4%	60%	4%	21%	15%

註：其中【5-5】與【6-2】「主體」中的(x)表示全部沒有主體。

一、學生在BBS上從事數學活動前後對數學看法的分析

研究結果發現，在研究之初毋論男女生，所有高數學程度者均表明是“喜歡或是最喜歡數學”，其中BH2、BH4、GH2與GH3表示數學是簡單的科目，BH1認為數學很有趣，BH3透露印象中數學是很好用也很重要的東西，GH1覺得數學是很好玩的科目，GH3又表明數學非常有用，GH4甚至指出“數學一直是我最喜歡的科目”。而數學程度較低者則表態“不喜歡數學或最不喜歡數學”，其中BL4、GL2、GM3與GM4認為數學是很難的科目，BM4表示數學是討厭的科目，BM3甚至指出“希望沒有這個科目”。

然而在BBS上從事近一學期的數學活動後，幾乎所有學生都表示透過BBS來做數學的濃厚興趣，而且不少學生對數學的看法有正向的改變。例如BM3從研究之初的“希望沒有這個科目”，到研究之後的“..也使我不再討厭數學..”，GM4從研究之初的“很難的科目。不喜歡。數學是一個非常難理解的科目。”到研究之後的“..用手寫是非常死板的，用電腦卻非常有趣。”GM3則敘述“..我們好像來玩似的..”。GL1從研究之初的“數學是我最不喜歡的科目”，到研究之後的“每天來到電腦教室都很快樂，..我很喜歡來這。”這些反應顯示透過網路的BBS去誘發學生「做數學」的意願是可行的。

二、學生在BBS上所發展的「問題情境」分析

全體樣本在32個問題素材裡，總計發展出1309個問題，而正確的問題有1134個，約佔87%。以下將先呈現較低正確率之問題素材分析，其次敘述正確「問題情境」之類型、物件與主體分析，學生的迷失概念分析，然後呈現不同數學程度者發展之「問題情境」差異分析，最後則是問題素材被發展的問題數與學生發展問題數之排行榜分析。

(一)較低正確率之問題素材分析

【表2】列出全體樣本在每個發展問題素材中總共發展的題數、正確發展的題數與正確率，以及正確問題情境的「物件」題數與「主體」題數，其中問題情境的「物件」是以食、衣、住、行、育樂、貨幣及其他來分類，「主體」則以人名、人稱代名詞、親人及其他來分類。從【表2】發現【1-3】、【1-5】、【2-2】、【3-4】、【5-3】與【7-4】六個素材所發展的問題正確率較低。尤其是【1-3】的氣溫轉移型與【5-3】的時間改變型，正確率各只有26%與36%，其反應學生對“氣溫”及“時間”二類問題的不熟悉。

在【1-3】轉移型中，約有一半使用錯誤類型（尤其是添加型），三成高估了關鍵字“共”之使用，例如BH3的“昨天玩6小時的電動，今天比昨天多玩2時，今天共玩8小時。”GM4的“昨天殺六隻豬，今天多殺四隻豬。今天共殺十隻豬。”GL2的“前天我花五十萬，今天又花十萬，今天共花六十萬。”事實上學生對關鍵字有高度的依賴，例如在加法的【2-1】、【3-1】與【4】就各有65%、60%與47%正確使用“共”關鍵字，減法之【6-1】、【7-1】與【8】也各有60%、78%與60%正確使用“剩（下）”關鍵字。此結果可驗證楊美伶與蔣治邦（1992）的研究，即數學教材（六十四年版）中，關鍵字策略成功之比例太高，尤其適用“共”與“剩下”之題目更高達92%與90%，而違反關鍵字策略之比例太低，因此形成學生使用甚至是高估關鍵字之適用性。

而【5-3】是時間之比較，導至錯誤的原因主要有關鍵字涉及到相反的運算，例如GM1的“小英家現在是下午4點，若他家的時鐘快2小時，那現在的時間是下午6點。”等；或

時間觀念不清楚的，例如 BL2 的"美國現在是早上 9 點，台灣的時間慢了美國 6 小時，則國家的時間是 12 時。" 等；或非減法類型的，例如 GM4 的"小明晚上 11 點睡覺，他們班有一位同學比他晚睡 4 小時，則那位同學凌晨 3 點才睡。"等。由此可知，學生對"時間"量處理能力的薄弱。

異分母分數加法的【1-5】與【2-2】，其正確率各為 58%與 60%；而亦牽涉到分數的【2-4】與【6-4】，其是小數與分數的混合運算，其正確率各為 73%與 75%，也低於其他非分數的問題素材。由此可知"分數"是一般學生（毋論數學程度高低）的弱點，尤其是"異分母分數"的運算，學生的表現最差。不同分母的分數相加時，學生的錯誤運算有"分子、分母均相乘"，例如 GH1 的"1/4 + 1/3 =1/12"，BM1 的"1/2 +5/7 =5/14"，GH1、GL2、與 GL4 的"1/2 +1/3 =1/6"；或"分子、分母均相加"，例如 GL3 的"3/30 + 2/3 =5/33"及"7/10 +1/7 =8/17"。此結果支持支毅君（1997）的我國國小中年級學生整數運算能力強，但小數與分數的大小及其意義不清楚之論點。其實分數的教與學不僅非常困難，且是一個令人沮喪的失敗(Davis, Hunting & Peam, 1993)。

許多研究已證實依賴整數(whole number)的知識是引起分數符號表示（a/b）產生迷失概念的原因(Behr, Wachsmuth & Post, 1985; Kerslake, 1986; Kouba *et al.*, 1988)。而這些迷失概念可印證 Hieber (1988) 與 Hiebert 和 Carpenter (1992) 的警告，即當學童嘗試去建立一個對其而言是新的符號意義時，他們可能會依靠之前其它數學符號系統之知識，而經常過量的一般化及建構不適合之意義。本研究一些學生可能沒有將 a/b 看成是一特定值的單一數，而是 a 及 b 兩個獨立的整數，在高估整數系統之一般化下，去建立不當之分數運算。

至於只考慮到整數時，學生在「算式填充題」問題素材上的表現就差於「算式」素材。此表示學生對含有未知數量的活動記錄認知較弱。而「算式填充題」中"未知數"的位置是影響問題正確率的主因。若以"a (?) b = c"來表示式子，當未知數在"(?)"的位置時，學生表現最差，此即為加、減法中缺乏運算符號的【3-4】與【7-4】，其正確率分別為 68%、63%，此亦透露出數學應用題中的"動詞"也是肇成學生發展問題失敗的原因。或許學生沒有找到有意義於他們之指示物去表示相關之運算符號(Davis, 1984; Hieber, 1988)。

(二) 正確「問題情境」之類型、物件與主體分析

以下將以正確的 1134 個「問題情境」之 1.類型、2.物件、以及 3.主體三者來分析，並藉此分析結果來覺察學生的日常生活經驗。

1.問題情境之「類型」：如【表 3】所示，學生所發展的"加法"問題情境類型大致為「添加型」與「物理操作的併加型」（雖然在模仿法【1-2】的布題類型及大部份學生在【1-2】練習出題時均為「概念操作的併加型」），而且「添加型」比例大都高於「併加型」極多。如【表 4】所示，"減法"的問題情境類型，幾乎完全是「取走型」。以上結果可反應出學童心目中"活動型"的合併概念強於"靜態型"的合併，且消去"時間"間隔的添加比消去"空間"間隔的併加更直接能反應出真實世界中的問題情境。至於學生在自由法【4】中的正確題目全是以 a + b = (　)的結構去發展，在【8】中則是以 a - b = c（佔 43%）或 a – b = (　) (佔 57%) 之結構去發展；此顯示學生習慣以「算式」或未知數在後的「算式填充題」之結構出題，而未知數在前或中間的「算式填充題」，其與來自減法的加法、等化型或追加型等有關連，卻是學生不熟悉的結構。

以上結論結合黃素華（1988, 1989）的我國小學數學教材中改變型與併加型份量最多之

表 3：

素材 正確題數	【2-1】 113	【2-2】 26	【2-3】 57	【2-4】 27	【3-1】 139	【3-2】 84	【3-3】 27	【3-4】 19	【4】 66
添加型	52 (46%)	12 (46%)	34 (60%)	15 (56%)	91 (65%)	76 (90%)	23 (85%)	17 (89%)	55 (83%)
併加型	61(1)# (54%)	14 (54%)	22 (39%)	12 (44%)	48(4)# (35%)	8 (10%)	4(2)# (15%)	2 (11%)	8 (12%)
其他型			1*						3* (5%)

註：61(1)#表 61 題「併加型」中只有 1 題為「概念操作的併加型」，其餘 60 題為「物理操作的併加型」。其它依此類推。

1*表 1 題轉移型。 3*表 3 題來自減法的加法

表 4：

素材 正確題數	【6-1】 32	【6-2】 25	【6-3】 28	【6-4】 18	【7-1】 27	【7-2】 25	【7-3】 23	【7-4】 15	【8】 35
取走型	32 (100%)	25 (100%)	27 (96%)	18 (100%)	27 (100%)	25 (100%)	23 (100%)	15 (100%)	35 (100%)
其他型			1*						

註：1*表 1 題氣溫的轉移型

結果，則可支持吳德邦、馬秀蘭和翁玉雲（1997）的發現，即一般學生接受某類型的題目愈多，則他們對此類型題目的經驗也較多，學習成就就較佳。因此學生自然的也就表現在其發展的問題情境上。而且由【表 2】可知，學生在與加法「添加型」及「併加型」相關的素材上所發展之問題（例如【1-1】、【1-2】、【2-1】、【3-1】與【4】）之正確率均高，且與減法「取走型」相關的素材(例如【5-1】、【6-2】、【6-3】與【8】)之正確率也高；此是因為在實際環境中，物件之添增、合併或取走常出現在孩童日常生活的加法或減法情境中，故加與減運算符號在這些類型問題中是附有意義的。此證據可詮釋 Hiebert (1988)宣稱，只要符號及過程之情境與孩子校外所發展之經驗相似，則學童校外之非正規知識可作為發展校內符號和程序的理解。「學校數學」與「日常生活數學」是相輔相成的。

但是相對的，本研究學生發展的類型不多，雖然證實了許多孩子有困難去創造不同類型問題之發現（English, 1998），但是教室中之課程缺乏讓學童浸浴在不同的問題情境中，也是肇成學生在發展數學問題時困難的原因之一(Fuson, 1992b; Stigler, Fuson, Ham & Kim, 1986)。而另一個可能要對學生發展其他類型題目時產生障礙負責的是 Fischbein, Deri, Nello 和 Marino (1985) 主張的“原始模型理論”(primitive-model theory)，即有一模型是由運算最初被指派的意義所構成，此基本運算會與原始的模型一直保持連繫，在習以為常下，其對孩子而言是本性上的行為及有意義的，故該模

型可能會對孩子去擁有其它問題情況放置一個限制。

2.問題情境之「物件」：由【表 2】可發現，學生發展問題之物件以"食"為最多，約佔三成，食物種類則多偏向孩童較常接觸的糖果、糕餅、飲料、水果等。其次為"貨幣"，也約近三成，其中主要是"元"，也有圓、萬元、千元大鈔、黃金、硬幣、塊、銅板等。育樂第三，約佔二成，例如與「文具」有關的的物件有筆、紙、信、筆記本、墊板等，或與「電腦」有關的物件有電腦、光碟、磁片、CD 等，或與「書」有關的物件有書、故事書、雜誌等，其它尚有玩具、卡片、球、神奇寶貝、榮譽卡、貼紙等。與"行"有關的物件佔有 4%，例如汽車、機車、飛機、飛碟、馬等。少數物件與"衣"及"住"有關，各約佔 1.5%、與 1%，前者如衣服、裙子、洋裝、襪子等，後者如土地、房子、桌子等。尚有一成五是"其他類"，例如日常用品、動植物(如小狗、玫瑰花等)、氣溫、人、好朋友等。由此可探知"吃的食物"與"金錢貨幣"是孩童日常生活中經驗較多的項目。

3.問題情境之「主體」：由【表 2】可知，學生發展問題的主體以"人名"為大多數，高達六成，例如小明、小英、家輪、阿信等，或以同學姓名（如王詩婷、徐偉榮等），或以 BBS 上同學代號（如 ao、lis、zoo 等），或簡單代號（如 ooo、ㄅㄅㄅ等），或擬人化之動物名（如卡味龜、傑尼龜等）等；"親人"（如爸爸、媽媽、哥哥、妹妹等，或舅舅、阿姨等）約佔兩成；而"人稱代名詞"的我、你、他等佔 4%；"其他類"的佔 15%，例如場所(如便利商店、教室、醫院、學校、BBS 等)、老師、大富翁中的人物（如錢夫人、金貝貝等）或卡通人物（如小叮噹、皮卡丘等）等，甚至是無主體。因此"人名"是孩童日常生活經驗中較常接觸使用的主詞。

然而本研究注意到，在學生一開始發展問題(即【1-1】)時所最先想到的主體中，"小明"約佔 27 題"人名"中的 25%，"媽媽"佔 10 題"親人"中的 50%。"媽媽"一般是孩童生活經驗中的主角，自有其價值；而"小明"也常在學童正規知識（如小學課本內容）及非正規知識（如電視綜藝節目文化）中被引用到，因此其可能涉及到學習情境與文化問題兩方面。而 Spanos (1991)宣稱，問題發展（擬題）是依賴學生之背景知識、價值及渴望所產生的，其牽涉到文化主題使用的題目。本研究結果為 Spanos 提供了程度上的證據。

(三)學生的迷失概念分析

從學生發展的語句不完整之「正確」問題或「不正確」問題，可檢驗學生的迷失概念如下：

1.學生遇到有分數的素材時，會有"數與量混淆"的情況發生。學生在【4】、【8】與【10】可自由出題下，除了 BH4 及 GM1 在【8】之下是擬小數題之外，其他全是帶有單位的「整數」；而且"單位"出現最多的是「元」，亦即屬於課本教材中「量」的「貨幣」單元，分別佔有 20%、57%與 23%（從【表 2】可得知）。所有樣本學生均逃避以分數去計算，除非在不得已之情況下，比如遇到有分數的素材時，才會發展出分數的問題，而且分數主題大多是飲料（如果汁、茶水、牛奶、咖啡等）、水果或糕餅類，少數是水及汽油。

而在遇到有分數的素材時，三組程度的部份學生均會分不清「數」與「量」的關係，不是以無單位的分數來出題，就是同一題目中有時是有單位的量，有時又是無單位的數，混合使用。例如在【1-5】模仿法下，GH3 的"英英用了 8/9 個擦子，美美比她少用 7/9，美美用了 1/9 個。"GM4 的"小華吃了 1/2 個蘋果，小光比他多吃了 2/5，小光吃了 9/10 個蘋果。"BL3 的"大明吃了 13/6。小華吃了 1/9 個西瓜，小明吃了 2/1 個西瓜，兩人共吃了幾個。"

在【2-2】與【6-2】的"分數"加與減法算式下，除了也有上述的情況發生外，尚有不少學生發展的題目裡"完全"將單位遺忘，即整個題目是以沒有單位的分數計算，例如 GH2 的"有一個電鍋裡面有 5/3 的飯，哥哥吃了 1/4，電鍋裡還有 17/12 的飯。"BM3 的"媽媽喝了 1/6 的牛奶，爸爸也喝了 3/6 的牛奶，兩人共喝了 4/6 的牛奶。"特別的是 BL3 的"哥哥給我二分之三的蛋糕，姊姊也給我一個蛋糕，我共有六分之五蛋糕。"其中的"一"為整數就附有單位"個"，分數就沒有單位。以上問題若僅是遺漏單位，而無其它錯誤，則歸類於語句不完整之「正確」題。

至於小數與分數同時出現在一式子中時，上述的情況就極少發生，倒是"分數"在部份學生心中只是一個物體的"幾分之幾"而已，例如在【6-4】12 – 2.5 – 3/5 = 89/10，GM3 的"弟弟有十二元，花了 2.5 元，又買了蛋糕 3/5 份 11 元，還剩3.5元。"GL1 的"有 12 塊餅他吃了2.5，弟弟吃了 3/5，還有 89/10。GL2 的"有 12 塊大餅，2.5 元，爸爸吃掉 5/3 塊大餅，剩下 10/89。"等。以上結果再度證明"分數"易肇成學童的迷惑。

然而當算式中只有"小數"時，則學生就未曾有"數與量混淆"的情況發生，其問題情境之物件全是以有單位的量計算。

2.學生在「算式填充題」擬題的方式均只按照數字、符號及未知數"( )"出現的次序來發展，而不管問題的完整性。學生在「算式」及自由出題素材下發展的問題大都是平鋪直述的題目，就如【1-1】、【1-2】與【5-1】的題型，而遇到「算式填充題」時也是依照數字、符號及未知數"( )"出現的次序來發展問題，因此當未知數是出現在前面或中間位置時，有關尋問( )答案的問句就不會在最後問題結束時出現，例如 BH1 在【7-2】42 - ( ) = 17 的"「ㄨㄨ市場」原有 42 位賣主來這家市場賣東西，突然生意不好，走了幾位賣主，這家市場只剩下 17 位賣主。"或 GM1 在【7-3】( ) - 25 = 17 的"姊姊不知道有多少元，買糖果用去 25 元，還剩 17 元。"其皆是屬於語句不完整的「正確」題。由於不少研究指出，學生建立之式子會自然反映出加減文字題中情境的"語意結構"，即直接塑造問題中描述的活動(Bebout, 1990; Carey, 1991; Carpenter, Moser & Bebout, 1988)。而相對的，這關係是否能說明學生發展之問題結構也會是跟隨著式中的數字、符號及未知數出現的次序來發展？值得研究者作進一步探討。

在上述不完整問題中，尤其以未知數在前面位置之【3-3】與【7-3】最嚴重，在此二素材中完整問題各只佔正確題中的 26%與 22%，且除了在【3-3】中的 BL2 及 GM2 之問題外，其他完整的問題全是高數學程度者（BH1、BH4、GH1、GH3）所發展的，例如 BH4 在【7-3】的"zoo 有好幾張鈔票，給 ooo25 張，剩下 17 張，他原有幾張鈔票？"GH1 在【3-3】( ) + 25 = 37 的"小英有若干元，老爸再給他 25 元，他現在有 37 元。求他當時有幾元？"

而未知數出現在中間位置的【3-2】與【7-2】，在其正確 84 題與 25 題中，除了均各有 5 題在句子最後會出現有關尋問( )答案的問句之外，例如 BH3 的"林則徐有黃金 500 兩，禁鴉片的經費用了他一些黃金，林則徐還有黃金 100 兩，請問禁鴉片的經費用了他多少兩黃金？"前者尚有 58 題是以"再"或"還要"，而後者有 3 題是以"給"或"賣"的措詞來完成問題，故完整的問題各佔 32%與 75%。在【3-2】，例如 GH4 的"筱莉現在有 12 萬，她必需再賺取多少錢，才能湊足 37 萬。"BH2 的"演唱龜有 12 片 CD，他還要買幾片才有 37 片？"等。在【7-2】為 BH1 的"有一位學生到文具店買了 42 枝原子筆，給同學多少枝後，他會剩 17 枝原子筆。"BM3 的"有一家製鞋工廠，製造了 1000

雙鞋，要賣給鞋子量販店多少雙鞋子，製鞋工廠才會剩下 150 雙鞋子呢？”由於「算式填充題」與未知數有牽連，因此與其相對應的問題情境就比較不直接，此或許能解釋學生發展問題之所以不完整的原因。

3.有的學生遇到「算式填充題」中的未知數“( )”時，在他們所發展的問題情境中只用“？”、“( )”、“某”或“某某”等來替代，有的甚至忽略“( )”的存在。例如在【7-2】，GM2 的“哥哥有？元，他花 25 元買鉛筆，現在他剩下 17 元。” GL2 的“小明有 12 元，媽媽在給他(__)元，共有 37 元。”在【3-2】，GM2 的“小嘉原有 12 本課外讀物，兒童節時，阿姨送給她某本課外讀物，她就有 37 本課外讀物。問:阿姨送小嘉幾本課外讀物？”GL3 在【7-2】的“周公有 42 台模型車，弄壞某某台，剩下多少台？”上述例子均是屬於語句不完整的「正確」題。

至於忽略“( )”存在的情況，如在【7-3】( )-25 =17，BL2 的“乾隆買大炮花掉 25 萬，乾隆只剩 17 萬。”或 BL3 的“爸去超市買糖果要 25 元，爸爸還有 17 元。”GM4 在【7-2】42-( )=17 的“雍正有 42 萬兩黃金，他向拿破崙買大炮，雍正只剩 17 萬兩黃金。”至於在【7-1】42-25=( )，只有 GL2 的“阿志有 42 台電動，又買了 25 台電動。”有此情況。而這些皆是屬於資料不足的「不正確」題。

(四) 不同數學程度者發展之「問題情境」差異分析

本研究之高、中及低三組數學程度學生總共發展出 578 個、306 個及 423 個問題，若引用 Silver (1994) 發展問題技能之觀點去探討三組大致的情況就是，高數學程度者是多產、多創意，中程度者是少產、少創意，半數低程度者則是多產、少創意；而各程度學生的問題大都是少變化，即傾向改變型及併加型兩類。額外各程度學生在「問題情境」內容上均出現有非可行的問題或不合乎現實生活只顧及數學部份的問題。前者例如 BH3 的“xxx 吃了 3/8 個冬瓜，***吃了 1/4 個冬瓜，@@@吃了 2/8 個冬瓜。”或 BL3 的“大明吃了 13/6。小華吃了 1/9 個西瓜，小明吃了 2/1 個西瓜，兩人共吃了幾個。”等。後者例如 BH4 在【2-4】的“鴻有 2 台電腦，承袁有四分之一台電腦，偉佑有 1.5 台電腦，他們共有四分之十五台電腦”及 BL2 在【6-4】的“洛克人有 12 個敵人，他打死了 2.5 個敵人，他又殺死 5 分之 3 個敵人，洛克人現在殺死了 10 分之 89 個人。”等。除此之外，以下則指出多數不同程度學生發展「問題情境」的三點差異：

1.“高數學程度者”發展之問題較完整，情境較多具有創意性。從上節例子可知，語句不完整問題及未知數不當之表示幾乎全是中、低程度者，高程度者發展之問題較多有始有終而完整。且當中、低數學程度者只有 BM3、BL1、BL2 及 GL4 發展的問題情境較具創意外，多數高數學能力學生的問題則較多具有創意性(不平常)。例如 BH1 在【6-4】的“一罐飲料原有 12 公升，阿飛放學後喝了 2.5 公升後，打完球後又喝了 3/5 公升，那這罐飲料就剩下 89/10 公升了。”BH3 在【7-2】的“林則徐有黃金 500 兩，禁鴉片的經費用了他一些黃金，林則徐還有黃金 100 兩，請問禁鴉片的經費用了他多少兩黃金？” BH4 在【7-1】的“zoo 有 42 棟房子，921 大地震，倒了 25 棟房子，他還剩幾棟房子？”GH1 在【7-2】的“小志有 42 隻神奇寶貝，給了小霞若干隻後，還剩 17 隻神奇寶貝。問小志給她幾隻神奇寶貝？”等。

至於中數學程度的 BM3 在【5-4】的“大廣三的餅干區，只要購買 500 元，就可以參加抽獎，哥哥買了 350 元的零食，則哥哥必須要再買些餅干才能參加抽獎。”在【7-2】的“有一家製鞋工廠，製造了 1000 雙鞋，要賣給鞋子量販店多少雙鞋子，製鞋工廠才會剩下 150 雙鞋子呢？”等。低數學程度者的 BL1 在【5-3】

的“萬家富游泳池上午 9 點開門。新海岸游泳池上午慢萬家富游泳池 3 個小時，則新海岸游泳池上午 12 點開門。”在【7-2】的“阿邦有 7 雙鞋子，阿邦 1 年壞 1 雙鞋子，那過了多少年阿邦剩下 2 雙鞋子。”BL2 在【8】的“「ㄨㄨ公司」原來 25 台電腦，因為 Y2K 的緣故，當了 19 台電腦，請問「ㄨㄨ公司」剩下幾台電腦。”以及 GL4 在【2-3】的“我和姐姐比賽喝飲料，我喝了一瓶半的椰子奶，姐姐喝了一瓶，我和姐姐加起來共喝 2 瓶半的椰子奶。”

2.“低數學程度者”對加減法的結構概念不清，語句結構差，有資料不足的問題，也有缺乏問題情境或非數學問題的情形產生，且一般錯字較多”。結構觀念不清的，例如 GL2 用“再給”、“又買”或“共吃”來表示減法，BL3 用“下降”表示加法。語句結構差的，例如 BL2 在【7-2】的“嬰木花道有 42 台腳踏車他騎壞了？？台腳踏車，嬰木花道現在騎壞了 17 台腳踏車。”BL3 在【6-2】的“哥哥吃去了 5/3 的蛋糕，分給弟弟 1/4，還剩 17/12 的蛋糕。”GL2 在【6-4】的“有 12 塊大餅，2.5 元，爸爸吃掉 5/3 塊大餅，剩下 10/89。”GL3 在【6-4】的“銀行有一千萬元，賠了四千萬，又賠了全部的 1/3，銀行還剩下所有錢的 2/3。”等。

資料不足的，例如 GL3 在【7-2】的“周公有 42 台模型車，弄壞某某台，剩下多少台？”BL2 在【7-3】的“乾隆買大炮花掉 25 萬，乾隆只剩 17 萬。”等。缺乏問題情境的，例如 GL4 以“2 個蛋餅+1/4 的蛋餅+1.5 的蛋餅=15/4 的蛋餅。”來表示【2-4】2+1/4+1.5=5/4。非數學問題的，例如 BL3 以“哥哥今天考的題目是，12(?)25=37”及 BL4 以“我問媽媽說 12(?)25=37”來表示【3-4】12(?)25=37。GL4 以“徐出 42(　)25=17 讓我倆算。”來表示【7-4】42(　)25=17 等。這些情況可能是學生對擬題方式不熟悉所致。

至於錯字的情形，例如 BL1 的“1000 元以花 360 元…”及“糖果一包 5/9 棵糖公斤…”其中的“以”及“棵”為錯字。BL2 的“阿志有銷乾？吃掉 25 片，勝 17 片”，其中的“銷乾”及“勝”為錯字。BL4 的“阿鴻有 12 罐汽水，媽媽在給他 25 貫，共有〔〕灌”，其中的“在”、“貫”及“灌”皆為錯字。GL2 的“小明有 42 萬元，爸爸在給他 25 萬元…”及“小明早上吃二分之一的面包…”，其中的“在”及“面”均為錯字等。

3.“低數學程度者”極少會以「場所」為發展問題之主體。例如在【3-1】正確問題中，只有 9%的問題主體為其他類之「場所」，而其全為“高數學程度者”發展之問題，例如 BH4 的消防隊及汽車行、BH2 與 GH4 的教室以及 GH4 的玩具店與文具店等。其他類之「場所」佔【9-1】25 題正確題中的 64%，除了 BL3 的書架、GL2 的公車與 BL1 無主體三個外，其餘「場所」都是中、高程度者擬的，例如 BH3 的清水高中、BM4 的便利商店、GH4 的書局及 GM3 的福利中心等。至於在【10】的 5 題場所中也只有一位 BL2 是低數學程度者。

(五) 素材被發展的問題數與學生發展的問題數之排行榜分析

【表 5】列出每一個問題素材被發展的總題數，還有每位樣本學生在每一個問題素材上所發展的題數與每位樣本所發展問題的總題數。從中可知，32 個問題素材中，總題數多於 50 題的依序為【3-1】的 144 題、【2-1】的 114 題、【3-2】的 93 題、【4】的 69 題、【2-3】的 60 題及【1-2】的 52 題；而且再由【表 2】可知，此 6 個素材的正確率至少都在九成以上，由此反應出“問題數多”是“正確率高”的充分條件（但非必要條件）。因此促進學生發展問題的管道是需要的。

而學生出題毋論正確是否，總數至少 50 題的排行榜有 8 位，依次為 BH4（150 題）、BH2（141 題）、GL2（96 題）、GL4（74 題）、GH4（71 題）、GL1（67 題）、GL3（55 題）及 GH3

表 5：

	1-1題	1-2題	1-3題	1-4題	1-5題	2-1題	2-2題	2-3題	2-4題	3-1題	3-2題	3-3題	3-4題	4題	5-1題	5-2題	5-3題	5-4題	5-5題	6-1題	6-2題	6-3題	6-4題	7-1題	7-2題	7-3題	7-4題	8題	9-1題	9-2題	9-3題	10題	總計
BH1	1	2	2	2	1	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	1	1	1	1	1	1	1	39
BH2	1	1	4	2	1	24	3	5	4	22	29	4	2	15	2	1	1	1	1	5	1	1	1	1	1	1	1	2	1	1	1	1	**141**
BH3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	1	1	2	1	1	1	1	35
BH4	1	1	1	1	1	20	5	8	5	35	20	1	3	9	3	1	1	1	1	3	2	3	1	5	1	3	1	2	3	3	2	3	**150**
BM1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	1	1	1	1	34
BM2	3	1	1	2	1	1	2	5	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	2	1	2	1	1	1	1	1	1	2	1	1	2	1	46
BM3	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	1	1	2	1	35
BM4	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	33
BL1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	33
BL2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	32
BL3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	33
BL4	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	33
GH1	1	3	3	2	1	1	2	2	1	3	1	2	1	2	2	1	1	1	1	2	1	2	1	1	1	1	1	2	2	1	1	1	46
GH2	1	6	1	3	1	2	1	2	2	2	1	1	1	2	1	1	1	1	1	1	1	2	1	1	1	1	1	2	1	1	1	1	46
GH3	1	2	1	1	2	5	1	1	1	7	5	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	**50**
GH4	1	5	3	4	2	12	1	1	1	11	4	1	1	5	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	1	1	1	1	**71**
GM1	2	10	4	1	1	2	1	2	1	1	2	1	1	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	49
GM2	1	1	1	1	1	2	1	3	1	2	2	1	1	2	1	1	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	40
GM3	1	1	1	1	1	1	1	1	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	1	1	1	1	34
GM4	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	3	1	1	1	1	35
GL1	1	3	1	1	1	7	1	5	2	13	3	1	1	7	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	1	2	1	1	1	1	**67**
GL2	2	2	2	1	1	21	11	6	2	8	7	5	2	2	1	1	1	1	1	3	1	1	1	3	1	1	1	1	1	1	1	3	**96**
GL3	1	1	1	1	1	3	2	2	1	15	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	3	2	1	1	0	0	0	4	**55**
GL4	13	4	3	1	1	1	1	7	1	10	5	1	1	7	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	3	1	0	1	1	**74**
總計	41	**52**	38	33	26	**114**	43	**60**	37	**144**	**93**	35	28	**69**	28	23	25	24	25	33	26	28	24	32	28	28	24	39	26	24	26	34	1309

（50 題）；從中可發現，高、低數學能力學生各佔了一半。此結果支持同時也反駁 Silver 和 Cai (1996)的"好的解題者比差的解題者產生較多且較複雜的問題"論點；因為本研究高數學程度者發展的數學問題較多且創意較佳（之前已述），但是仍有 50%的低數學能力者亦發展出高排行榜的題數。由上節已知，雖然低數學程度者所發展的問題瑕疵不少（比如對加減法的結構概念不清、語句結構差等），然而在不考慮問題的品質下，本研究之低數學能力者能藉著 BBS，透過匿名，在無時空壓力下，毋視自己的弱點，放心的讓自己投入數學問題發展的活動中，他們已從一般數學課堂上沈默的邊緣人，變成參加者。甚至半數低能力者還踴躍擬題，此完全拜"上網的樂趣"及"BBS 的效益"所賜。

另外從中又發現，任何數學程度學生一旦對某一素材發展較多的問題時，這些問題多數均偏向類似情境（比如只改變主體或物件等）。其原因可能是與 Kilpatric (1987)所爭議的"聯結性（association）"有關。因為知識是如同一個許多想法聯結在一起之網絡而被呈現出來，而該網絡能被用去產生問題。許多學生是依靠首先發展之問題，然後再繼續產生下一個類似或對稱的問題。

結論與建議

針對本研究提出下列四點結論與建議：

一、透過網路的 BBS，不少低及中數學能力的學生對數學的看法有正向的改變，且全體樣本學生“有興趣”在將近一學期的時間裡，利用課外的時間“持續”上網，去發展數學問題，此反應出上網的樂趣能誘發學生「做數學」的意願。尤其是低數學能力者產生問題之數量提昇了，故“BBS 的效益”真的帶動“低數學”程度學生投入數學的活動中，他們從一般數學課堂上沈默的邊緣人，變成參加者。所以藉網路的 BBS 去誘發及促進學生「做數學」的意願是可行的，甚至 BBS 可被視為一個支援、協助“低數學”程度學生發展數學問題的管道。

二、由於學生的數學問題情境是在近半年的時光下所發展出來的，其能反應出孩童的日常生活經驗與數學認知程度，例如學童經驗物件傾向“吃的食物”與“金錢貨幣”，主體偏向“人名”與“親人”等，尤其是“小明”與“媽媽”是孩子最直接想到的主詞；而學童對“氣溫"與“時間”的概念不熟悉、也不擅於處理“異分母分數”的運算及加減法問題中的“動詞”等；並且學生只有在不得已的情況下，才會出「分數」的問題，而在分數的素材時，毋論數學程度的高低，學生常會有“數與量混淆”的狀況發生。在自由出題情況下，所有學生發展的問題幾乎全是帶有單位的「整數」，而且“單位”出現最多的是「元」，即屬於課本教材中「量」的「貨幣」單元。以上之發現可建議作為教材內容之參考。

三、學生最擅長發展的加、減法問題是最直接、具體且情境最熟悉之「添加型」、「物理操作的併加型」與「取走型」；依賴關鍵字之使用率高，並有高估關鍵字適用性的情形；發展的問題大都是平鋪直述的題目，即以「算式」或未知數在後的「算式填充題」之結構擬題；而學生在「算式填充題」出題的方式均只按照「數字」、「運算符號」及「未知數」出現的次序來發展，有的學生在其問題情境中用“？”、“(　)”、“某”或“某某”等來替代未知數“(　)”，有的甚至忽略“(　)”的存在。而一般高數學程度者是多產、多創意，中程度者是少產、少創意，半數低程度者則是多產、少創意；但三組發展之問題類型均變化不多。因此為了給學童熟悉各類型的機會，建議數學教材中的問題類型應該平均分配，情境儘量多元化；同時多用違反關鍵字的問題，並多以孩童的「日常生活數學」為範例，藉此讓學生認識數學在生活中的功用。

四、本研究只是一個探測性計畫，僅使用傳統以文字為主的 BBS 當工具，因此侷限了布題的內容及學生問題發展的表現。建議後續研究使用 WWW 上功能較強並可貼圖的 BBS，並儘可能收集來自全國各地(甚至國際)學生的問題，以發揮電腦網路「隨時、隨地、任何人」之功能。

【附錄 1】

【1-1】改變的添加型：小華上麥當勞，吃了一份漢堡兒童餐 65 元，又吃了一份雞塊兒童餐 75 元，現在他須付 140 元。

【1-2】概念操作併加型：小英鉛筆盒中有三枝鉛筆，二枝原子筆，她鉛筆盒中共有五枝筆。

【1-3】轉移型：昨天氣溫是 30 度，今天上升了 2.5 度。今天的氣溫是 32.5 度。

【1-4】來自減法的加法：小明有一些炫風卡，給了小蘭 7 張後，他還剩 25 張。小明原來有 32 張炫風卡。

【1-5】比較型：小玲吃了 1/5 個西瓜，小娟比她多吃了 1/4 個西瓜。小娟吃了 9/20 個西瓜。

【2-1】15 + 20 = 35

【2-2】1/2 + 1/3 =5/6

【2-3】0.5 + 3 = 3.5

【2-4】2 + 1/4 + 1.5 = 15/4

【3-1】12 + 25 = ( )

【3-2】12 + ( ) = 37

【3-3】( ) + 25 = 37

【3-4】12 (?) 25 = 37

【4】自由法：自由發揮加法的應用題

【5-1】改變的取走型：一家 7-Eleven 超商的電鍋內有 34 個茶葉蛋，小華買走了 15 個，現在這家超商剩下19 個茶葉蛋。

【5-2】併加型：老師以 5 本字典和幾本筆記本當作獎品，若老師將所有字典和筆記本一人一本的發給 13 位同學，則老師原來有 8 本筆記本。

【5-3】改變型：台灣現在是晚上 8 點，若有某一個國家的時間慢台灣 9 個小時，則該國家的時間是上午 11 點 。

【5-4】等化型（補不足）：某百貨公司宣稱購買 1000 元即可得到贈品，媽媽買了 930 元的書，則她必須再買 70 元的東西才可以得到贈品。

【5-5】追加型（找回加數）：一個生日蛋糕已經吃掉 7 分之 2(2/7)，還有 7 分之 5(5/7)還沒吃完。

【6-1】65 – 17 = 48

【6-2】5/3 – 1/4 = 17/12

【6-3】3 – 1.3 = 1.7

【6-4】12 – 2.5 – 3/5 = 89/10

【7-1】42 – 25 = ( )

【7-2】42 – ( ) = 17

【7-3】( ) – 25 = 17

【7-4】42 ( ) 25 = 17

【 8 】自由法：自由發揮減法的應用題

【9-1】35 + 17 = 52, 52 – 21 = 31

【9-2】180 – 100 = 80, 80 + 30 = 110

【9-3】1/2 – 1/3 =1/6, 1/6 + 3/6 = 2/3

【10】自由法：自由發揮兩步驟之加減法應用題

誌 謝

本研究承蒙國科員會專題研究計畫經費補助(NSC 89-2511-S-275-001)，特此致謝。同時對審查委員給予本文寶貴的意見與建設性的指正，獻上由衷的謝意。

參考文獻

1. 支毅君（1998）：我國國小中年級學生數感發展之研究，八十六年度數學教育專題研究計畫成果討論會摘要。行政院國家科學委員會科學教育發展處編印。
2. 王文科（1886）：教育研究法。台北市：五南圖書出版公司。
3. 古藤伶（1986）：兒童與創造思考，邱石虎譯，板橋教師研習會。
4. 吳德邦、馬秀蘭和翁玉雲（1997）：國小學童對減法文字題之研究。論文發表於八十六學年度教育學術研討會。花蓮市：國立花蓮師範學院。
5. 林碧珍和蔡文煥（1998）：數學、文化、和認知整合教學研究(一)：兒童文化活動類型與結構。論文發表於中華民國第十四屆科學教育學術研討會。高雄市：國立高雄師範大學。
6. 洪萬生（1996）：數學課程之文化。科學月刊, **27**(12), 2-19.
7. 馬秀蘭（1999a）：學童透過電子佈告欄系統進行數學解題之研究。論文發表於中華民國第十五屆科學教育學術研討會。彰化市：國立彰化師範大學。
8. 馬秀蘭（1999b）：學童數學態度及解題策略延後評量的分析--以 BBS 為溝通管道。論文發表於數理教學及師資培育研討會。彰化市：國立彰化師範大學。
9. 馬秀蘭（2000）：數學解題之研究--以BBS為工具。文章載於八十九學年度師範學院教育學術研討會論文集。新竹市：新竹師範學院。

10. 梁淑坤（1993）：透過瞭解師範學生的擬題行為去研究數學擬題和數學知識、創意、及作業模式的關係。匹茲堡大學教育學院博士論文（未出版）。
11. 梁淑坤（1995）：師範生擬題行為之研究。行政院國家科學委員會(NSC)，NSC84-2511-S023-001。
12. 梁淑坤（1997a）：擬題能力之評量：工具之製作。行政院國家科學委員會(NSC)，SC84-2511-S023-006。
13. 梁淑坤（1997b）：擬題與數學課程之融合。行政院國家科學委員會(NSC)，NSC85-2511-S023-003。
14. 黃正文（1996）：應用網際網路推行環境教育之研究－以電子佈告欄系統為例。台北市：國立臺灣師範大學碩士論文（未出版）。
15. 黃素華（1988）：國小數學科加法教材類型之分析研究。國教學報, **1**, 107-115。
16. 黃素華（1989）：國小數學科減法教材類型之分析研究。國教學報, **2**, 153-182。
17. 甯自強（1992）：兩步驟的問題，教師之友, **34**(2), 45-49。
18. 甯自強（1993）：數的運算概念啟蒙 『算式填充題』的引入 。教師之友, **34**(1), 35-39。
19. 楊美伶和蔣治邦（1992）：國民小學數學科加減法教材關鍵字之分析研究，國教學報, **4**, 109-128。
20. 楊惠如（2000）：擬題活動融入國小三年級數學科教學之行動研究。嘉義市：國立嘉義大學碩士論文（未出版）。
21. 楊錦潭和林佳毅（1998）：互動式 Java 程式語言遠距課程設計。文章載於中華民國第十四屆科學教育學術研討會。高雄市：國立高雄師範大學。
22. 劉秋木（1996）：國小數學科教學研究。台北市：五南圖書出版公司。
23. 鄭英豪（1990）：比的參數與比例關係式的瞭解。台北市：國立台灣師範大學碩士論文（未出版）。
24. Allen, M. S. (1993). *Robin Hood in his sherwood forest: Audience, gender and a freshman bulletin board*. Paper presented at the annual meeting of the conference on College Composition and Communication.
25. Baroody, A. J. (1993). *Problem solving, reasoning, and communication (K-8): Helping children think mathematically*. New York: MacMillan.
26. Bebout, H. C. (1990). Children's symbolic representation of additional and substraction word problems. *Journal for Research in Mathematics Education*, *21*(2), 123-131.
27. Behr, M. J., Wachsmuth, I., & Post, T. R. (1985). Construct a sum: A measure of children's understanding of fraction size. *Journal for Research in Mathematics Education, 16,* 120-131.
28. Bishop, A. J., & Abreu, G. de (1991). *Children's use of outside-school knowledge to solve mathematics problems in school.* Paper presented at the Proceedings 15th PME Conference. Italy.
29. Carey, D. A. (1991). Number sentences: Linking addition and subtraction word problems and symbols. *Journal for Research in Mathematics Education*, *21*(4), 266-280.
30. Carpenter, T. P., & Moser, J. M. (1984). The acquisition of addition and subtraction concepts in grades one through three. *Journal for Research in Mathematics Education, 15*, 179-202.
31. Carpenter, T. P., Moser, J. M., & Bebout, H. C.

(1988). Representation of additional and substraction word problems. *Journal for Research in Mathematics Education*, *19*(4), 345-357.

32. Charles, R., & Lester, F. (1982). *Teaching problem solving: What, why and how.* Palo Alto, CA: Dale Seymour.
33. Connolly, P. (1989). Writing and the ecology of learning. In P. Connolly & T. Vilardi (Eds.), *Writing to learning mathematics and science* (pp.1-14). New York: Teacher College Press.
34. Davis, G. (1984). *Learning mathematics: The cognitive science approach to mathematics education*. Norwood, NJ: Ablex.
35. Davis, G., Hunting, R. P., & Pearn, C. (1993). What might a fraction mean to a child and how would a teacher know? *Journal of Mathematical Behavior*, *12*, 63-76.
36. Ellsworth, J. H. (1991). *Electronically mediated learning among adults*. Paper presented at the National Conference on the Adult Learner.
37. Ellerton, N. F. (1986). Children's made up mathematics problems--a new perspective on talented mathematicians. *Educational Studies in Mathematics*, *17*, 261-271.
38. English, L. D. (1998). Children's problem posing within formal and informal contexts. *Journal for Research in Mathematics Education*, *29*(1),83-106.
39. Eslick, K. M. (1993). *Status of educational computer bulletin board systems available to Southern California*. Unpublished master theme, California State University, Long Beach.
40. Fennema, E., Franke, M. L., Carpenter, T. P., & Carey, D. A. (1993). Using children's mathematical knowledge in instruction. *American Educational Research Journal, 30,* 555-583.
41. Figueiredo, A. D., & Steele, R. (1992). *A Trans-European network for education and training*. Commission of the European Communities, Brussels (Belgium).
42. Fischbein, E., Deri, M., Nello, M. S., & Marino, M. S. (1985). The role of implicit models in solving verbal problems in multiplication and division. *Journal for Research in Mathematics Education, 16*, 3-17.
43. Fuson, K. C. (1992a). Research on whole number addition and subtraction. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp.243-275). New York: MacMillan Publishing Company.
44. Fuson, K. C. (1992b). Research on learning and teachimg addition and suntraction of whole numbers. In G. Leinhardt, R. Putnam & A. Hattrup (Eds.), *Analysis of arithmetic for mathematics teaching* (pp.53-187). Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
45. Ginsburg, H. P. (1982). *Children' s arithmetic*. Austin, TX: Pro-Ed.
46. Healy, C. C. (1993). *Creating miracles: A story of student discovery*. Berkeley, CA: Key Curriculum Press.
47. Hiebert, J. (1988). A theory of developing competence with written mathematical symbols. *Educational Studies in Mathematics, 19*, 333-355.
48. Hiebert, J., & Carpenter, T. P. (1992). Learning and teaching with understanding. In A. D. Grouws (Ed.), *Handbooks of research on mathematics teaching and learning* (pp.65-97). New York: MacMillan Publishing Company.
49. Hiebert, J., & Wearne, D. (1988). Instruction

and cognitive change in mathematics. *Educational Psychologist,23*, 105-117.

50. Hiebert, J., & LeFevre, P. (1986). Conceptual and procedural knowledge in mathematics：An introductory analysis. In J. Hiebert (Ed.), *Conceptual and procedural knowledge:The case of mathematics* (pp.199-223). Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
51. Hodgin, K. W. (1987, April). *Teaching mathematics through a writing experience approach*. Paper presented at the annual meeting of the National Council of Teachers of Mathematics, Anaheim, CA.
52. Johanson, T. L. (1996). *The virtual of an online classroom: Participant interactions in a community college writing class delivered by computer-mediated communication (CMC).* Unpublished doctoral dissertation, Oregon State University, Oregon.
53. Kerslake, D. (1986). *Fractions: Children's strategies and errors. A report of the strategies and errors in secondary mathematics project.* Windsor, Berkshire, England: NFER-NELSON.
54. Kilpatrick, J. (1987). Problem formulating: Where do good problems come from? In A. H. Schoenfeld (Ed.), *Cognitive science and mathematics education* (pp.123-147). Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
55. Kouba, V. L., Brown, C. A., Carpenter, T. P., Lindquist, M. M., Silver, E. A., & Swafford, J. O. (1988). Results of the fourth NAEP Assessment of Mathematics: Number, operations, and word problems. *Arithmetic Teacher, 35*(4),14-19.
56. Lampert, M. (1990). When the problem is not the question and the solution is not the answer: Mathematical knowing and teaching. *American Educational Research Journal,27,*29-63.
57. Lave, J. (1977). Cognitive consequence of traditional apprenticeship training in west Africa. *Anthropology and Education Quarterly, 16*(30), 171-176.
58. Lave, J. (1988). *Cognitive practice*. New York: Cambridge University Press.
59. Lave, J., & Wenger, E. (1991). *Situated learning: Legitimate peripheral participation*. New York: Cambridge University Pess.
60. Leinhardt, G. (1988). Getting to know: Tracing student's mathematical knowledge from intuition to competence. *Educational Psychologist, (23)*2,119-144.
61. Lesh, R., Behr, M. J., & Post, T. R. (1989). Proportional reasoning. In J. Hiebert & M. Behr (Eds.), *Number concepts and operations in the middle grades*. NCTM.
62. Leung, S. S., & Wu, R. X. (1999). Problem posing with middle grades mathematics: Two real classroom examples. *Mathematics teaching in the middle school, 5*(2), 112-117.
63. Lewis, A. B. (1989). Training students to represent arithemetic word problem. *Journal of Educational Psychology, 81*, 521-531.
64. Ma, H. L. (2000). *An exploration of aspect of Schoenfeld's mathematical problem solving.* Paper presented at Second International Conference on Science, Mathematics and Technology Education, National Taiwan Normal University, Taiwan.
65. Mack, N. K. (1990). Learning fractions with understanding: Building on informal Knowledge. *Journal for Research in Mathematics Education, 21*(1),16-32.
66. Mack, N. K. (1995). Confounnding whole-number and fraction concepts when building on informal knowledge. *Journal for Research in*

Mathematics Education, *26*(5), 422-441.

67. Montana State Office of Public Instruction. (1991). *About METNET: Montana educational telecommunications network*. Laws of Montana, 52nd Legislature, Montana.
68. Muzio, J. A. (1992). *A comparison of mainframe and personal computer based bulletin board systems for computer-mediated communications in distance education courses*. Canada; British-Columbia.
69. National Council of Teachers of Mathematics (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Virginia: Author.
70. National Council of Teachers of Mathematics (1991). *Professional standards for teaching mathematics*. Reston, Virginia: Author.
71. Nohda, N. (1984). The heart of 'open-approach' in mathematics teaching. In T. Kawaguchi (Ed.), *Proceedings of ICMI-JSME regional conference on mathematical education* (pp.314-318). Tokyo: Japan Society of Mathematics Education.
72. Perez, J. A. (1986). Effects of student-generated problems on problem solving performance (Doctoral dissertation, Columbia University, 1985). *Dissertation Abstracts International*, *46(*10), 2954.
73. Reitman, W. (1965). *Cognition and thought.* New York: Wiley.
74. Rudnitsky, A., Etheredge, S., Freeman, J. M., & Gilbert, T. (1995). Learning to solve addition and subtraction word problems through a structure-plus-writing approach. J*ournal for Research in Mathematics Education*, *26*(5), 467-486.
75. Saxe, G. B. (1988). Candy selling and math learning. *Educational Research, 17*(6), 14-21.
76. Silver, E. A. (1993). On mathematical problem posing. In N. Nohda & F. L. Lin (Eds.), *Proceedings of the seventeenth annual meeting of the international group for the psychology of mathematics education, Vol 1* (pp.66-85). Tsukuba, Japan: Author.
77. Silver, E. A. (1994). On mathematical problem posing. For the Learning of Mathematics, *14*(1), 19-28.
78. Silver, E. A. (1995). The nature and use of open problem in Mathematics Education: Mathematical and pedagogical perspectives. *International Reviews on Mathematics Education*, *2*, *67-72.*
79. Silver, E. A., & Cai, J. (1993, April). Mathematical problem posing and problem solving by middle school students. Poster session at the annual meeting of the American Educational Research Association, Atlanta, GA.
80. Silver, E. A., & Cai, J. (1996). An analysis of arithmetic problem posing by middle school students. *Journal for Research in Mathematics Education*, *27*(5), 521-539.
81. Sowder, L. (1989). Choosing operations in solving routine story problems. In R. I. Charles & E. A. Silver (Eds.), The teaching and assessing of mathematical problem solving (pp.148-158). illsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
82. Spanos, G. (1991). Cultural considerations in adult literacy education. *ERIC Digest.* U.S., District of Columbia
83. Stern, E. (1993). What makes certain arithematic word problems involving the comparison of sets so difficult for children? *Journal of Educational Psychology*, 85, *7-23.*
84. Stigler, J. W., Fuson, K. C., Ham, M., & Kim,

M. S. (1986). A analysis of addition and subtraction word problems in American and Soviet elementary mathematics textbooks. *Cognition and Instruction, 3*,153-171.

85. Stovanova, E., & Ellerton, N. F. (1996). A framework for research into student' s problem posing in school mathematics. In Corwin, R. B. (Ed.), *Talking mathematics: Supporting children' s voices*. Portsmouth, NH.
86. Tsai, W. H. (1996). L*inkage between formal knowledge and informal knowledge: Teaching arithmetic based on children' s cultural activities*. Unplished doctoral dissertation, University of Minnesota, Minnesota.
87. Tsubota, E. (1987). *On children's problem posing (grade 1 to 3)*. Japan.（日本書）.
88. Usiskin, Z., &. Bell, M. (1983). *Applying arithmetic: A Handbook of Applications of Arithmetic. Part II*. IL: Chicago University.
89. Wallerstein, N. (1983). *Language and culture in conflict: Problem-posing in the ESL classroom*. Reading, MA: Addison-Wesley.
90. Winograd, K. (1990). *Writing, solving and sharing original math story problems: Case studies of fifth grade children's cognitive behavior*. Unpublished doctoral dissertation, The University of Northern Colorado, Colorado.
91. Zoni, S. J. (1992). *Improving process writing skills of seventh grade at-risk students by increasing interest through the use of the microcomputer, word processing software, and telecommunications technology*. Unpublished doctoral dissertation, Nova University, Florida.

A Study of Developing Mathematical Problems about Addition and Subtraction via Computer Network

Hsiu-Lan Ma
Ling Tung College

Abstract

This study was conducted through two semesters. In the first semester, 24 students developed mathematic al problems about addition and subtraction on the Bulletin Board System (BBS). In the second semester, the researcher collected all the problems students had developed on the BBS in the first semester. Then those problems were analyzed by type of problems situation and the students' daily experiences. In addition, students' misconceptions were examined. The data indicates that the BBS could induce students to do mathematics and let low mathematics abilities who normally are indifferent and do not participate become participants. Thus, we might view the BBS as a venue to assist students with low mathematics abilities to develop mathematical problem.

Key word: Addition and Subtraction, Bulletin Board System (BBS), Developing Problem Situation (Problem Posing).