科學教育學刊
2001, 第九卷第四期, 401-416

Chinese Journal of Science Education
2001, 9(4), 401-416

用 CAL 探討五專生學習與二次函數相關數學概念之研究

胡瑞明
永達技術學院 共同科

(投稿日期：民國 88 年 8 月 16 日，修訂日期：90 年 10 月 3 日，接受日期：90 年 12 月 4 日)

摘要：本研究主要以自行設計之電腦輔助學習軟體探討五專一年級不同程度的學生在學習二次函數相關問題上之迷思概念及學生學習本 CAL 之巡航類型、學習成就。以本校電機科一年級（兩班），依據一年級上學期數學平均成績分為高、中、低三組，從中分別各取二十名，共六十名分成實驗組（三十名）與控制組（三十名）為研究對象。對實驗組施以 CAL 軟體，控制組則否。研究結果顯示：（1）統計結果顯示實驗組和控制組之學習成效達顯著的差異，實驗組較控制組為佳（2）CAL 教材之學習成效:高分組大於中分組、中分組大於低分組（3）CAL 教材之學習成效：對於低分組來說確不具有顯著的差異（4）使用 CAL 學習時之巡航類型：多數巡航類型屬循序性（63%），但在低分組則非循序性巡航類型較多（5）有一些共同迷思概念出現在與二次函數相關概念之學習上。

關鍵詞：電腦輔助學習，迷思概念，二次函數。

壹、緒論

對大多數的非數學教師而言，都渴望學生具有基本計算技巧與能力及清晰數學觀念，使得教師在教學上或學生在學習其專業領域知識時能事半功倍，但是這並非是所有技職體系的教師都認為容易達成的事，尤其是對於多數私立技職院校。從認知的觀點來說，學習是學習者主動建構、了解新舊知識之間關係及連結的過程。所以學生先前之迷失概念與錯誤計算技巧會阻礙學生的學習，因此，一些學者提出不同學習模式，以促進學生的學習（徐國樹, 1996; 許桂敏, 1989）。數學是屬於較抽象化、符號化的一門學科，由於多數私立技職院校的學生在抽象邏輯思考、演繹推理上遭遇困難，因此造成學習成就低落進而在專業科目學習面臨挫折（王振瀛, 1984，認為大部分起因於數學統整能力不足）。因此，多位學者提出多種不同教學方式，以促進學習的可行性及消除學生的學習障礙（王振瀛, 1984; 徐國樹, 1996; 許桂敏, 1989）。其中又以電腦輔助教學的成效最被推許（如 Burns & Boseman, 1981; Dalton & hannafin,1988; Merrill,1984; 陳英娥, 1992）。

早期電腦輔助教學（Computer-Assisted Instruction,CAI）是利用學習者與電腦所呈現的訊息進行刺激與反應的聯結，產生增強作用以建立新的知識。因為人們感覺到應該由學習者的反應來控制教材的流程，所以分歧式程式就因此被發展出來，此時學習者可依據個人需求自行選擇教材以及自行控制學習的速度，從此 CAI 就朝向以學習者為中心的電腦輔助學習(Computer-Assisted Learning 簡稱 CAL)。因此，本研究從教學多元化及個別化學習的觀點，嘗試以自行所發展電腦輔助學習軟體探討五專生學習效果與使用情形，亦可作為將來設計電腦輔助學習教材之參考。

貳、研究目的

一、研究目的

本研究之目的在於探討本校五專電機科一年級學生透過本研究所發展之 CAL 教材，學習「與二次函數相關問題」概念之情況－如學習成效、迷思概念、巡航類型、CAL 教材有助於哪些概念的學習等方面。因此，本研究之待答問題為：(一)、控制組（自行閱讀書面教材)、實驗組（使用 CAL 教材）在學習「與二次函數相關問題」概念上之學習成效是否有差異?(二)、不同學習成就（高、中、低分組三組）的學生，透過本研究所發展之 CAL 教材，學習「與二次函數相關問題」概念之學習成效是否有差異?(三)、本研究所發展之 CAL 教材，對於學生學習哪一類主題概念成效比較有幫助?(四)、不同學習成就（高、中、低三組）的學生在學習 CAL 教材時有哪些巡航類型?(五)、不同學習成就（高、中、低三組)的學生在學習「與二次函數相關問題」概念時有哪些迷失概念?

二、名詞解釋

1.迷思概念(Misconception)—學生在學習過程中，以其原有的經驗或想法為基礎，與新的資訊產生交互作用，內化所接受的新資訊，而原有的想法與專家概念不同者稱之。

2.巡航類型(Navigational pattern)—指在學習過程中，學習者依序或非依序選擇節點來閱讀之學習方式。

叁、文獻探討

一、電腦輔助學習的理論基礎

CAL 一詞具有相當廣泛的含意。凡是有關電腦在教育上的應用均屬之，因此它的範圍包含有傳統的 CAI、電腦引導教學(Computer-directed Instruction, CDI)、電腦管理教學(Computer-managed Instruction, CMI)、電腦加強教學(Computer-Enhanced Instruction, CEI)等等。Nelson (1978)首先創造「超文件」一詞即是以非循序性的方式呈現文章內容，超文件的使用者可任意連結相關的節點，因此有助於記憶、理解與觀念的建構。超文件在教學上提供許多優點，如：「有較大的參與感及自主性」(Kearsley, 1988)、「(1)它容許學習者立即取得大量資訊其取用幾乎沒有任何限制，學習者可以由許多不同位置取得同一資訊這是傳統循序性的本文所不能做到的(2)它能呈現所有要傳達的知識」(Jonassen,1988b)。相對的也有一些潛在的問題，如超文件的非循序性可能導致特異的或意外的關聯型式。Jonassen（1988）認為超文件可能產生統整之困難。給初學者帶來資訊超越或學習方向迷失的困擾。

認知學習理論學家認同層狀結構超文件（即學習者必須完成所有次概念後方可進入主概念；次概念底下亦可有支概念，各支概念間沒有迴路，故形成樹狀結構）及網狀結構超文件（主概念、次概念與支概念間可多重聯結形成網狀結構）之電腦輔助學習系統。教師之教

學是否有效，學生是否達成有意義的學習，學習成就是其觀察指標。而學習成就與學習內容的重現方式、學習者處理學習內容的能力及方法有密切的關係。Jonassen (1986)研究顯示層狀結構超文件及網狀結構超文件在教學上是同樣成功的。Melara (1996)研究顯示學習者使用網狀結構超文件完成教學所花費的時間較使用層狀結構超文件來得少，學習成就上沒有顯著的差異。學習者易迷失在相關的節點上（只因有大量資訊存在），學習者也易迷失在路徑的尋求上（只因節點之聯結產生學習環境的多方向性）。因此不同特性之學生會採取不同的學習路徑以達成對知識取得及目標節點的到達。本節針對設計 CAL 軟體所依據各教育理論逐一敘述。

(一)符合行為主義學派主張

行為主義學派主張學習乃是由於刺激與反應之關係的聯結，而這些聯結的形成又受增強、練習等因素的影響。行為主義學派的觀點為教學是以教師為中心而學習者只是被動地接受教學之刺激並予以反應而已。一套精心設計的電腦教材可以很快的把學習效果顯現出來，對增強學習有正面效果，這頗符合行為主義學派的觀點。當學生作答正確或表現出教學目標所預期的行為時，電腦可給予正面的肯定，以鞏固該行為的學習效果也就是所謂的正增強。這正符合 Godfery and Sterling (1982)所認為的正增強具有鼓勵學習者朝著教學目標前進，並且告知學習者他已達成的教學目標。

(二)符合認知心理學派主張

認知心理學派除了強調與週遭環境互動外，認知心理學者重視學習者的心智活動與「知的歷程」（張春興, 1991）。認知心理學者也極力肯定學習者控制的重要性，就學習者控制及程式控制之電腦輔助教學軟體之行為效應來說，許多研究結果支持學習者控制較能增進學習成效（如 Park & Tennysun, 1980; Shyu & Brown, 1992, 1995 等等）但也有不少研究結果肯定程式控制之教學能產生更多人控制的感覺，可促進內在的學習動機。當然，一個電腦輔助教學軟體可能同時滲有學習者控制或程式控制不同策略之特性。

(三)符合建構主義學派主張

建構主義學派主張積極地建構個人內在心智與主觀認知的過程。學習者的角色不再被視為被動的資訊接受者而應是主動積極地參與學習歷程，並自行統整與建構完整的知識，並強調二者互動的過程。因此一套依據學習者的學習反應型態、特質並判斷其學習能力而提供難易適度的電腦輔助教學軟體可給學習者練習的機會，學習者可依個人的能力、目的，自己掌握學習進度，如此可以增加人機互動關係使學生主動學習，增進學習成效。

二、相關實證研究

以下就電腦輔助教學軟體應用在教學與學習，及學生學習與「二次函數」相關概念上之研究兩方面予以討論：

(一)電腦輔助教學軟體應用在教學與學習上之研究

使用電腦輔助教學軟體應用在教學與學習上持肯定答案者如：邵正忠（1995）使用 CAL 診斷國中生在化學計量之概念發展；金忠立（1996）以氣體化學為題材研究國中三年級學生使用 CAL 學習成效; 胡俊宏（1997）以彰化師大附屬高工機械科一年級學生為對象探討學生特質與不同合作學習模式對製圖學習成效的影響；陳坤木（1994）探討國小五年級學生數學科使用 CAL 之學習成效；許桂敏和陳守治（1994）比較電腦教學與傳統教學對高工生在微積分上的學習效果;許瀚濃（1997）對國中生實施多媒體 CAL；鄭禧慧（1995）以三用電表為題材探討大一學生使用 CAL 學習成效；劉適存（1990）對工職一年級學生配合課

程內容，實施 CAL 及計算器。其他應用 CAL 探討學生之迷思概念者如：林正輝針對五專生探討學習分析化學之迷思概念；陳建志（1997）針對大一學生探討學習電路實驗設計之迷思概念。由以上可知 CAL 在學習成效上被肯定及被使用在迷思概念之探討上，因此本篇嘗試以 CAL 探究五專一年級學生在學習與「二次函數」相關概念上之學習成效與迷思概念。

(二)與「二次函數」相關概念上之研究

在數學學習過程中，有些概念是相當基本且重要的，函數概念是屬於其中之一，這可由相當多有關函數概念的學習與性質的研究中如：Dreyfus and vinner (1982), Dreyfus and Eisenberg (1987), Kleiner (1989), Lovell (1971), vinner and Dreyfus (1989)得知。而二次函數屬中學之函數課程中極重要的學習主題，從許多學者(Goldenberg,1988; Janvier,1987; Kaput,1985; Schoenfeld,1987; Yerushalmy and Gafni, 1992)針對二次函數的學習表徵及轉換進行研究中，可見二次函數學習的重要性，其焦點都在探討函數代數與圖形的轉換。

學生在學習線性函數及解二次方程式後，再進行二次函數的學習，這是傳統的學習過程，Matz (1982)認為大部份代數的錯誤來自於學習者對於該問題的特徵具膚淺的先備認知。因此不少學者探討一些相關錯誤概念、認知發展層次的研究，如：金王麒（1987）探討國中生所存在「絕對值」及「不等式」的錯誤概念，以自編之工具對國中生進行筆試與口試，由答案之分析得知國中生對此二概念尚未徹底瞭解及所存在的一些錯誤概念。另以補救教學問卷對 350 位國中教師調查結果發現，若任課教師能針對學生易犯的錯誤概念，事先加以說明或事後施以適當的補救教學，則可增進教學效果；李文正（1997）藉由(1)探討國中生對特定代數（一元一次方程式）內容的了解與詮釋，以及解題時策略來分析概念圖（Concept Map）的可能簡化模式(2)先建立一元一次方程式的局部概念圖（Local Concept Map）資料庫，再透過此資料庫設計一份測驗卷，藉以評鑑學生在該單元的認知，來建構學生的工作概念圖(Working Concept Map)，以此 WCM 探討學生在解題策略上的迷思概念。其綜合發現：以 LCM 為基本結構來分析學生的迷思概念有相當高的實用性，尤其是藉助電腦的分析老師可以藉此去評量學生的學習狀況，以進行補救教學；陳燕香（1993）探討不同認知層次之國中生在二元一次不等式圖解過程的研究中指出：學生對文字符號和不等式符號概念的不清楚，使得對一個代數不等式所代表的意義無法了解，因而不能進行代數式的圖解。學生不求徹底的理解，多以僵化式的記憶，機械式的演算；吳鐵雄（1987）對三所國中二年級學生進行 CAI 補救教學後發現在二元一次方程式和比例二單元方面控制組與實驗組無顯著差異; Yen and Law（1993）探討我國國中生在學習線形函數和二次函數時的認知發展過程。根據從 120 位樣本國中學生在回答問卷中抽出 30 人作面談，而建立此二函數基因分解;顏啟麟、陳昭地和羅昭強（1992）透過電腦的使用提供國中生線形函數和二次函數概念的動態表徵，並從學生的觀點，研究國中生對線形函數和二次函數概念的了解是否可建立認知發展層次，且嘗試利用反射抽象來解釋此認知發展層次。同時探討國中生對線形函數和二次函數的思考模式和錯誤類型。根據 Dubinsky 的理論找出線形函數和二次函數概念的基因分解，並提供給教師一個符合學生學習線形函數和二次函數概念的認知發展過程模式；鄭芳枝（1994）在建立國中數學「幾何技能」與「解題能力」學習進展指標中分析國中生幾何領域所應學習的技能，張景媛（1994）探討學生在數學文字題上所產生的錯誤概念，並探究學生如何建構出正確的數學概念。但 Zaslavsky（1997）認為這樣傳

統的教學順序（先學習線性函數及解二次方程式後再學習二次函數）會妨礙二次函數的學習，並指出學生在學習二次函數時最常遇見的五種阻礙概念發展之障礙：(1)以視覺上所看到的圖形解釋幾何圖形(2)二次方程式與二次函數關係的錯誤類推(3)線形函數與二次函數關係的錯誤類推(4)不了解二次函數的代數型式會有可能轉變(5)過度強調特殊點的單一座標，及以代數轉換成幾何圖形，而非幾何圖形轉換成代數的學習模式。因此，探究學生在學習二次函數過程中的迷思概念與補救學生自我建構出正確的學習模式及二次函數概念，是本研究旨趣之一。

從以上文獻探討，發現以 CAL 探討二次曲線-拋物線之研究在文獻上則未出現。對於同屬中學階段但數理程度較弱之多數私立五專一、二年級學生而言，在學習與二次函數相關數學概念上更容易出現錯誤概念，且較不易建構出正確的二次函數概念確，又由於入學管道的多元化，學生的數理程度更參差不齊，這更值得加以研究克服。因此本研究從學習與二次函數相關數學概念上，發展 CAL 教學軟體是一項新的嘗試。

肆、研究設計

一、研究樣本

本研究採用適當控制的實驗設計之等組前後測設計（郭生玉, 1994）（如圖 1）。本研究的內容「與二次函數相關問題」涵蓋國中與五專一年級數學，因此以五專一年級學生為研究對象（這些學生均已學過「與二次函數相關問題」），將其分成控制組與實驗組以考驗學習效果。基於樣本取得存在一些限制:如電腦教室數量與使用時機、教師配合度、學生配合度等因素，僅能以本校五專電機科一年級學生為母體，依據一上數學分數將五專電機科一年級兩班學生分成高分組、中分組、低分組三組，從三組隨機選擇每組各 20 名分派到實驗組（使用 cal 教材，共 30 名）與控制組（使用書面教材，共 30 名）。

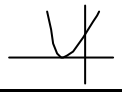
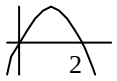
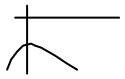
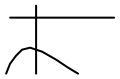
二、研究工具

(一)前、後測工具

參考有關二次函數、二次方程式（拋物線）、不等式、多項式、（一元）二次方程式等方面迷思概念或錯誤概念有深入研究之文獻（金王麒, 1987; 陳燕香, 1993），依據國中數學與五專一、二年級數學與本研究相關內容命題，再經兩位數學教師就題目之學理、敘述、不妥處加以討論、修改。本測驗經過兩次預試-對象分別是二、三年級與一年級，經難度（順序尺度法）、鑑別力分析（內部一致性），將不在標準內（難度可接受範圍 0.3 0.7、鑑別力最低標準 0.25）之不良試題刪除（教育部技職司，1989），並經依據庫-李信度公式求得庫－李信度為 0.81，最後以封閉型問題是非題 10 題，選擇題 20 題形成前、後測題庫（前、後測題目類似，只改變函數圖形、不等號方向或係數）。此外在文獻中，鄭芳枝（1995）、謝豐瑞（1994, 1995, 1996）等學者的研究均是作為發展前、後測工具的參考。前、後測題型主要分成四類：(A)二次函數（拋物線）基本概念-測知學生是否建構函數的概念、代數與幾何圖形轉換及相互間關係(B)一元二次方程式與二次函數關聯性－測知學生是否建構二次函數與二次方程式相互間關係(C)一元二次不等式與二次函數關聯性－測知學生是否建構二次函數與二次不等式相互間關係(D)二次多項式與二次函數關聯性－測知學生是否建構二次函數與二次多項式相互間關係。題目（限於篇幅僅列出部份）與隸屬題型如（圖 2：前、後測部份題目與其隸屬題型）所示。

R O_1 X O_2 （R 表示受試者是隨機選擇分派到各組）
（O 表示觀察分數或測驗分數）
R O_3 O_4 （X 表示研究者所操縱的實驗變項）

圖 1：適當控制的實驗設計之等組前後測設計模式

題　目	涉及主題及概念
1 已知 $f(x)=ax^2+bx+c$ 通過點 (h, k) 則 $h=ak^2+bk+c$	二次函數
2  已知左圖為 $f(x)=ax^2+bx+c$ 圖形則下列何者正確？ (1) $a>0$ (2) $a=0$ (3) $a<0$ (4) $a=-1$	二次函數
3  已知左圖為 $f(x)=ax^2+bx+c$ 圖形則 $ax^2+bx+c=0$ 有相異兩實根	二次方程式與二次函數關係
4  已知左圖為 $f(x)=ax^2+bx+c$ 圖形則下列何者正確？ (1) $b^2-4ac>0$ (2) $b^2-4ac=0$ (3) $b^2-4ac<0$ (4) $b^2-4ac=-1$	二次方程式與二次函數關係
5  已知左圖為 $f(x)=ax^2+bx+c$ 圖形則 $ax^2+bx+c>0$ 之解為 $0<x<2$	二次函數與一元二次不等式關係
6  已知左圖為 $f(x)=ax^2+bx+c$ 圖形則 $ax^2+bx+c<0$ 之解為 (1) 無實數解 (2) 任一數 (3) $x>0$ (4) $x<0$	二次函數與一元二次不等式關係
7  已知左圖為 $f(x)=ax^2+bx+c$ 圖形則 $f(x)$ 之值恆正	二次多項式函數
8 已知 $f(x)=-2(x-1)^2+3$ 則下列何者正確? (1) 當 $x=1$ 時 $f(x)$ 有極大值 3 (2) 當 $x=1$ 時 $f(x)$ 有極小值 3 (3) 當 $x=-1$ 時 $f(x)$ 有極大值 3 (4) 當 $x=-1$ 時 $f(x)$ 有極小值 3	二次多項式函數

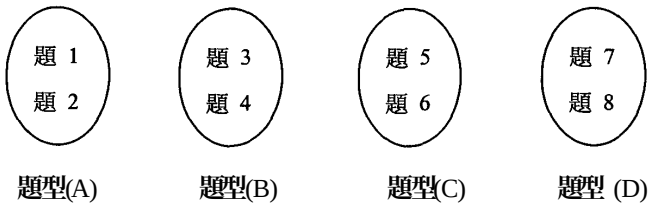


圖 2：前、後部份題目與其隸屬題型

(二)教材之發展

依據國中數學與五專一、二年級數學與本研究相關內容摘錄成書面資料作為控制組教材，發展 CAL 學習軟體作為實驗組之教材。學習軟體之超文件環境設計是採網狀結構類，學習者可以自由地巡航於各主題或節點之間，支配學習內容、速度、歷程或調整其認知結構。系統會記錄學習者巡航路徑、時間、次數及作答情形。本學習軟體經從事科學教育專家學者、數學教師、軟體設計專家提供意見，並經學生試用不斷修改而成。

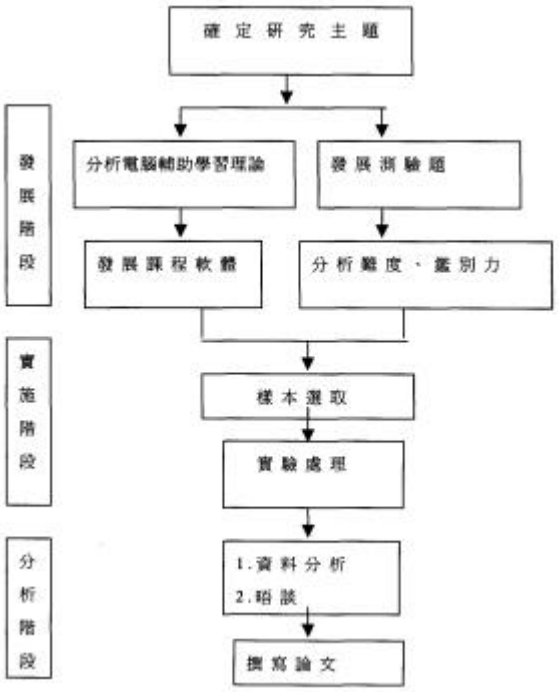


圖 3：研究流程

三、研究程序

本研究主要的實施步驟如下（研究流程見圖 3）：

(一)發展階段：

1. 確定研究主題。
2. 蒐集資料、文獻作為發展教學軟體之理論基礎及設計之依據。
3. 發展前、後測之測驗題及預試。
4. 設計、測試教學軟體。

(二)實施階段：

1. 進行團體紙筆前測之測驗卷作答。
2. 進行實驗處理：前測後兩週，控制組全組一起閱讀書面教材約一小時、實驗組全組一起上機使用 CAL 教材約一小時。
3. 進行後測：實驗處理後隔日實施。

(三)分析階段：

1. 分析資料
2. 針對受測者錯誤之概念與次觀念與受測者進行晤談。
3. 撰寫論文。

四、資料分析

(一)使用 t-test 檢定兩者前、後測之平均值，恐前測影響後測，因此以前測當共變量，學習成就（分高、中、低三組）、學習教材類型當自變項，進行二因子共變數分析(analysis of convariance, ANCOVA)，以考驗兩組成效的差異是否達到顯著水準（回答待答問題一）。(二)由二因子共變數分析與杜凱氏 HSD 法（如果變異數分析的 f 值達到顯著水準，再進行所有可能的事後比較，以找出哪一對平均數之間有顯著差異存在的方法之一)之事後比較學習成效是否有差異（回答待答問題二）。(三)由多變量變異數分析（multivariate analysis of variance, MANOVA）（表 7、8）之賀德臨二樣本 T^2 統計檢定分析及探討對於學生學習哪一類主題概念成效比較顯著（回答待答問題三）。(四)以 CAL 軟體自行記錄學習者的學習路徑、次數、操作時間來了解學習者的巡航類型（回答待答問題四）。(五)經後測一週後對實驗組再實施後測一合併 CAL 與後測測驗題目，再經由前測與電腦自動記錄之後測答案整理出學生之迷思概念類別後進行晤談（回答待答問題五）。

伍、結果與討論

本節依研究目的分成四項加以陳述:一、電腦輔助學習與自學之成效比較。二、不同概念主題學習成效之差異。三、CAL 學習過程之分析。四、綜合晤談。

一、電腦輔助學習與自學之成效比較

由表 1 知控制組、實驗組前測之平均值分別為 17.07、16.67，後測之平均值分別為 21.73、25.97，經 t-test 檢定兩者前測之平均值並無顯著性的差異（T = .46 , P = .32），兩者後測之平均值則具有顯著性的差異（T = 3.02, P = .002),

表 1：控制組與實驗組前、後測之比較

	組別	人數	平均值	標準值	t 值	P
前測	控制組	30	17.07	3.58	0.46	.32
	實驗組	30	16.67	3.09		
後測	控制組	30	21.73	4.5	3.02	.002*
	實驗組	30	25.97	6.06		

* P < .01

表 2：控制組與實驗組後測之共變數分析比較

變異來源	SS	DF	MS	F	P
A（學習成就）	235.57	2	117.19	19.09	.000*
B（學習教材）	295.15	1	295.15	47.84	.000*
AXB（交互作用）	105.39	2	52.70	8.54	.001*
w.cell （組內殘差）	327.01	53	6.17		
Total（全體）	963.12	58			

$F_{.99(2,53)} = 5.03$ * P < .01

表 3：控制組與實驗組後測之單純主要效果分析摘要表

變異來源	SS	DF	MS	F	P
A（學習成就）					
在 b1（控制組）	121.73	2	60.86	9.86	0.003*
在 b2（實驗組）	559.94	2	279.97	45.83	0.000*
B（學習教材）					
在 a1（高分組）	199.94	1	199.94	32.41	0.001**
在 a2（中分組）	201.98	1	201.98	32.74	0.000**
在 a3（低分組）	2.37	1	2.37	0.38	0.683
w.cell （組內殘差）	327.01	53	6.17		

$F_{1-0.025(1,53)} = 5.32$, * P < .025 ; $F_{1-0.0167(2,53)} = 4.43$, ** P < .0167

因而研究者初步認為電腦輔助學習確有效果。但因恐前測影響後測而不敢遽下結論，因此以前測當共變量，學習成就（分高、中、低三組）、學習教材類型當自變項，進行二因子共變數分析(ANCOVA)(林清江, 1994)，以考驗兩組成效的差異是否達到顯著水準。

由表 2 結果顯示 A（學習成就）、B（學習教材）兩因子均達顯著水準(分別為 F = 19.09, P = .000 < .01、F = 47.84, P = .000 < .01)，且不同的學習成就者（高、中、低三組）與不同的學習方式（電腦輔助學習教材、課本教材）具有顯著的交互作用存在（F = 8.54, P = .001 < .01)，因此進一步進行單純主要效果（Simple main effects,當 A、B 兩因子之間有交互作用存

表 4：學習成就(A 因子)的主要效果杜凱氏HSD 法之事後比較

	a1（高分組）	a2（中分組）	a3（中分組）
a1（高分組）	—	3.49*	7.58*
a2（高分組）		—	4.09*
a3（高分組）			—

*Ψ（HSD）= 2.49

表 5：學習教材（B 因子）的主要效果杜凱氏 HSD 法之事後比較

	b1（控制組）	b2（實驗組）
b1（控制組）	—	4.46*
b2（實驗組）		—

*Ψ（HSD）= 1.29

表 6：學習成就學習教材（AXB 交互作用）之間的主要效果杜凱氏HSD 法之事後比較

	a1（高分組）	a2（中分組）	a3（低分組）
	b2（實驗組）	b2（實驗組）	b2（實驗組）
b1(控制組)	6.32*	6.36*	.69

* >Ψ（HSD）= 3.31

在，須再進一步加以考驗看看高、中、低三組中，電腦輔助學習軟體有利於哪一組學習）的考驗。

由圖 4 顯示出「次序性交互作用(ordinal interaction)」（圖 4 之兩線不相交，即可概括性的推論電腦輔助學習優於課本教材自學法，電腦輔助學習能有效提升學習效果）。由單純主要效果的考驗結果（如表 3 所列），發現(1) 不同的學習成就者（高、中、低三組）在對於不同的學習方式教材下，均具有顯著的差異。(2) 不同的學習方式（電腦輔助學習教材、課本教材）對於高分組（F = 32.41, P = .000 < .0167）與中分組（F = 32.74 , P = .000 < .0167）學生具有顯著的差異、對於低分組（F = .038, P = .0683 >.0167）學生不具有顯著的差異。由單純主要效果的分析結果針對達顯著水準者進行事後比較考驗。

經共變數分析事後比較考驗（表 4，表 5，

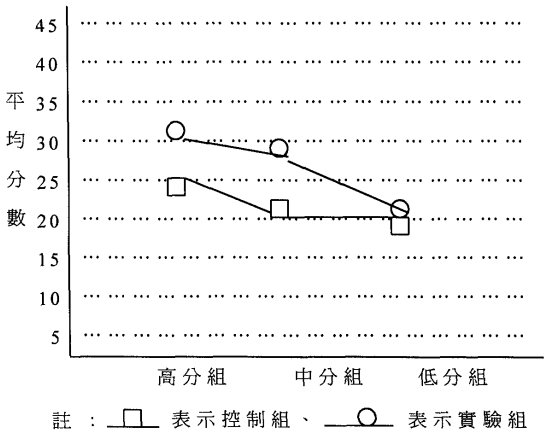


圖 4：不同的學習方式（教材）與不同的學習成就者之交互作用圖

表 6）發現高分組與中分組、高分組與低分組、中分組與低分組在電腦輔助學習上具有顯著的差異，而且對於同是高分組（或中分組）來說，同樣的在使用電腦輔助學習教材上較使用課本

表 7：實驗組教材在四大概念前、後測得分差異之比較摘要表

	前 測		後 測		前、後測差異
主題概念	平均數	標準差	平均數	標準差	前測 - 後測
二次函數	4.83	1.64	8.40	2.28	3.57
二次方程式	4.43	1.43	5.10	1.81	0.67
二次不等式	3.70	1.21	6.17	1.93	2.47
二次多項式	3.70	1.24	6.27	2.05	2.57

表 8: 實驗組教材在四大概念前、後測得分差異之多變量（MANOVA）比較摘要表

組 別	T^2
高 分 組	161.90*
中 分 組	276.57*
低 分 組	22.51
全 體	153.47**

* > $T^2_{0.01(4,\ 9)}$ = 54.89, ** > $T^2_{0.01(4,29)}$ = 18.471

表 9：實驗組教材在四大主題概念平均數差異值之同時信賴區間摘要表

	平 均 數 差 異 值 之 同 時 信 賴 區 間			
主題概念	高 分 組	中 分 組	低 分 組	全 體
二次函數	[2.61 ,5.99]	[2.54 ,5.86]	[0.31 ,4.09]	[2.32 ,4.81]
二次方程式	[0.19 ,2.81]	[-0.35,0.95]	[-0.37,0.77]	[-0.03,1.36]
二次不等式	[1.91 ,5.09]	[1.94 ,3.66]	[-0.25,2.45]	[1.38 ,3.55]
二次多項式	[1.81 ,4.99]	[1.90 ,4.10]	[-0.27,2.87]	[1.48 ,3.65]

教材具有顯著的差異， 但是對於低分組來說，在電腦輔助學習上確不具有顯著的差異。由調節後平均數得知電腦輔助學習教材之學習成效：高分組大（M = 30.7）於中分組（M = 27.23）、中分組大於低分組（M = 20.31）。

從統計結果得知，就整體而言（電腦輔助學習 CAL）具有提升學習成效（表 2）。但是對於提升低分組學生的學習成效上則不具有顯著的差異，這項結果與 Alderman, *et al.*, (1978) 及 Jamison (1983) 所作的調查相似，也支持 Lanza & Roselli 結論-對於較低能力的學生較不適合此形式的學習。但就提升學生的學習成效上比較，仍然是實驗組優於控制組。

二、不同概念主題學習成效差異

根據上一節知 CAL 教材對於學生的學習確實有幫助，本節主要的目的是分析及探討對於學生學習哪一類主題概念成效比較顯著。就四大概念（二次函數、X 的二次多項式、二次不等式、二次方程式）前、後測得分差異之平均數，進行多變量變異數分析（MANOVA）（表 7、8）（林清江,1988）。由賀德臨二樣本 T^2 統計檢定發現 CAL 教材對於學生的學習確實有顯著的差異（T^2 =153.47 > $T_{0.01(4,29)}$ =18.47）。又

表 10：不同的學習成就之巡航類型摘要表

組別	循序性	非循序性
高 分 組	9	1
中 分 組	8	2
低 分 組	2	8
總　和	19	11

表 11：實驗組不同的學習成就之迷思概念摘要表

組　別	二次函數	二次方程式	二次不等式	二次多項式
高 分 組	ˇ			
中 分 組	ˇ		ˇ	
低 分 組	ˇ	ˇ	ˇ	ˇ

由平均數差異值之同時信賴區間（表 9）得知在二次函數、二次不等式、X 的二次多項式函數上有顯著的差異存在。再由前、後測差異平均數得知在二次函數概念之學習成效（M = 3.57）大於二次方程式（M = 0.67）、二次不等式 M = 2.47)和 X 的二次多項式（M = 2.57）之學習成效。由表 8、表 9 之 T^2 值、同時信賴區間知 CAL 教材對於中分組學生在（一元）二次方程式概念上學習與低分組學生在（一元）二次方程式、二次不等式、二次多項式函數等概念上的學習沒有顯著的差異。

三、CAL 學習過程分析

由於大量資訊存在與節點之聯結，產生學習環境的多方向性所以易導致學習者不知身處何處及迷失在相關節點上。因此，不同特性的學生對於目標節點的到達及知識的取得，會採取不同的路徑。Horny (1993)統整學習者之學習結果歸納成五種巡航類型、Lawless 和 Kulikowich (1996)則指出三種巡航模式，在本研究中只簡單分成循序性與非循序性。由表 10 知較多數巡航類型屬循序性（63%），但在低分組則非循序性巡航類型較多，且由電腦所記錄之路徑顯示出低分組之非循序性巡航較雜亂無章。這項結果符合 Dori 和 Yohim (1990)的研究：成就高的學生較多採用循序漸進方式，成就低的學生較多採用跳躍方式。

四、綜合晤談

經後測一週後對實驗組再實施後測-合併 CAL 與後測測驗題目，再經由前測與電腦自動記錄之後測答案整理出學生之迷思概念類別（如表 11）後進行晤談，經整理如下：

(一)在二次函數概念上

高分組：代數 – 不確定 y 與 f (x)是否相同。

中分組：代數 – 不確定 y 與 f (x)是否相同。

低分組：代數 – 不確定 y 與 f (x)是否相同、由已配方之函數判斷極大(小)易迷思（如 $f(x) = -2(x-1)^2+3$ 應回答有極大)。

幾何 – 由二次函數圖形開口方向判斷極大(小)易迷思。

F(a) = b 與圖形通過點(a,b)同意義易迷思。

(二)在（一元）二次方程式概念上

低分組：幾何 – 依據二次函數圖形與 X 軸

之交集個數判斷 $b^2 - 4ac$ 之正負易迷思。

(三)在二次不等式概念上

中分組：代數－如 $a(x-h)(x-k) > 0$ 不管 a 之正負其答案均相同。

低分組：代數－如 $a(x-h)(x-k) > 0$ 不管 a 之正負其答案均相同。

幾何－依據二次函數圖形在 X 軸之上、下區間對照 X 軸上區間圖解不等式易迷思。

(四)在(x 的)二次多項式函數概念上

低分組：代數－恆正、恆負、恆非正、恆非負之判斷易迷思。

陸、結論與建議

一、結論

(一)不同教材之學習成效:對於同是高分組(或中分組)來說同樣的在使用電腦輔助學習教材上較自學具有顯著的差異，但是對於低分組來說確不具有顯著的差異。(二)CAL 教材之學習成效：高分組大於中分組、中分組大於低分組。(三)CAL 教材之主題概念之學習成效:二次函數概念之學習成效（M = 3.57）大於二次方程式（M = 0.67)、二次不等式（M = 2.47）和 X 的二次多項式函數（M = 2.57）之學習成效。CAL 教材對於中分組學生在（一元)二次方程式概念上學習與低分組學生在(一元）二次方程式、二次不等式、二次多項式函數等概念上的學習沒有顯著的差異。(四)使用 CAL 學習時之巡航類型:多數巡航類型屬循序性（63%），但在低分組則非循序性巡航類型較多，且由電腦所記錄之路徑顯示出低分組之非循序性巡航較雜亂無章。(五)下述次觀念為樣本學生的迷思概念:代數方面－不確定 y 與 f(x)是否相同、正負概念（恆正、恆負、恆非正、恆非負）之判斷，易迷思在“由已配方之函數判斷極大（小）（如 $f(x) = -2(x-1)^2+3$）應回答有極大”。幾何方面－不熟悉基本概念（無法建構由二次函數圖形開口方向判斷極大（小)、$F(a) = b$ 與圖形通過點（a,b）同意義)、易迷失在二次函數與各主題概念之關聯性(依據二次函數圖形與 X 軸之交集判斷 $b^2 - 4ac$ 之正負、依據二次函數圖形在 X 軸之上、下區間對照 X 軸上區間圖解不等式)。

二、建議

(一)在學生學習新單元前，將該單元所使用到代數計算部份先對學生予以複習，以預防學生因計算錯誤而影響學習的興趣及信心，進而造成學習的情緒低落。(二)在教學上應強調定義與基本概念重要性以免混淆認知，造成學習的挫折感 (三)多發展適性化之電腦輔助教學軟體，作為輔助教學之用及破解學生之迷思概念，尤其是在加強代數方面。

謝　辭

在研究過程中，承蒙從事科學教育學者林正輝教授不厭其煩的指正及本校電算中心李新丁老師及資管科謝忠佑老師協助，本研究方能完成，謹此致謝。

參考資料

1. 王振瀛（1984）：國民中學數學科學習障礙學生教學研究計畫—第一年工作報告。台北市:行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告, NSC-72-0111-S018-01R。
2. 李文正（1997）：局部概念圖結構的研究-針對一元一次方程式的研究。彰化市：國立彰化師範大學數學研究碩士論文（未出版）。
3. 林清江（1988）：多變項分析統計法。臺北市:東華書局。

4. 林清江（1994）：教育與心理統計學。臺北市:東華書局。
5. 林正輝（1997）：CAL 應用在五專生光譜定量分析之研究。高雄市:復文圖書出版社。
6. 金王麒（1987）：國中生「絕對值」及「不等式」概念的錯誤分析及補救教學。台北市：行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告, NSC-75-0111-S-017-005。
7. 金忠立（1996）：氣體化學電腦輔助學習軟體之設計與學習成效研究-情境理論應用系列II。台中市：靜宜大學應用化學研究所碩士論文（未出版）。
8. 吳鐵雄（1987）：國中數學 CAI 教材軟體之實驗評估。國立臺灣師範大學教育心理學報, **20**, 55– 68。
9. 邵正忠（1995）：化學計量之概念發展與電腦輔助學習系統之研究。高雄市：國立高雄師範大學科學教育研究所碩士論文(未出版)。
10. 洪榮昭（1992）：不同學習型態的學生在發現式學習 CAI 環境中的學習成效。行政院國家科學委員會研究彙刊，科學教育類, **4(2)**, 70-80。
11. 胡俊宏（1997）：合作學習多媒體電腦輔助學習學習成效影響之研究—以高職機械科機械製圖課程為例。彰化市：國立彰化師範大學工業教育研究所碩士論文（未出版）。
12. 徐國樹（1996）：淺談高職數學的教與學。技術及職業教育雙月刊, **35**, 33-34。
13. 許桂敏（1989）：職業學校電子電機類科數學教學改進方案之研究。台北市：行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告, NSC-77-0111-S-011-001-A。
14. 許桂敏和陳守治（1994）：電腦教學與傳統教學在微積分學習效果上之比較研究。台北市：行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告, NSC-82-0111-S-011-011-A。
15. 許瀚濃（1997）：國中生多媒體電腦輔助學習影響因素之研究。高雄市：國立高雄師範大學工業科技教育研究所碩士論文（未出版）。
16. 陳英娥（1992）：電腦輔助教學在國中數學科學習成效之研究。高雄市：國立高雄師範大學科學教育研究碩士論文（未出版）。
17. 陳燕香（1993）：國中不同認知層次學生二元一次不等式圖解過程之研究。高雄市：國立高雄師範大學科學教育研究碩士論文（未出版）。
18. 陳坤木（1994）：電腦輔助學習在國民小學學生數學科精熟學習應用之研究。台南市：國立台南師範學院初等教育研究所碩士論文（未出版）。
19. 陳建志（1997）：CAL 與電路之實驗設計在科學過程統整技能之應用研究。高雄市：國立高雄師範大學物理研究所碩士論文（未出版）。
20. 郭生玉（1994）：心理與教育研究法。臺北市：精華書局。
21. 教育部技術及職業教育司（1989）：專科學校教師教學評量手冊。台北市：教育部技術及職業教育司。
22. 張春興（1991）：現代心理學—現代人研究自身問題的科學。台北市：東華書局。
23. 張景媛（1994）：數學文字題錯誤概念分析及學生建構數學概念的研究。教育心理學報, **27**, 175-200
24. 鄭芳枝（1994）：數學教育指標研究-國中幾何技能與解題能力學習進展指標。台北市：行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告, NSC-83-0111-S-003-30-A。
25. 鄭芳枝（1995）：數學教育指標研究-國中幾何技能與解題能力學習進展指標。台北市:行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告, NSC-84-2511-S-003-013。

26. 鄭禧慧（1995）：以 CAL 探究大一學生學習三用電表統整過程技能之研究。高雄市：國立高雄師範大學科學教育研究所碩士論文（未出版）。
27. 劉適存（1990）：應用計算器及電腦於工職數學課程之研究。高雄市：國立高雄師範大學數學研究所碩士論文（未出版）。
28. 謝豐瑞（1994）：數學教育指標研究—國中代數技能與解題能力學習進展指標。台北市：行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告, NSC-83-0111-S-003-053-A。
29. 謝豐瑞（1995）：數學教育指標研究—國中代數技能與解題能力學習進展指標。台北市：行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告, NSC-84-2511-S-003-014。
30. 謝豐瑞（1996）：數學教育指標研究—國中代數技能與解題能力學習進展指標。台北市：行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告, NSC-85-2511-S-003-022。
31. 顏啟麟、陳昭地和羅昭強（1992）：國中生函數概念認知發展與教學之研究。台北市：行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告, NSC-81-0111-S-003-30-A。
32. Alderman, D. l., Appel, L. R., & Murphy, R. T. (1978). Plato and TICCIT an evaluation of CAI in the community college. *Educational Technology, 18*(4), 40-44.
33. Burns, P. K., & Bozeman, W. C. (1981). Computer-assisted instruction and Mathematics achievement: Is there a relation? *Educational technology, 21*(10), 32-38.
34. Yen, Chi-Lin & Law, Chiu-Keung (1992). Cognitive development of the concepts of linear function and quadratic function for junior high school students. *Proceedings of the National Science Council, Science education, 3*(2), 43-54.
35. Dalton, D. W., & Hannafin, M. J. (1988). The effects of computer-assisted and traditional mastery methods on computation accuracy and attitudes. *Journal of educational research, 82*(1), 27-33.
36. Dori, Y. J., & Yochim, J. M. (1990). Learning patterans of college students using intelligent computer-aided instruction. *Journal of college Science teaching, 20*(2), 99-103.
37. Dreyfus, T., & Eisenberg, T. (1987). On the deep structure of function. In J. Bergeron, N. Herscovits, & C. Kerna (ED.), *Proceedings of the 11th International Conference on the Psychology of Mathematics Education, I*, 190-196. Montreal, Canada, Universite de Montreal.
38. Dreyfus, T., & vinner, S. (1982). Some aspects of function concept in college students and junior high school teachers. *Proceeding of PME VI. ANTWERP*.
39. Godfery, D., & Sterling S. (1982). *The elements of CAL*. Toronto, Canada: press Porcepic Ltd..
40. Goldenberg, E. P. (1988). Mathematics, metaphors, and human factor: Mathematical, technical and pedagogical challenges in the educational use of graphical representation of functions. *Journal of Mathematical Behavior, 7*, 135-173.
41. Jamison, R. N., & Lovatt, K. F. (1983). Classroom delinquency, Achievement, and computer assisted instruction. *Journal of Computer-Based instruction, 9*(4), 145-147
42. Janvier, C. (Ed.). (1987). *Problems of Representation in Mathematics Learning and Problem Solving*. Hilisdale, NJ: Eribaum.
43. Jonassen, D. (1986). Hypertext as instructional design. *Educational Psychologist, 21*(4), 269-292.
44. Horny, M. A. (1993). Case studies of

navigational patterns in constructive hypertext. *Computers Education, 20*(3), 257-270.

45. Jonassen, D. (1988). Designing structured hypertext and structuring access to hypertext. *Education technology, 28*(11),13-16.
46. Kaput, J. J. (1985). Representation and problem solving: Methodological issues related to modeling. In E. Silver (Ed.), *Teaching and learnijg Mathematical Problem Solving: Multiple Research Perspectives* (pp.381-398). Hilisdale, NJ: Eribaum.
47. Kearsley, G (1988). Authoring conderations for hypertext. *Education technology, 28*(11), 21-24.
48. Kleiner, I. (1989). Evolution of the function concept: A brief survey. *College Mathematics journal, 20,* 283-300.
49. Lanza, A., & Roselli, T. (1991). Effects of hypertextual Approach versus the structured approach on student achievement. *Journal of computer-based instruction, 18*(2), 48-50.
50. Lawless, K. A., & Kulikowich, J. M. (1996). Understanding hypertext navigation through cluster analysis. *Journal educational computing research, 14*(4), 385-399.
51. Lovell, K. (1971). *Some aspects of the growth of the concept of a function. In Piagetian cognitive development research and mathematics education* (pp. 12-33). Washington, D. C.: NCTM.
52. Matz, M. (1982). Towards a process model for high school algebra errors. In D. Sleeman & J. S. Brown (Eds.),*Intelligent tutoring system* (pp. 25-5). London: Academic Press.
53. Melara, G. E. (1996). Investigation learning styles on different hypertext environments: Hierarchical-like and network-like structures. *Journal educational computing research, 14*(4), 313-328.
54. Nelson, T. H. (1978). Electronic publishing and electronic literature. In E. C. Deland (Ed.), *Information technology in health science education*. New York : Plenum.
55. Park, O., & Tennysun, R. (1980). Adaptive design strategies for selecting number and presentation order of examples in coordinate concept acquisition. *Journal of educational psycology, 72*, 370-386.
56. Schoenfeld, A. H. (1987). On having and using geometric knowledge: In J. Hiebert (Ed.), *Conceptual and procedural Knowledge: The case of Mathematics* (pp. 225-264). Hilisdale, NJ: Eribaum.
57. Shyu, H., & Brown, S. (1992). Learner control and versus program control in interactive videodisc instruction. What are the effects for procedural learning? *International Journal of instructional media, 19*(2), 85-96.
58. Shyu, H., & Brown, S. (1995). Learner control: The effects on learning procedural task during computer-based videodisc instruction. *International Journal of instructional media, 22*(3), 217-231.
59. Vinner, S., & Dreyfus, T. (1989). Images and definitions for the concept of function. *Journal for Research in Mathematics Education, 20*(4), 36-366.
60. Yerushalmy, M., & Gafni, R.(1992). Syntactic manipulations and semantic interpretation in algebra: *The effect of graphic representation. Learning and Instruction, 2*, 33-319.
61. Zaslavsky, O. (1997). Conceptual obstacles in the learning of quadratic functions. *Focus on Learning Problems in Mathematics, 19*(1), 2-42.

Junior College Students' Learning About the Relative Concept of Quadratic Function Using Computer Assisted Learning (CAL)

Rueyming Hu

YungTa institute of Technology, Department of Common Courses

Abstract

Computer-assisted learning (CAL) software of quadratic functions was designed in the research. Hypertext structure was used in the program. Sixty students were selected from first grade electrical engineering students at a private institute of technology according to their average mathematics scores. Twenty of them were in the upper rank, 20 of them were in the middle rank, and 20 in the lower rank. The students were divided into two groups. The experimental group learned quadratic functions using CAL, but the control group did not. The results of this study were as follows: 1. There was a statistically significant difference between the experimental group and the control group ($p < 0.01$), with the experimental group achieving more; 2. The math achievement of the 10 students from the upper rank was higher than the 10 students from the middle rank, and the 10 students from the middle rank achieved higher than the 10 students from the lower rank in the experimental group; 3. There was no significant difference between the 10 students from the lower rank of the experimental group and the 10 students from the lower rank of the control group; 4. In navigational patterns, 63% students followed the proper sequence in CAL's learning process; 5. There were several common misconceptions in learning the relative concept of quadratic function.

Key word: computer-assisted learning, misconception, quadratic function.