

國中學生數學自我概念與數學學業成就相互效果模式之縱貫研究——性別差異與城鄉差距之觀點

龔心怡^{1,*} 李靜儀²

¹國立彰化師範大學 教育研究所

²逢甲大學 教學資源中心

摘要

本研究旨在以縱貫研究設計來探究國中學生的數學自我概念與數學學業成就的相互效果模式，再進一步從多元文化的觀點著手，分析在數學自我概念與數學學業成就變項上的性別差異與城鄉差距，及這些差距是否有縱貫的跨時間性。本研究以七年級至九年級三個波次共1,025位國中學生為研究樣本，藉由追蹤資料之結構方程模式分析後，獲致結果如下：一、整體模式所獲得的適配度指標顯示模式可被接受，數學自我概念與數學學業成就相互效果模式獲得支持；二、國中學生的數學自我概念與數學學業成就具有跨時間性的性別差異，男生在三波次的數學自我概念皆顯著地高於女生，但女生的成就表現顯著地高於男生；三、國中學生的數學自我概念與數學學業成就呈現橫跨不同年級的城鄉差距，城市地區學生在三波次的數學自我概念與數學學業成就皆顯著地高於鄉鎮地區學生。最後根據研究結果提出建議，提供數學教育及後續研究之參考。

關鍵詞：性別差異、相互效果模式、城鄉差距、數學自我概念、數學學業成就

壹、緒論

數學活動是一種「人」的活動，數學研究更是社會、文化、歷史交融的結果，因此數學的教學與學習也不能與社會—文化因素脫離(黃志偉，2002)，近年來由於多元文化的觀念逐漸受到重視，教育領域也開始注重社會文化脈絡的影響，許多研究紛紛從多元文化的議題著手。多元文化意指文化的多樣性，屬於一種文化包容，但臺灣的教育體

制卻常用單一文化來宰制學生，無論是何種性別、何種族群、何種階級、住在城市或鄉村，都是用同一標準(張美瑤，2009)，然而學生是具有差異性的，多元文化中也認為這些「差異」是教育研究中不可忽視的分析主題，研究上更將它們視為背景變項，以分析在教育歷程中的起點、過程與結果的取得上是否有顯著差異(莊勝義，2009)。黃志偉指出「多元文化數學」是把「多元文化」的想法帶進數學教育，一方面讓數學教育工作者採

*通訊作者：龔心怡，hykung@cc.ncue.edu.tw

(投稿日期：民國105年10月12日，修訂日期：民國105年12月19日，接受日期：民國105年12月29日)

取更多元的看法；另一方面則是包容學生有更多元或不同的可能性。由於學生來自於不同的背景，認知結構與自我知覺也會有所不同，若不能尊重這些差異，只是一昧地以相同的標準來要求學生學習，最後則可能導致學生數學成就低落，因此在數學議題的研究上，若能瞭解學生彼此間的差異而幫助他們更容易學習數學，這便是「多元文化數學」所強調的，從研究—瞭解—尊重到多元文化的並存。本研究就是基於上述多元文化的觀點，以縱貫的方式分析學生在數學學習歷程中，自我概念與學業成就上的性別差異與城鄉差距，期望透過對多元文化的瞭解，達到尊重差異的目的。

一、研究動機

性別差異一直是數學領域中被關注的議題，傳統上數理科學習被視為較偏向男性的學科或活動，因此當女生知覺數學不是自己擅長的科目時，相對地就可能降低了女生在數學的學習興趣，更甚者，會造成女生知覺自己在數學學習上表現較差的刻板印象。Goldman與Penner (2016)的跨文化研究指出，儘管現今社會女生在許多領域的表現並不比男生遜色，但在參與科學、科技、工程與數學(Science, Technology, Engineering, and Mathematics, STEM)領域的比例仍偏低，一個最重要的原因就是缺乏數學自我概念，「自我概念」是指個體對自身能力知覺的總集合(Shavelson, Hubner, & Stanton, 1976)，女生若有較低的數學自我概念，本身對數學能力的知覺就會令她們認為自己在數理科比較不具備能力，甚而降低在數理科成績表現良好的期望，也因此造成女生普遍地認為自己缺乏對數學的興趣及價值感，進而降低了成就表現。相對地在其他學科部分，多位研究者

針對語言的自我概念研究指出，女生在語言的自我概念優於男生，且隨著時間的改變，性別的差距會愈來愈大，女生的語言自我概念會愈高且穩定，表現出少量但一致的語言優勢，而男生的語言自我概念會愈來愈低(Archambault, Eccles, & Vida, 2010; Durik, Vida, & Eccles, 2006; Retelsdorf, Schwartz, & Asbrock, 2015)，但大多數研究皆指出這樣的差異性是來自於女生比男生更早學會語言和發展口語技巧，並非像數學學科一樣是來自於刻板印象。因此在數學學習的差異，究竟是來自於男女生在數學能力本質上的差異而有表現上的差別？或是自身信念上的差異而造成不同的成就表現？在目前愈來愈尊重多元文化的數理科教學上，是有待進一步探究的。

此外，另一個值得以多元視角來關注的議題就是城鄉差距。學生數學學業成就的城鄉差距現象由來已久，國內外許多研究都得到城市地區學生的學業表現高於鄉鎮地區學生的結論(e.g.,張芳全, 2008; Alordiah, Akpadaka, & Oviogbodu, 2015; Butt & Dogar, 2014; Li, 2007)，例如：張芳全以TIMSS資料分析數學成就的城鄉差距現象的研究中，發現愈身處於都會區的臺灣學生，數學成就會愈高，反之則否；對於這些學業成就差異的解釋，陳吉仲、郭曉怡與李佩倫(2007)認為是政府教育資源分配不均，導致都市地區學生的表現優於鄉村地區。然而影響學生學業表現的因素僅限於教育資源分配的不同嗎？不同地區的學生對自身數學知覺的差異，是否也會造成其學業成就表現有所不同？可惜的是針對學生數學自我概念的城鄉差距之議題較不多見，儘管有研究嘗試找出學生信念上城鄉差距的可能原因，例如：邱嘉品(2016)提出造成城鄉教育差距的最大主因是，學生本身學習動機的強弱及自我知覺，因為在都會

地區的學生受到較多外在環境的刺激，使得學生的學習動機遠比鄉下小孩高，因而造成動機與成就的城鄉差距會更加明顯；亦即自我概念的城鄉差距可能的確存在，但其研究僅提供理論上的論述，並未進行數據上的檢驗，因此這樣的論點仍有待實徵研究證據的支持，且多數探討城鄉差距研究的論點都較廣泛地針對整體教育學習現況而言，並非單獨探究數學科的學習，因此數學自我概念的城鄉差距是需要被關注的議題，且數學自我概念又是影響後續數學學業成就的重要因素之一，因此城市與鄉鎮地區在數學教育成果上的不同也值得深入檢驗。

事實上臺灣青少年數理能力的表現向來是在國際水準之上，例如《國際數學與科學教育成就趨勢調查》(*Trends in Mathematics and Science Study 2011*, TIMSS 2011)報告顯示，在參與調查的國家中，臺灣四年級和八年級學生的數學成績排名分別為第4名與第3名；然而學生對學習數學的興趣、自信與評價卻都低於國際平均(Mullis, Martin, Foy, & Arora, 2012)。換言之，臺灣的學童相較於國際平均成就表現有著優異的數學成績，但卻沒有相對應的正向學習數學態度。許多研究結果明確指出學生對自身能力的知覺與興趣才是影響學習成就最重要的因素(Beaton et al., 1996; Leung, 2002; Shen, 2005)，而這些對自身能力知覺的總集合就是自我概念，因此從自我概念著手，來探討學生自身對數學的知覺會如何影響其數學學習表現，並進一步瞭解這些變項是否具有性別的差異與城鄉的差距，應是十分值得探討的議題。然而欲釐清數學自我概念與學業成就之間的關係、性別差異與城鄉差距是否具有跨時間性，若單以橫斷式的「點」來探究，是否足以描繪出兩者因果關係的全貌？Marsh研究團隊在他們

的歷年研究(Marsh, 1990a; Marsh & Craven, 2006; Marsh & Martin, 2011; Marsh & Yeung, 1997)皆提出至少要有兩波次或以上的時間點來檢驗變項間的因果關係，亦即使用縱貫研究設計來驗證，方能清楚檢視數學自我概念與數學學業成就的相互影響效果、及這些效果是否具備恆等性，再進一步檢驗橫跨不同年級的性別差異與城鄉差距。

有鑑於在社會文化取向中考量性別、城鄉等多元議題的必要性，儘管已有部分先前的研究檢視了數學自我概念與數學學業成就的關係，本研究的獨特性在於先以縱貫研究設計來探究國中學生的數學自我概念與數學學業成就的相互效果模式，再進一步從多元文化的觀點著手，分析在數學自我概念與數學學業成就變項上的性別差異與城鄉差距，及這些差距是否有縱貫的跨時間性。期望藉由本研究獲致之結果，瞭解如何善用這些縱貫效益協助數學教育研究者、教師、實務工作者，以多元的觀點並依照學生的個別差異，運用不同的輔導策略，培養學生正向的數學自我概念以增進其數學學習之成效，相對地也透過良好的數學學習表現使個體的數學自我概念有所提升，進而形成一良性循環，方能契合學生的個別需求以利數學教育的推廣。

二、研究目的

為深入瞭解臺灣國中生數學自我概念與數學學業成就之關係，及在這些變項上之性別差異與城鄉差距，本研究之研究目的如下：

- (一)分析國中學生數學自我概念與數學學業成就之相互效果模式。
- (二)檢驗橫跨不同年級的國中學生之數學自我概念與數學學業成就的性別差異。
- (三)檢驗橫跨不同年級的國中學生之數學自我概念與數學學業成就的城鄉差距。

貳、文獻探討與假設推導

一、數學自我概念與數學學業成就之縱貫關係：發展的觀點

Shavelson等(1976)所發展出的多階層多向度自我概念理論(multidimensional-multifaceted theory of self-concept)應屬當代被引用最為廣泛的自我概念理論，其理論認為自我概念會隨著年齡增長而朝多面性與階層性發展，因此強調自我概念的分化性，亦即在一般性自我概念下需要區分學業自我概念與非學業自我概念(Marsh, Byrne, & Shavelson, 1988)，因此若將研究焦點放在數學學科，有必要區分出數學的自我概念。正向的自我概念對個體來說格外重要，特別是在與教育相關的情境下，正向的自我概念一向被視為影響學業成就的重要指標，也具有穩定度，因此瞭解數學自我概念與學業成就的縱貫效果是如何運作，可以幫助研究者明確地找出可能的連結來進行介入。

探討數學自我概念與數學學習成就之關係，研究大多支持個體的數學自我概念與數學學習成就具有顯著相關(Marsh, Trautwein, Lüdtke, Köller, & Baumert, 2005; Marsh & Yeung, 1997)，亦即自我概念愈高在學業上的表現也愈好；相對地，良好的學業表現亦會增進正向的自我概念。然而許多研究並沒有從發展的觀點來討論兩者的關係，導致了較為侷限的結論，若要能清楚釐清數學自我概念與數學學習成就的因果關係，也就是探究前期的數學自我概念是否能預測後期的數學學業成就？或是前期的數學學業成就是否能預測後期的數學自我概念？採用縱貫研究的設計是方法之一，亦即在多個時間點蒐集資料來解析兩者間之因果關係。

理論上，數學自我概念與數學學業成就

之關係具有4種可能性存在：(一)兩者沒有相關；(二)正向的自我概念可以顯著地預測之後的學業成就，稱之為「自我顯揚模式」(self-enhancement model) (Calsyn & Kenny, 1977)；(三)良好的學業成就可以增強後期的正向自我概念，稱之為「技巧發展模式」(skill development model) (Calsyn & Kenny)；(四)數學自我概念與數學學業成就相互影響，亦即「相互效果模式」(reciprocal effects model) (Marsh & Craven, 2006; Marsh & Yeung, 1997)。由於第一種可能性僅存在於理論上，因此不予討論，接續依序說明另外3種關係的可能性。

(一)自我顯揚模式：前期的數學自我概念影響後期的數學學業成就

自我顯揚模式意指學業自我概念是學業成就的主要決定性因素，也就是正向的自我概念可以顯著地預測其後的學業成就。早期Marsh (1990a)以青少年為研究對象的縱貫調查結果發現11年級及12年級學生的平均成績，顯著地受前期所測得之學業自我概念的影響；近期的多個研究也得到類似的結果，皆指出先前學業自我概念對於後期的學業成就具有影響力(Cvencek, Kapur, & Meltzoff, 2015; Guo, Marsh, Parker, Morin, & Yeung, 2015)，亦即情意面向的自我概念對成就的影響不容忽視。

(二)技巧發展模式：前期的數學學業成就影響後期的數學自我概念

技巧發展模式意指自我概念為學業成就的結果，也就是良好的學業成就可以顯著地預測其後的自我概念。Hoge, Smit與Crist (1995)進行為期兩年的縱貫研究，以322名六、七年級學生為對象，探討自我概念與學業成就的關係。結果發現學業成績可以顯著

地預測自我概念，但自我概念對學業成績的影響很微弱；其他研究也得到類似的結論(Ganley & Lubienski, 2016; Skaalvik & Valås, 1999)，例如：Ganley與Lubienski指出數學表現可以正向預測後期的數學自我概念、自信與興趣，因此學生若有良好的數學成就是關鍵因素。

(三)數學自我概念與數學學業成就之「相互效果模式」：發展的觀點

Marsh與Martin (2011)主張相互效果模式是分析數學自我概念與數學學業成就這兩者關係最正確的一種呈現方式，儘管另外兩種模式也獲得一些證據上的支持，然而大多數使用大型資料與嚴謹統計方法的研究結果皆顯示相互效果模式才是最適合描繪這些變項之間的關係(Marsh et al., 2005; Marsh & Yeung, 1997; Pinxten, Marsh, De Fraine, Van Den Noortgate, & Van Damme, 2014)。事實上不論是支持自我顯揚模式、技巧發展模式、或相互效果模式之研究，為何許多研究在分析兩者間的關係時會有因果次序間的不同推論，原因可能是取決於研究樣本來自於何種發展階段，Skaalvik與Valås (1999)曾經以發展的觀點來討論學業自我概念與學業成就的關係，他們提出學生在早期學齡階段，學業自我概念的發展還不夠完全，因此必須仰賴其他因素，例如：以學業成就來形塑其自我概念，這樣的推論恰好符合技巧發展模式的觀點(e.g., Hoge et al., 1995; Skaalvik & Valås)。當學生年齡漸長，學業自我概念也建立的比較穩定之後，就會影響其學業成就，因此兩者之間的關係就會相互影響(e.g., Marsh et al.; Marsh & Yeung; Pinxten et al.)。而到青少年後期，學業自我概念的穩定性甚至超過了學業成就的影響而支持自我顯揚模式(e.g., Guo et al., 2015)。

因此要釐清數學自我概念與數學學業成就的關係，除了以發展的觀點考量研究參與者的年齡層為可能影響之因素外，同時以縱貫研究設計來檢驗相互效果模式存在與否是最適當的方法，上述多個國外研究皆已使用這種縱貫設計來探討這個議題(Ganley & Lubienski, 2016; Marsh et al., 2005; Marsh & Yeung, 1997; Pinxten et al., 2014; Skaalvik & Valås, 1999)，較為可惜的是此種設計在國內研究並不多見，且多數研究並沒有特定在數學學科，或是年齡層並未聚焦在國中階段，因此仍有待進一步地檢驗這種相互效果模式模式是否適用於臺灣國中學生在數學領域上的學習狀況。據此，本研究建立第一個研究假設如下：

假設1：國中學生之數學自我概念與數學學業成就具有相互效果模式。

二、數學領域的性別差異

臺灣近年來倡議性別平等教育的浪潮未曾停歇，性別在數學領域上的差異也呈現出不同的數據與結果，例如：以TIMSS 2011八年級學生數學表現而言，女生的數學成績(613分)雖比男生(583分)略高，但未達統計上的顯著差異(Mullis et al., 2012)；許多研究也指出在數學成就上，男生和女生群組沒有顯著差異(吳春慧，2010；Ajai & Imoko, 2015)。然而發現男生的數學學業成就高於女生的研究也不在少數(Bassey, Joshua, & Asim, 2011; Butt & Dogar, 2014)，Butt與Dogar就指出中學階段的男生在數學成就上要比女生佳。若將年齡層拉高至大學階段的科系選擇，從大學科系與生涯抉擇的結果來看，性別差異現象仍然存在，Goldman與Penner (2016)提出一個女生在科系選擇時對理科意願不高的關鍵因素，就是他們缺乏正向的數學

自我概念，女生本身對數學能力的知覺會令她們認為自己在數理科比較不具備能力，因而在生涯抉擇時不願意選擇理科，因此除了探討數學學業成就的性別差異外，同時探究數學自我概念上的性別差異就會極有價值。

回溯中學階段性別的自我概念差異，多數研究都發現男生相較於女生有顯著較高的數學自我概念(吳春慧，2010；Rinn, Miner, & Taylor, 2013; Sáinz & Upadyaya, 2016)，Sáinz與Eccles (2012)的研究更指出男生的數學自我概念不但比女生高，女生還會隨著時間的變化更為降低，男生則是隨之提升；Cvencek, Meltzoff與Greenwald (2011)也指出這種逐漸擴大的數學自我概念性別差異可能會導致性別在數學學業成就上的不同表現。然而Guo等(2015)的研究卻提到當男生、女生有著相似程度的數學自我概念時，女生會傾向有較高的數學學業成就與教育抱負。相對地，Abu-Hilal等(2014)的研究結果卻得到儘管男生對數學具有較為正向的數學自我概念，但女生卻有較佳的數學學業成就。至於與數學極為相關的STEM領域，Dare與Roehrig (2016)的研究也指出性別在國中階段的學業成就並無顯著性的差異，但女生對於未來不選擇STEM相關的職業，是因為本身在這些領域的自我概念較為薄弱、或有較為負向的認知，非能力不足所致。

針對這些不一致的結果大致可以梳理出下列發現，第一，部分研究僅針對單一的變項，例如僅針對數學自我概念或數學學業成就來探究性別上的差異，因此難以同時考量兩個不同變項的性別差異，因而產生歧異之結果。第二，儘管部分國外研究指出數學自我概念在初期可能有性別上的差異，且男生的數學自我概念高於女生，而這種差異若隨之擴大，可能會造成數學學業成就上的不

同表現，甚而影響未來的科系選擇與生涯抉擇；但也有部分研究發現若早期在數學自我概念沒有性別差異，則後期未必會有數學學業成就的性別差異，或甚至女生的成就會高於男生。這些結果不禁讓人進一步思考，究竟性別的差異是否會隨著時間的變化而在數學自我概念與數學學業成就上有所不同？因此以縱貫性的研究來一窺這些變項的變化關係就更顯得有其必要性，較為可惜的是以縱貫設計此種類型的研究在國內可說是付之闕如，也更凸顯深入探究相關議題的價值。更具體而言，本研究認為以縱貫觀點進一步探究不同時間點男生與女生的數學自我概念與數學學業成就之不同，值得再進一步驗證，換言之，本研究欲探究臺灣的國中學生之數學自我概念與數學學業成就是否具有跨時間性的性別差異。據此，本研究建立第二個研究假設如下：

假設2：國中學生之數學自我概念與數學學業成就有跨時間性的性別差異。

三、數學領域的城鄉差距

研究顯示學生數學學業成就的城鄉差距現象由來已久(李俊豪，2010；Alordiah et al., 2015; Butt & Dogar, 2014)；所謂的學業成就城鄉差距，是指居住於城市及都會區的學生之數學表現，比起居住在鄉村及偏遠地區的學生還要高，亦即因為居住地區的不同，形成學業成就表現的城鄉差距(張芳全，2008)。針對這些學業成就差異的解釋，Sirin (2005)藉由後設分析發現城鄉差距對學生學業成就產生影響是因為城鄉教育資源的分配不均，居住在都市化程度較高地區的學生，通常社經地位較高，相對的，也非常容易取得較好的教育資源和學習機會，並有利於學生學業成就；陳吉仲等(2007)也指出城鄉差距會對

國中學生基本學力測驗的分數產生顯著的影響，城市學生的成績比鄉村地區的成績高。但也有部分學者嘗試使用不同因素來解釋學生學業成就之差異，例如：李俊豪分析個人與地區因素對學生學業表現之影響，藉由家長社經背景所建構的個人因素，及公部門教育資源與地區脈絡所建構的地區因素來解釋對學生學業成就的影響力，結果顯示個人家庭社經因素及地區脈絡皆對學業表現有顯著影響。

綜觀上述研究，可以發現多數研究在個人變項中並未針對學生自身的自我概念進行探討，大多數研究是將個人因素聚焦在家長社經地位等，但對於身處不同地區的學生而言，自身對數學學科的知覺與信念，學習動機的強弱，也有可能是造成學業成就高低的關鍵因素，Dramanu與Balarabe (2013)的研究就發現位於城市與鄉鎮的中學生在學業自我概念上的差異，城市學生的學業自我概念顯著地高於鄉鎮的學生，且會有較好的成就表現。甚為可惜的是，少有研究聚焦在數學

學科來探究這些變項間的關係，因此國中學生的數學自我概念與數學學業成就的城鄉差距，及這些差距的跨時間性是值得分析的議題，亦即城鄉的差距是否會隨著時間的變化而在數學自我概念與數學學業成就上有所不同？因此以縱貫性的研究設計來檢視這些變項的關係有其必要性。據此，本研究建立第三個研究假設如下：

假設3：國中學生之數學自我概念與數學學業成就有跨時間性的城鄉差距。

參、研究方法

一、研究架構與變項關係

本研究旨在探討國中學生的數學自我概念與數學學業成就之相互效果模式及驗證模式的恆等性，再以多元文化的觀點著手，分析橫跨不同年級學生的數學自我概念與數學學業成就之性別差異與城鄉差距。依據相關文獻探討與實證研究，提出以下研究架構關係圖，如圖1所示。

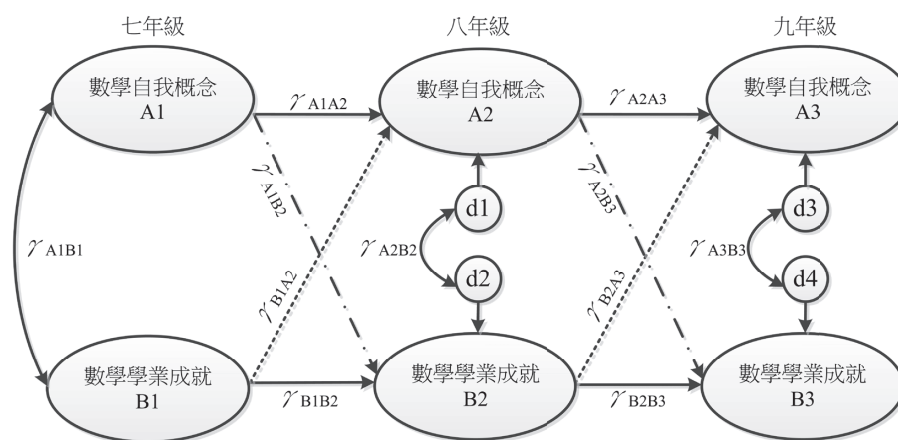


圖1：研究架構：三波次之相互效果模式圖

資料來源：作者自行整理。

註：1. A1、A2、A3分別代表七、八、九年級的數學自我概念。

2. B1、B2、B3分別代表七、八、九年級的數學學業成就。

3. 單箭頭代表直接效果；雙箭頭代表相關。

本研究採用相互效果縱貫性分析，分別檢驗數學自我概念與數學學習成就之間的因果關係，亦即數學自我概念與數學學習成就兩個變項均由固定樣本進行三次的重複測量，建立一個「三波次的相互效果模式」(three-wave reciprocal effects model)，假定前期的數學自我概念可以預測後期的數學學業成就(自我顯揚模式)，且前期的數學學業成就亦可預測後期的數學自我概念(技巧發展模式)。相較傳統多元迴歸的分析，使用此種設計的好處在於可利用單一模式同時估計多個依變項，也可提供理論模式與實徵資料整體適配度指標等優勢(Marsh et al., 2005)；此外，本研究重點主要是在考量兩個變項間的因果關係，同時也考量同一變項第一波對第二波、第二波對第三波的預測力，藉以釐清因果機制的建立，究竟是來自於數學學業成就對數學自我概念的預測力，抑或是自身前一波數學自我概念對後一波數學自我概念的預測力，則相互效果模式就是最適合的分析方法。如圖1所示，首先，就單一時間點變項間的關聯來看， γ_{A1B1} 、 γ_{A2B2} 、 γ_{A3B3} 為同時係數(synchronous coefficients)，分別呈現數學自我概念與數學學習成就的相關聯程度。其次，就變項間的交互因果關係而論，可透過兩個變項間交互影響的相互效果係數的大小強弱比較，分別分析數學自我概念與數學學業成就在發展歷程中的交互影響情形，以釐清其因果機制(巫博瀚、陸偉明，2010)；亦即透過分析前期數學自我概念對後期數學學業成就之間的相互效果係數(γ_{A1B2} 或 γ_{A2B3})，或前期數學學業成就對後期數學自我概念的相互效果係數(γ_{B1A2} 或 γ_{B2A3})，比較係數的強弱來瞭解數學自我概念與數學學業成就在發展歷程中的相互效果因果關係。確立了相互效果模式後，進一步以多樣本分析來確認此模式的恆等性，再以潛在平均數分析探究在此模式中

男生與女生在數學自我概念與數學學業成就的差異性，及來自城市與鄉鎮學生在其數學自我概念與數學學業成就上的差距，並檢視這些差異的跨時間性。

二、研究對象

本研究之調查對象以臺灣北部、中部、南部三個地區之公立國中七年級學生為研究母群體，選取七年級學生為研究對象乃為符合研究之縱貫設計(multicohort-multioccasion longitudinal design)，追蹤其後三年之表現。抽樣方式採分層叢集抽樣，為了獲得具有代表性的研究參與者，且符合本研究之性別與城鄉之背景變項要求，首先根據教育部統計處(2016)的資料顯示全臺國中七年級學生北、中、南數量的比例約為3：2：2，並考量人口統計變項的特徵，同時依據各地教育局處與協同研究人員的建議，依照地區進行第一次分層抽樣，北部地區抽樣學校包括臺北市、新北市、桃園縣與新竹縣，中部地區學校包括苗栗縣、臺中市、彰化縣、南投縣與雲林縣，南部地區學校包括臺南市、高雄市與屏東縣。此外，城鄉是本研究的另一個背景變項，因此依照城市與鄉鎮進行第二次分層，關於城鄉的區分定義，本研究是參考TIMSS的分類，TIMSS的歷次調查皆將城鄉變項以學校所在地區區分為五個等級：都會—人口密集的区域、都會郊區、中型城市或大城郊、小鄉鎮、農村／村落(Mullis et al., 2012)，然而臺灣因人口稠密加上交通便利與行政區域的歸屬問題，且本研究的主要目的是欲瞭解城市與鄉鎮的差距在學生數學自我概念與學業成就上的差異性，因此僅大致區分為兩類，將都會—人口密集的区域、都會郊區界定為城市地區，其餘界定為鄉鎮地區，比例約為6：4。在獲得學校同意後始安

排施測時間，以班級為施測單位，並提供每位參與研究學生一份說明函，內容提供充分資訊讓研究參與者、參與者家長與該校人員理解本研究之目的，並協助提供受試學生在學成績資料，參與學生有權自由選擇是否接受或拒絕參與本研究。本研究第一波調查樣本人數為七年級國中樣本1,284人，回收1,256有效問卷，有效率為97.82%；第二波八年級調查樣本人數回收1,211人，有效問卷1,121人，有效率為92.57%；第三波九年級調查樣本人數為1,073人，回收1,025有效問卷，有效樣本回收率為95.53%。考量使用變項資料的完整性，本研究選取第一波至第三波皆有填答之國中樣本為主要研究對象，共1,025人，其中男生521人(占50.83%)、女生504人(占49.17%)；現居縣市北部352人(占34.34%)、中部390人(占38.05%)、南部283人(占27.61%)；城市地區學生573人(占55.90%)、鄉鎮地區學生452人(占44.10%)。

三、研究工具與變項內涵

本研究以自編之「數學學習調查問卷」為研究工具，內容包括三部分：個人基本資料、數學自我概念量表、數學學業成就量表。個人基本資料與數學自我概念量表皆由學生填答，以學生觀點為取向；另有數學學業成就量表由授課數學教師或導師提供資料，教師評比則敦請各班數學教師填答。

(一)國中數學自我概念量表

數學自我概念量表內容引自Shavelson等(1976)多階層的觀點，意指「一般性自我概念」下之學業自我概念中的數學自我概念，亦即學生對數學學科的期望水準、興趣與滿意度、主動性、喜好度、認同度等知覺之總集合。問卷的原始來源引用Marsh

(1990b) SDQ II量表，SDQ II包括11個分量表共102題，其中3個分量表屬於學業自我概念(academic self-concept)，7個分量表屬於非學業自我概念(non-academic self-concept)，1個分量表為一般自我概念(general self-concept)，該量表經由Marsh授權，並由Wu, Kung與Wey (2008)翻譯修訂成中文版，修訂過程包括：進行中譯、對照社會文化脈絡進行文句修改、內容效度審查、認知訪談、預試、項目分析、因素分析，最後再修正為正式量表題項。依據學科領域特性，再由Kung (2009)針對數學領域編製成適合國中學生數學自我概念的量表，亦即本研究使用的「國中數學自我概念量表」。量表共分為三部分，內容針對數學科目編製一系列相關之陳述句，第一部分與第二部分是SDQ II中的「能力」與「情感」10題；此外，由於自我概念的形成是由社會比較理論而來(Festinger, 1954)，該理論主張人會透過與他人的比較來瞭解自己的能力與態度，因此再加入第三部分「比較」的內涵3題。綜合上述，總量表共13題，第一部分「能力」6題，題目包括：「數學是我最好的學科之一」、「在數學考試上，我的表現不好」等；第二部分「情感」4題，題目包括：「我期待上數學課」、「我討厭數學」等；第三部分「比較」3題，題目包括：「與別人比較我的數學算很不錯的」、「與班上同學比較，我的數學算很不錯的」。量表以Likert scale 6點量尺請學生回答這樣的描述真確與否，分別是「不真確」、「大部分不真確」、「不真確多於真確」、「真確多於不真確」、「大部分真確」及「真確」，分別給予1至6分，反向題目則反向計分，各分量表總分越高，表示數學自我概念越正向，反之則表示自我概念越負向。Kung 指出量表之信效度，經驗證性因素分析後得出 $\chi^2_{(50)} = 516.77$, $p < .05$ ，雖因樣本

數較大而達顯著水準，但其他重要的替代性適配度指標，如CFI = .98、TLI = .97等適配指數皆大於.90以上之標準，RMSEA為.06、CN = 329，亦符合標準，顯示國中數學自我概念量表之構念效度良好；且能力、情感與比較三個分量表與總量表之內部一致性係數Cronbach's α 分別為.85、.83、.93與.93，表示信度亦佳，顯示此量表的理論模式與觀察資料的整體適配度達到理想標準。

(二)國中數學學業成就量表

本研究之「數學學業成就量表」是指國中學生在數學科所達到的精熟程度，共分為兩部分，包括「數學科學期成績」以及「授課教師對學生平時上數學課的表現之評等」，Marsh等(2005)指出以自我概念預測成就表現時，使用學期成績為指標會比標準化測驗的效果要來的強，因為學期成績對學生來說是比較立即且明顯的回饋，同時也較能與自我概念等這類社會認知因素相連結，因此第一部分就以學期成績為代表。第二部分教師評比則是商請參與班級之數學授課教師，以確切的評比標準提供該班每一位學生在數學學科上的總體表現(例如：上課表現、作業表現、平時考試、段考成績等)，採Likert scale 5點量表，分數從1分至5分(1 = 整體表現都很糟糕；2 = 整體表現令人失望，可以再更好；3 = 整體表現中等；4 = 整體表現良好，令人滿意；5 = 整體表現都非常傑出)，數字越高代表學生在數學學科的總體表現越好；加入教師評比此一指標的原因在於有些學生平時表現甚佳但考試卻無法考好，若有多元資料則可以獲致更客觀之數學學習成果。此外，各校學期成績與教師評比可能有標準不一之問題，為了使測量值可以相互比較，本研究將原始分數轉換為T分數，以標準分數來作為相對地位量數的統計量。

四、遺漏值處理

基於追蹤資料容易產生樣本流失而造成資料遺漏的情形，本研究首先使用Little (1988)的完全隨機遺漏(Missing Completely At Random, MCAR)來檢查資料遺漏情形，由於檢定值達顯著($p < .05$)，顯示研究資料並非屬於完全隨機遺漏，因此必須審慎處理遺漏狀況。傳統的成批刪除與成對刪除需遵守較嚴格的假設，無論是損失大量資料，或是產生不穩定的共變異數矩陣，皆會造成結果與模型估計上的問題，而影響研究結果推論的有效性和樣本代表性(Rubin, 1987)，因此本研究選擇Gold與Bentler (2000)建議的完全訊息最大似法(Full Information Maximum Likelihood, FIML)進行遺漏值處理，可直接使用參雜遺漏值的原始資料，軟體會以ML進行參數估計，再接續各項統計分析，此方法除了能以可用的資訊來調整估計值以避免樣本過度流失之外，也可提供較精確的數值。

五、資料處理與分析

本研究利用套裝軟體SPSS for Windows 20.0進行資料處理，並利用結構方程模式套裝軟體Amos 20.0對本研究提出的各項假設進行考驗。首先利用結構方程模式探討國中學生數學自我概念與數學學業成就之相互效果模式，除了檢驗各測量工具之組合信度與平均變異抽取量，並檢驗各個潛在因素之間的理論關係。接續利用潛在平均數分析(latent mean analysis)來檢驗數學自我概念與數學學業成就跨時間性的性別差異與城鄉差距，而進行潛在平均數分析的基本前提是相互效果模式必須符合恆等性的假定，因此先以多樣本分析(multigroup analysis)來檢測建構的假設模型在不同樣本間的恆等性測試(invariance test)，確認跨樣本的縱貫資料分析的穩定性。

上述模式皆是以最大概似法進行估計，模式適配度考驗包含兩種不同的檢驗，一為模式的整體適配度，採用多種適配指標來支持模式的整體適配程度；二為模式內在結構的適配，即分別針對測量模式與結構模式的假設考驗。本研究採用的整體適配度的指標包括卡方考驗(χ^2)、CFI、TLI、RMSEA與critical N等，CFI、TLI的值大於.90以上表示模式是可以被接受的(Schumacker & Lomax, 2015)；Browne與Cudeck (1993)建議RMSEA等於或小於.05時代表「良好適配」，.05到.08之間可視為是「可以接受的適配」；Hoelter (1983)指出critical N大於200即代表具備足夠的樣本數。模式內在結構的適配包括觀察變項的因素負荷量標準化係數要達.40或以上的標準、檢驗測量誤差不可過大、潛在變項之間的方向性必須合乎理論模式的假設、作用大小必須達統計顯著性等。

肆、研究結果與討論

一、研究結果

經由前述文獻與研究工具各項信效度檢驗後，本研究發展出三波次數學自我概念與數學學業成就之關係，藉以驗證本研究所建構模式之有效性、評鑑研究模式的整體適配度，並檢證本研究所提出的相互效果模式，由兩個變項交互影響的係數大小進行強弱比

較，來分析數學自我概念與數學學業成就在發展中的交互影響情形，藉以釐清兩者的因果機制；確立模式後，再進一步探究性別與城鄉在三波次的數學自我概念與數學學業成就之潛在平均數差異。

(一)數學自我概念與數學學業成就相互效果模式之驗證

本研究先對各觀察變項檢驗多元常性之假設，基於Kline (2005)所提出判別變項資料是否為常態分配之標準：偏態係數小於3及峰度係數小於10，結果顯示各觀察變項資料皆符合常態分配，可透過最大概似估計法進行參數估計，以作為後續結構方程模式之分析。此外，各觀察變項的相關係數結果顯示相關係數皆達.05顯著水準以上，意即指標間有一定程度的相關，且各觀察指標之間相關的絕對值亦無太接近1的情況，接續進行整體模式適配度與內在結構適配度的分析。

1. 整體適配度

結構模式之整體適配度各項指標值如表1所示， χ^2 適配指標雖未達可接受的標準，然而 χ^2 考驗對樣本數相當敏感，當樣本愈大， χ^2 愈容易達成顯著，導致模式被拒絕，因此檢視其他的替代性適配度指標，其餘適配度指標皆顯示觀察資料與建構模式的適配良好，CFI、TLI皆大於.90的標準，RMSEA小於.08，CN也大於200，表示支持此結構模式的成立。

表1：假設模式的模式適配度

指標名稱	模式適配度	拒絕或接受模式
χ^2	235.35 ($df=79, p<.001$)	拒絕
CFI	.98	接受
TLI	.96	接受
RMSEA (90% CI)	.073 (.072 ~ .074)	接受
CN	276	接受

資料來源：作者研究成果。

2. 內在結構適配度指標

針對內在結構適配度考驗，本研究參考Bagozzi與Yi (1988)、余民寧(2006)等研究者之建議，利用估計參數顯著性考驗、潛在變項組合信度、潛在變項平均變異抽取量等三方面來評判標準檢驗。如表2所示，此模式之參數估計值均達顯著水準($p < .05$)，顯示符合因素負荷量應達顯著水準之評鑑標準。第一波至第三波的數學自我概念與數學學業成就六個潛在變項的組合信度分別為.87、.90、.88、.90、.89與.84，平均變異抽取量為.70、.74、.72、.81、.80與.72，大致符合Hair, Black, Babin與Anderson (2009)建議

之標準，整體而言，說明本研究模式對於觀察資料有一定的解釋力，在內部品質評鑑方面大致上具有理想的內在品質。

3. 相互效果模式各潛在變項間之效果

圖2為數學自我概念與數學學業成就橫跨不同年級的相互效果模式結果，首先就三波橫斷性的數學自我概念與數學學業成就間的同時係數來看，兩個變項在不同年級的同時相關分別為.23、.20與.22，均達.05的顯著水準，顯示數學自我概念與數學學業成就之間具有顯著的正向關聯。再者，單一變項間的關聯程度在三波次不同年級中相當穩定，七年級至八年級及八年級至九年級學生的數

表2：假設模式的參數(標準化、非標準化)與標準誤估計值

	標準化	非標準化	標準誤	組合信度	平均變異抽取量
數學自我概念(七年級)				.87	.70
能力	.89	1.00 ^a	-		
情感	.66	0.64	.02		
比較	.93	0.74	.02		
數學自我概念(八年級)				.90	.74
能力	.91	1.00 ^a	-		
情感	.72	0.64	.02		
比較	.94	0.80	.02		
數學自我概念(九年級)				.88	.72
能力	.94	1.00 ^a	-		
情感	.63	1.46	.07		
比較	.94	1.70	.08		
數學學業成就(七年級)				.90	.81
學期成績	.89	1.00 ^a	-		
教師評比	.91	0.99	.03		
數學學業成就(八年級)				.89	.80
學期成績	.92	1.00 ^a	-		
教師評比	.87	1.06	.03		
數學學業成就(九年級)				.84	.72
學期成績	.87	1.00	-		
教師評比	.83	0.73	.04		

資料來源：作者研究成果。

註：^a因模式辨識而設定的固定參數1。

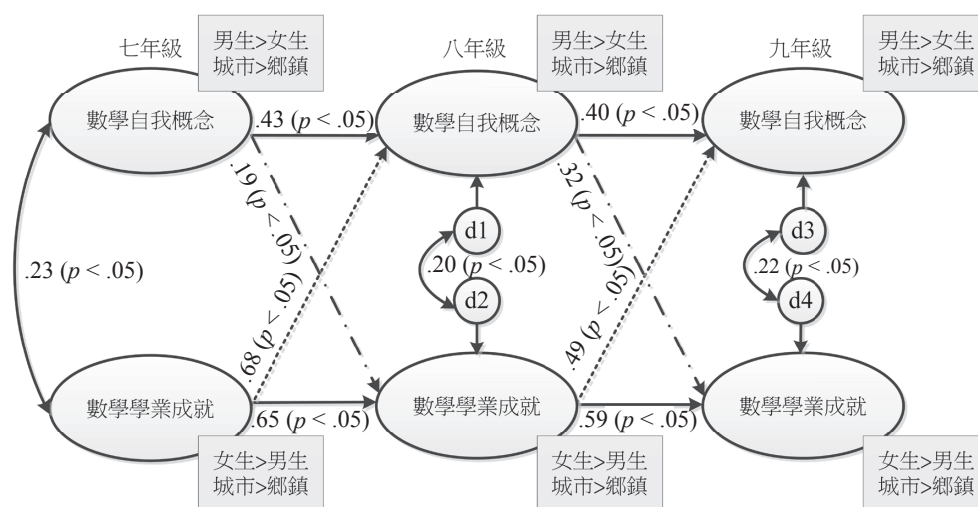


圖2：三波次(七至九年級)數學自我概念與數學學業成就之相互效果模式估計結果

資料來源：作者研究成果。

學自我概念穩定效果分別為.43與.40；數學學業成就穩定效果分別為.65與.59，顯示不論是數學自我概念或是數學學業成就，在三波次間之縱貫效果皆具有相當的穩定度。最後則檢視相互效果模式，就自我顯揚模式而言，七年級的數學自我概念對八年級的數學學業成就，與八年級的數學自我概念對九年級的數學學業成就皆顯示正向的預測力，自我顯揚效果係數分別為.19與.32 ($p < .05$)；就技巧發展模式而言，七年級的數學學業成就對八年級的數學自我概念，與八年級數學學業成就對九年級的數學自我概念也顯示正向的預測力，自我顯揚效果係數分別為.68與.49 ($p < .05$)，綜合上述結果顯示相互效果模式成立，就相互效果係數而言，研究結果指出數學自我概念會與數學學業成就相互影響，但值得注意的是，無論對哪一個波次的各年級而言，技巧發展模式的效果($\gamma = .68$ 、 $\gamma = .49$)皆高於自我顯揚模式的效果($\gamma = .19$ 、 $\gamma = .32$)，意即技巧發展模式的預測力高於自我顯揚模式，因此研究假設1成立。

(二)性別、城鄉在數學領域之潛在平均數分析

本研究以潛在平均數分析來檢驗橫跨不同年級的國中學生之數學自我概念與數學學業成就的性別差異與城鄉差距，由於進行潛在平均數分析的基本前提是相互效果模式必須符合恆等性的假定，因此先以多樣本分析來檢測建構的假設模型在不同樣本間的恆等性測試，確認跨樣本的縱貫資料分析的穩定性之後，再檢驗三波次各個變項的潛在平均數差異。

1. 多樣本分析的性別測量恆等性檢驗

相互效果模式的性別恆等性結果如表3所示，其中模式1為基線模式，不作任何限制；模式2設定因素負荷量相同；模式3設定因素負荷量與結構係數相同；模式4設定因素負荷量、結構係數與結構共變數相同，藉由逐步增列限制條件來進行測量恆等性檢驗。由表3可知基線模式、因素負荷量恆等模式、因素結構係數恆等模式與因素共變數恆等模式在CFI與RMSEA適配指標上皆獲得良好適

配值。進一步檢視表4，發現卡方差異($\Delta\chi^2$)在基線模式與因素負荷量的恆等性檢定上達顯著水準，其餘因素負荷量與因素結構係數、因素結構係數與因素共變數的恆等性檢定上未達顯著水準，但由於 $\Delta\chi^2$ 值容易受到大樣本的影響而達到顯著水準，因此可用 ΔCFI 、 $\Delta RMSEA$ 等替代性指標來檢視，若 ΔCFI 的絕對值小於.02，及 $\Delta RMSEA$ 的絕對值小於.02，即表示模式達到恆等(Fan & Sivo, 2009)，進一步檢視 ΔCFI 與 $\Delta RMSEA$ 的絕對值，發現模式之間的比較皆小於.02，顯示相互效果模式達到恆等性，符合進行潛在平均數的基本假定，因此接續進行性別在三波次數學自我概念與數學學業成就的潛在平均數差異分析。

2. 數學自我概念與數學學業成就之性別潛在平均數差異

在測量恆等性獲得支持後，進一步利用平均數結構(mean structure)分別檢測男生與女生在三波次數學自我概念與數學學業成就的潛在平均數差異，研究採用相對平均數(relative mean)的方法，設定女生群組潛在變項的平均數為0，即可得到男生相較於女生的

相對平均數差異量。如表5及圖2所示，以七年級的數學自我概念為例，設定女生潛在平均數為0，男生的潛在平均數高於女生.50個單位，兩者之間的差距經由 t 考驗後達到顯著水準($p < .05$)，顯示男生與女生在七年級的數學自我概念有顯著差異，且男生的數學自我概念高於女生；類似的情況也出現在八年級與九年級的數學自我概念，性別皆達顯著差異，這些差異也具備小至中度的效果量，顯示男生三波次的數學自我概念在統計上和實質意義上皆高於女生，但男女生數學自我概念的差距隨著年級增加漸趨變小。相對地，在數學學業成就方面，男生與女生的數學學業成就在三波次亦皆達顯著差異，且女生的成就表現高於男生，但這些差異的效果量較小，意指性別在數學學業成就的差異儘管達到統計上的差異，但效果量並不大。大致而言研究假設2成立。

3. 多樣本分析的城鄉測量恆等性檢驗

相互效果模式的城鄉恆等性結果如表6所示，藉由逐步增列限制條件來進行測量恆等性檢驗，由表6可知基線模式、因素負荷量恆等模式、因素結構係數恆等模式與因素共變數恆

表3：假設模式之多樣本分析：性別恆等性各項適配指標

	χ^2	df	CFI	RMSEA
基線模式(模式1)	235.35	79	.980	.073
因素負荷量恆等(模式2)	274.93	70	.977	.074
因素結構係數恆等(模式3)	286.72	62	.976	.074
因素共變數恆等(模式4)	287.03	59	.976	.074

資料來源：作者研究成果。

表4：性別相互效果模式之差異檢驗結果

	$\Delta\chi^2$	Δdf	ΔCFI	$\Delta RMSEA$	拒絕或接受
模式1 vs. 模式2	39.58	9	.003	.001	接受
模式2 vs. 模式3	11.79	8	.001	.000	接受
模式3 vs. 模式4	0.31	3	.000	.000	接受

資料來源：作者研究成果。

表5：性別潛在平均數分析結果

潛在變項	女生群組	男生群組	<i>p</i> 值	效果量
數學自我概念(七年級)	.00	0.50	< .05	0.52
數學自我概念(八年級)	.00	0.34	< .05	0.45
數學自我概念(九年級)	.00	0.19	< .05	0.27
數學學業成就(七年級)	.00	-1.09	< .05	0.01
數學學業成就(八年級)	.00	-1.24	< .05	0.01
數學學業成就(九年級)	.00	-0.99	< .05	0.03

資料來源：作者研究成果。

註：女生群組的潛在平均數為參考群組，設定為0。

等模式在CFI與RMSEA適配指標上皆獲得良好適配值。進一步檢視表7，顯示相互效果模式達到恆等性，符合進行潛在平均數的基本假定，因此接續進行城鄉在三波次數學自我概念與數學學業成就的潛在平均數差異分析。

4. 數學自我概念與數學學業成就之城鄉潛在平均數差距

在測量恆等性獲得支持後，進一步利用平均數結構檢測城市地區與鄉鎮地區學生在三波次數學自我概念與數學學業成就的潛在平均數差異，將城市地區學生的潛在變項平

均數設定為0，即可得到鄉鎮地區學生的相對平均數差異量。如表8及圖2所示，以七年級的數學自我概念為例，鄉鎮地區學生的潛在平均數低於城市地區學生.22個單位，兩者之間的差距經由*t*考驗後達到顯著水準($p < .05$)，顯示城鄉地區學生的數學自我概念有顯著差異，且城市地區學生的數學自我概念高於鄉鎮地區學生；類似的情況也出現在三波次的各個潛在變項，不論是數學自我概念或是數學學業成就，結果皆發現城鄉差距，鄉鎮地區學生的數學自我概念與成就都低於城市地區學生，這些差異也呈現小至中度的效

表6：假設模式之多樣本分析：城鄉恆等性

	χ^2	<i>df</i>	CFI	RMSEA
基線模式(模式1)	245.11	79	.979	.059
因素負荷量恆等(模式2)	271.58	70	.977	.058
因素結構係數恆等(模式3)	280.02	62	.976	.058
因素共變數恆等(模式4)	280.63	59	.976	.057

資料來源：作者研究成果。

表7：城鄉相互效果模式之差異檢驗結果

	$\Delta\chi^2$	Δdf	ΔCFI	$\Delta RMSEA$	拒絕或接受
模式1 vs. 模式2	26.48	9	.002	.001	接受
模式2 vs. 模式3	8.44	8	.001	.000	接受
模式3 vs. 模式4	0.61	3	.000	.001	接受

資料來源：作者研究成果。

表8：城鄉潛在平均數分析結果

潛在變項	城市地區	鄉鎮地區	<i>p</i> 值	效果量
數學自我概念(七年級)	.00	-.22	< .05	0.29
數學自我概念(八年級)	.00	-.36	< .05	0.30
數學自我概念(九年級)	.00	-.48	< .05	0.43
數學學業成就(七年級)	.00	-.27	< .05	0.36
數學學業成就(八年級)	.00	-.26	< .05	0.34
數學學業成就(九年級)	.00	-.30	< .05	0.53

資料來源：作者研究成果。

註：城市地區的潛在平均數為參考群組，設定為0。

果量，且差距隨著年級增加漸趨變大，因此研究假設3成立。

二、綜合討論

儘管性別與城鄉議題在數學學科的縱貫效果值得討論，但臺灣在相關議題上累積的實徵研究仍相當有限。本研究以發展的觀點追蹤臺灣國中學生數學自我概念與數學學業成就來評估因素間之相互效果關係，試圖找出影響學生數學表現的關鍵因素；同時考量多元文化脈絡的性別與城鄉變項，進一步探究橫跨不同年級男生與女生、城市與鄉鎮學生的數學自我概念與數學學業成就之差異性，具體而言，本研究以縱貫觀點剖析臺灣國中學生數學自我概念與數學學業成就三波次跨時間點的性別差異與城鄉差距，茲針對本研究結果進行討論如下。

(一)數學自我概念與數學學業成就具相互影響效果，技巧發展模式之預測力高於自我顯揚模式

本研究發現藉由每一波次橫斷性的資料顯示，數學自我概念與數學學業成就間的同時係數皆達顯著水準，顯示數學自我概念與數學學業成就之間有顯著的正向關聯，具有相當穩定的共變關係，此結果與過去研究

(Ganley & Lubienski, 2016; Marsh et al., 2005; Marsh & Yeung, 1997)相符，顯示臺灣國中學生的數學自我概念愈高，在學業上的表現也愈好；而良好的數學學業表現亦會增強正向的自我概念。再者，本研究也證實三波次的縱貫資料支持數學自我概念與學業成就的相互效果模式，亦即前期的數學自我概念能預測後期的數學學業成就，前期的數學學業成就也能預測後期的數學自我概念，確認了臺灣學生國中階段的數學自我概念與數學學業成就的因果關係，這些研究發現與先前文獻十分一致(Marsh & Martin, 2011; Marsh et al.; Pinxten et al., 2014)，皆指出國中階段相互效果模式的成立，顯見以縱貫研究設計來檢驗相互效果模式在臺灣國中學生數學領域上的學習確有其適用性，也可藉由此模式的建立尋求適當的教育介入方式來協助學生的數學學習，例如：以自我顯揚模式的觀點可以在數學教育情境上提供增強自我知覺的介入計畫，強化其數學自我概念，可視為提高數學學習成就之可行辦法；而以技巧發展模式的觀點則可利用較好的數學學業表現與技巧來增進學生的數學自我概念、自信與興趣，因此提高學生數學表現或培養其解題策略甚為重要。

研究也發現對不同波段的各年級而言，

技巧發展模式的預測力都高於自我顯揚模式，波次間皆呈現類似的情形，顯見具體可見的數學成績表現對學生的確有直接的效益，因此在教學現場如何將成就表現具體化，對教師而言會是具有挑戰性但值得嘗試的課題。此外，一個有趣的發現是比較七年級至八年級與八年級至九年級的自我顯揚模式係數，是隨著不同波段而呈現上升的趨勢；相對地，比較七年級至八年級與八年級至九年級的技巧發展模式係數，卻是隨著不同波段而呈現下降的趨勢，換言之，學生的數學自我概念所產生的效果隨著年級提升，而受到數學表現的影響卻隨著年級略有下降。推究其因，這樣的發現其實十分能呼應發展心理學中如何形塑自我概念的相關理論(Shaffer & Kipp, 2014)，以發展的觀點視之，學生從國小階段進入國中後由於進入新環境，會經歷一段自我概念尚未能完整建立或甚至稍微減弱的時期，但隨著在國中學齡階段逐漸熟悉環境，與教師、同儕的良性互動會使國中學生的學業自我概念逐漸建立地比較穩固，因此解釋了自我顯揚模式係數隨著年齡成長而呈現上升的趨勢；但相對地，學業表現仍舊是一個非常直接的信心來源，若學生在數學課業上表現良好，這種具體可見的表現仍然可以增強個體在數學上的自我知覺與信心，因此技巧發展模式係數也還是能發揮相當程度的影響力，兩者之間的關係依然會相互影響，應證了本研究所檢驗的相互效果模式之成立。

(二)男生具有較高的數學自我概念，且達中度效果量；女生具有較佳的數學成就表現，惟效果量不大

本研究首先確認了相互效果模式之測量恆等性後再進行潛在平均數的性別差異分析，亦即將男生與女生放在同一基準點進行

比較，這種作法也比傳統的統計考驗提供了更精確的估計。研究結果發現學生的數學自我概念與數學學業成就在三波次皆達到性別的差異，但差異的狀況正好相反，男生具有較為正向的數學自我概念，但女生卻有較佳的數學學業成就，這個結果與Abu-Hilal等(2014)的研究發現非常類似。進一步分析橫跨不同年級的數學自我概念，研究結果顯示從七年級至九年級，女生相對於男生在數學上是較缺乏正向知覺與自信，與過去的文獻頗為一致(吳春慧，2010；Rinn et al., 2013)；至於橫跨不同年級的數學學業成就，女生在數學表現上優於男生，也呼應過去的部分研究(Abu-Hilal et al.; Ajai & Imoko, 2015; Mullis et al., 2012)，但儘管達到顯著，因為效果量較小而顯示差異不大；事實上從TIMSS歷年的研究結果也可以看出類似的趨勢，TIMSS 2015的調查報告(Mullis, Martin, Foy, & Hooper, 2016)指出臺灣八年級學生除了TIMSS 1999男生的數學成績高於女生4分與TIMSS 2015同分之外，歷次的數學成績女生皆高於男生，但是差距都不大，僅有1~7分的差距性，這樣的結果與本研究是十分相似的。值得注意的是本研究也發現臺灣國中男生、女生數學自我概念隨著年級漸增而差距漸趨變小，這樣的結果亦類似於Guo等(2015)的研究發現，他們提出當男生、女生的數學自我概念差距漸小，小至有著相似程度的數學自我概念時，女生會傾向有較高的數學學業成就，與本研究結果甚為相符。然而本研究的研究結果與Sáinz與Eccles (2012)指出男生的數學自我概念不但比女生高，女生還會隨著時間的變化更為降低，男生則是隨之提升的研究結果不一致，這可能是因為該研究是以高中學生為研究對象，涉及國高中數學學科內容的難度而影響了女生對數學的評估，且該研究也僅有兩波次的設計，不容易看出更為長期的趨勢。

針對本研究之結果，可以推論臺灣倡導性別平等教育多年，在教育現場許多教師極為努力地積極致力於提升女生在數學學習上的動機與自信，因此儘管在數學自我概念的性別差異仍然存在，但根據本研究的發現，這樣的差距是隨著時間的變化而漸趨縮小，此種結果所呈現的意涵在教學現場是十分有意義的，特別是針對女生而言，若能克服傳統的性別刻板印象，將其自我概念提升至與男生相當，使其對自我在數學有良好的期許與看法，將有助於數學表現的提升，甚至是未來生涯與職涯的選擇。因此本研究認為培養對數學的正向自我知覺有其重要性，進一步呼應至上述的相互效果模式，可知不論是男生或女生，都可從提升正向的數學自我概念獲益，可見情意層面的數學自我概念對成就的影響不容小覷。

(三)數學自我概念與數學學業成就之城鄉差距不容忽視

研究結果發現學生的數學自我概念與數學學業成就在三波次皆達到城鄉的差異，且皆為城市地區的學生高於鄉鎮地區，城市地區的學生具有較為正向的數學自我概念與較佳的數學學業成就。以數學學業成就而言，這個結果與過去許多研究發現非常類似(張芳全, 2008; Alordiah et al., 2015; Butt & Dogar, 2014; Sirin, 2005)，皆顯示比起居住在鄉村及偏遠地區的學生，居住於城市及都會區的學生之數學表現較佳。以數學自我概念而言，過去少有研究針對自我概念的城鄉差距進行比較，僅有Dramanu與Balarabe (2013)的研究指出城市學生的學業自我概念顯著地高於鄉鎮的學生，但並非聚焦在數學學科，因此本研究的發現可視為延伸學業自我概念至數學自我概念，顯示國中學生數學自我概念之城鄉差距確實存在，不容輕忽這樣的差異性。

進一步分析橫跨不同年級的城鄉差距，不論是數學自我概念或是數學學業成就，結果顯示從七年級至九年級，不論是潛在平均數的差異或是效果量的差距大致都是漸趨加大，綜觀過去研究少有以縱貫性研究設計來探究學生跨時間性的城鄉差距，大多是以橫斷性資料來探討，因此本研究證實，城鄉的差距的確會隨著時間的變化而在數學自我概念與數學學業成就上產生不同。推究其因，本研究認為過去的論述都僅著重在教育資源分配不均所帶來的影響，但卻忽略了最大主因可能是與學生自己學習動機強弱及自我知覺有關，進一步呼應本研究證實的相互效果模式，對於身處不同地區的學生而言，自身對數學學科的知覺與信念的確是造成學業成就高低的關鍵因素，因此在鄉鎮地區的學生因為受到較少環境的刺激，使得其一開始的自我概念就比城市地區學生低，而自我知覺不斷地每況愈下，進而造成自我概念與成就的城鄉差距隨著年級變大會更加明顯，本研究以實徵結果之證據充分地支持這樣的論點，顯見應積極重視數學學科的城鄉差距，否則這樣的差距可能會愈加擴大，對於鄉鎮地區的學生在數學自我概念與成就是極為不利的。

綜合上述，儘管許多國外研究已經檢驗了數學自我概念與數學學業成就的相互效果模式，但國內此類的縱貫性設計卻並不多見，且針對性別與城鄉在這些關係上的潛在平均數差異研究更是付之闕如。基於TIMSS 2011的結果指出性別與數學表現的關係在不同國家的差異性，本研究認為臺灣學生在國際評比的數學排名雖然領先，但學習數學自信卻低於國際平均的狀況之下，性別在這些變項上的表現值得進一步探究；此外，學生數學學科的城鄉差距現象由來已久，也需要更多的實徵研究來探討城鄉在這些變項上的

差距。具體而言，本研究合理推論臺灣國中學生的數學自我概念與數學學業成就具有因果關係，研究也發現國中學生之數學自我概念與數學學業成就的性別差異與城鄉差距。

伍、結論與建議

本研究以臺灣地區國中學生為研究樣本進行分析，以結構方程模式驗證數學自我概念與數學學業成就之縱貫性關係，並以潛在平均數明確找出從國一階段就產生的不同性別與城鄉地區在數學自我概念與數學學業成就的跨時間差異性。在回顧相關文獻後，以相互效果模式之理論形成本研究之假設模式，研究之獨特性首先在於對數學領域的自我概念進行完整的探究，不但提供學生在數學學科的自我知覺情形等資訊，也可明確地找出可能的連結來進行介入；再者，研究以三波次的縱貫設計蒐集臺灣國中生的資料與分析，由於每一波次皆間隔至少一年，因此使用此種長期縱貫研究設計所得到的資料，能充分探究數學自我概念與數學學業成就兩者之間的因果關係；最後，研究也針對性別與城鄉的多元議題探討學生學習特質的長期追蹤分析，在臺灣人口的組成逐漸多元化之際，不同文化背景的學生均是數學教室的一份子，本研究之發現正可以促發教育工作者思考學生的多樣性與差異性，進而使用不同的教材教法來培養未來創新多元的數學人才。茲將結論與建議說明如下。

一、結論

(一)臺灣國中學生的相互效果模式獲得支持

本研究的三波次相互效果模式獲得支持，數學自我概念與數學學業成就相互影響，具有因果關係。研究結果不但證實正向

的自我概念可以顯著地預測之後的學業成就(自我顯揚模式)，亦得知良好的學業成就可以增強後期的正向自我概念(技巧發展模式)；且技巧發展模式之效果皆高於自我顯揚模式之效果。

(二)國中學生的數學自我概念與數學學業成就具有跨時間性的性別差異

本研究藉由潛在平均數差異之分析發現國中學生的數學自我概念與數學學業成就具有跨時間性的性別差異，但差異情況不同。男生在三波次的數學自我概念皆顯著地高於女生，但男女生數學自我概念的差距隨著年級增加漸趨變小；相對地，男生與女生的數學學業成就在三波次亦皆達顯著差異，且女生的成就表現顯著地高於男生。

(三)國中學生的數學自我概念與數學學業成就具有跨時間性的城鄉差距

本研究藉由潛在平均數差異之分析發現國中學生的數學自我概念與數學學業成就具有跨時間性的城鄉差距，且差異情況十分一致，結果顯示城市地區學生在三波次的數學自我概念與數學學業成就皆顯著地高於鄉鎮地區學生，呈現橫跨不同年級的城鄉差距，且差距隨著年級增加漸趨變大。

二、建議

(一)配合學習者的發展階段，以相互效果觀點設計多元介入方案以提升學生的數學自我概念與成就表現

本研究明確彰顯出相互效果模式對國中學生的價值與實用性，研究發現數學自我概念與數學學業成就不僅僅是單向影響，而是交互影響，透過這些相互效果，培養學生正向積極的數學自我概念與增強學生數學學習成功經驗應該是相輔相成的，特別

是考量不同發展階段的學生其自我概念形塑的變化性，設計多元的介入方案以應用在不同的時間點是必須考慮的方向，若能再適時輔以學習數學的成功經驗，將可收事半功倍之效。對初入國中的學生而言，由於其自我概念尚未發展地十分完整，要直到青少年後期，數學自我概念的穩定性方能超過了學業成就的影響，因此時值國中的發展階段，而形成數學自我概念又是來自於多元環境的交互作用，因此本研究建議學校教師及家長可多關心學生的心理狀態，避免學生因一時的挫折而影響其自我的肯定與信心，教師在數學教學上，除了單一講述與計算的教學方式，應運用多元的數學教學策略，例如：輔以教具、活動、遊戲等資訊科技融入方式進行數學教學，也應善用動機激發策略，例如：ARCS (Attention, Relevance, Confidence, Satisfaction) 模式，方能提升學生對數學學習的興趣及信心；而家長若發現學生在數學學習上遭遇挫折，也可進一步對學生進行心理建設，強化其數學學習的動機與信心。相對地，研究也發現對學生而言，國中階段的數學良好表現扮演著極為重要的角色，顯見學習數學的成功經驗對於學生數學自我概念建構之關鍵性，因此教師應於課堂中多製造學生數學學習成功的機會，例如：當數學試題不難時，給予學生上臺演算數學的機會以獲得獎勵；以多元評量方式來評定學生數學學業成就，不以單一紙筆測驗成績來評判學生數學能力等。在自我顯揚與技巧發展之效果相輔相成下，必能強化相互效果之數學學習成效。

(二) 破除性別刻板印象，建構以性別平等為本位的數學學習課程來提升女生數學自我概念

本研究發現國中學生的數學自我概念具

有跨時間性的性別差異，男生在三波次的數學自我概念皆顯著地高於女生，但差距隨著年級增加漸趨變小，顯見女生雖然在初期的自我概念較為低落，但仍有提升的可能性。事實上自我概念的形塑與環境因素甚為相關，是藉由與他人的比較而發展出對自我能力的觀感與知覺，這其中可能就涉及了學校教師對於男生與女生的期待和社會文化刻板印象，若教師在教學的過程中欠缺性別平等的觀念，認為女生在數學學習上較不擅長，在此種直接或間接強化學生性別刻板印象的效應之下，就容易造成女生對數學沒有自信與興趣，甚至認為自己缺乏對數學的興趣及價值感，但國中階段正是可以積極培養學生數學學習信心的時間點，因此本研究建議教師可以建構以性別平等為本位的數學學習課程，給予女生機會建立正向的數學自我概念，配合課程設計融入性別平等的概念，依據數學學科特性選擇主題，規劃出具有主題性與創意性的數學教育課程內容，例如：安排實際案例介紹(如傑出女性數理楷模等)，營造能吸引女生對數理好奇的班級風氣，藉由他人正向的回饋與評價強化女生的數學自信與知覺、善用教學技巧扭轉社會對女生就是不擅長數學的刻板印象等。此外，在這些課程融入過程中，也必須同時兼顧不同性別學生之需求，藉由呈現與性別刻板印象相關的數學題材，激發不同性別學生相互討論，鼓勵學生主動思考、批判，教導學生數理能力不分性別皆可被改善，藉以促進男生與女生對數學學習的認知，建立在數學學習上性別平等的觀念，進而共同提升學生對於數學領域的興趣。

(三)結合資訊科技提供鄉鎮地區學校的學生更多數學學習資源，以拉近城鄉差距

本研究發現城市地區學生在三波次的數學自我概念與數學學業成就皆顯著地高於鄉鎮地區學生，且差距隨著年級增加漸趨變大。本研究建議為提升鄉鎮地區學生的數學自我概念與數學學業成就，政府應給予鄉鎮地區學校更多數學學習資源，例如：給予額外經費使學校能購置相關設備及書籍，延聘數學輔導團結合該地區數學教師形成教師教學社群，聘請數學輔導教師為數學低成就學生進行額外的課後輔導等。此外，現今國中學生的資訊來源大多來自於大眾傳媒等資訊科技，應積極利用這些資源來強化數學知識的推廣，學校可以積極讓資訊科技成為數學教育資源的一部分，例如學校可以善用線上學習中心，依照學生不同程度給予符合其程度的試題，協助鄉鎮地區學生先建立數學自信；再進一步為學生設立不同的數學專區，提供各種與數學相關的新聞報導和背景資料連結，藉以提升學生的學習興趣；或結合線上資源，舉辦數學小關卡及網頁製作競賽等活動，不但能提升學生對數學知識的理解，也能增強學生正向的數學學習態度。

(四)未來可嘗試運用潛在改變模式以描繪個別與群體的變項改變情形

由於相互效果模式的重點主要是在考量

兩個變項間交互影響的因果關係，而本研究的確也確認了數學自我概念與數學學業成就的相互效果模式，藉以證實兩變項的確具有相互影響之因果關係，但隨著時間的改變，如果關注的是縱貫性資料中同一樣本的數學自我概念與數學學業成就因為間隔一段時間所造成之改變情形，例如可能會隨之變強、變弱或不顯著地改變，或是有其他變項的作用(例如：性別、城鄉等背景變項)而影響到這個變化，抑或是著眼於追蹤個體或團體之間隨時間改變的差異性和相似性，此部分是無法單純地從相互效果模式中得知，較適切的方法則是利用潛在改變模式(Latent Change Model, LCM)來一窺究竟，LCM可將斜率與截距同時納入模式考量，解決斜率改變量不同所造成的變化情形，因此本研究建議未來可進一步探究國中學生數學學習成長軌跡的改變情形，將能更深入瞭解這些變項改變的樣貌，強化數學教育研究的豐富度。

誌謝

本研究為科技部專題研究計畫(NSC 98-2511-S-018-002-M、NSC 99-2511-S-018-014)之部分成果，研究者感謝科技部經費補助；也感謝《科學教育學刊》主編與相關人員及兩位匿名審查委員對本研究所提供之寶貴意見；最後向本研究團隊成員，及所有的研究參與者致上謝意。

參考文獻

1. 余民寧(2006)。潛在變項模式：SIMPLIS的應用。臺北市：高等教育文化。
2. 吳春慧(2010)。數學和科學領域I/E模式的探討：跨性別之研究。屏東教育大學學報—教育類，34，67-82。
3. 巫博瀚、陸偉明(2010)。延宕交叉相關與二階層線性成長模式在臺灣青少年自尊的發現。測驗學刊，57(4)，541-565。

4. 李俊豪(2010)。解釋學生基測成績差異之個人因素與地區因素。《地理學報》，**60**，67-102。
5. 邱嘉品(2016)。縮小城鄉教育差距之建議與成功案例。《臺灣教育評論月刊》，**5**(2)，38-42。
6. 張芳全(2008)。數學成就的城鄉差距探討：以TIMSS 2003為例。《國民教育》，**48**(6)，22-29。
7. 張美瑤(2009)。多元文化教育改革之省思。《正修通識教育學報》，**6**，321-340。
8. 教育部統計處(2016)。《教育統計查詢網》。查詢日期：2016年12月15日，檢自<https://stats.moe.gov.tw/>
9. 莊勝義(2009)。從多元文化觀點省思「弱勢者」的教育「問題」與「對策」。《教育與多元文化研究》，**12**(1)，17-56。
10. 陳吉仲、郭曉怡、李佩倫(2007)。影響國中基本學力測驗分數的因素之分析。《教育政策論壇》，**10**(4)，119-142。
11. 黃志偉(2002)。多元文化對數學課程的衝擊——民族數學的剝奪與回歸。《師友》，**415**，38-41。
12. Abu-Hilal, M. M., Abdelfattah, F. A., Shumrani, S. A., Dodeen, H., Abduljabber, A. S., & Marsh, H. W. (2014). Mathematics and science achievements predicted by self-concept and subject value among 8th grade Saudi students: Invariance across gender. *International Perspectives in Psychology: Research, Practice, Consultation*, **3**(4), 268-283.
13. Ajai, J. T., & Imoko, B. I. (2015). Gender differences in mathematics achievement and retention scores: A case of problem-based learning method. *International Journal of Research in Education and Science*, **1**(1), 45-50.
14. Alordiah, C. O., Akpadaka, G., & Oviogbodu, C. O. (2015). The influence of gender, school location and socio-economic status on students' academic achievement in mathematics. *Journal of Education and Practice*, **6**(17), 130-136.
15. Archambault, I., Eccles, J. S., & Vida, M. N. (2010). Ability self-concepts and subjective value in literacy: Joint trajectories from grades 1 through 12. *Journal of Educational Psychology*, **102**(4), 804-816.
16. Bagozzi, R. P., & Yi, Y. (1988). On the evaluation of structural equation models. *Journal of the Academy of Marketing Science*, **16**(1), 74-94.
17. Bassey, S. W., Joshua, M. T., & Asim, A. E. (2011). Gender differences and mathematics achievement of rural senior secondary students in Cross River State, Nigeria. *Mathematics Connection*, **10**, 56-60.
18. Beaton, A. E., Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Gonzalez, E. J., Kelly, D. L., & Smith, T. A. (1996). *Mathematics achievement in the middle school years: IEA's third international mathematics and science study (TIMSS)*. Chestnut Hill, MA: TIMSS International Study Center.
19. Browne, M. W., & Cudeck, R. (1993). Alternative ways of assessing model fit. In K. A. Bollen & J. S. Long (Eds.), *Testing structural equation models* (pp. 136-162). Newbury Park, CA: Sage.
20. Butt, I. H., & Dogar, A. H. (2014). Gender disparity in mathematics achievement among the rural

- and urban high school students in Pakistan. *Pakistan Journal of Social Sciences*, 34(1), 93-100.
21. Calsyn, R. J., & Kenny, D. A. (1977). Self-concept of ability and perceived evaluation of others: Cause or effect of academic achievement? *Journal of Educational Psychology*, 69(2), 136-145.
 22. Cvencek, D., Kapur, M., & Meltzoff, A. N. (2015). Math achievement, stereotypes, and math self-concepts among elementary-school students in Singapore. *Learning and Instruction*, 39, 1-10.
 23. Cvencek, D., Meltzoff, A. N., & Greenwald, A. G. (2011). Math-gender stereotypes in elementary school children. *Child Development*, 82(3), 766-779.
 24. Dare, E. A., & Roehrig, G. H. (2016). "If I had to do it, then I would": Understanding early middle school students' perceptions of physics and physics-related careers by gender. *Physical Review Physics Education Research*, 12(2), 1-11.
 25. Dramanu, B. Y., & Balarabe, M. (2013). Relationship between academic self-concept and academic performance of junior high school students in Ghana. *European Scientific Journal*, 9(34), 93-104.
 26. Durik, A. M., Vida, M., & Eccles, J. S. (2006). Task values and ability beliefs as predictors of high school literacy choices: A developmental analysis. *Journal of Educational Psychology*, 98(2), 382-393.
 27. Fan, X., & Sivo, S. A. (2009). Using Δ Goodness-of-Fit indexes in assessing mean structure invariance. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal*, 16(1), 54-69.
 28. Festinger, L. (1954). A theory of social comparison processes. *Human Relations*, 7, 117-140.
 29. Ganley, C. M., & Lubienski, S. T. (2016). Mathematics confidence, interest, and performance: Examining gender patterns and reciprocal relations. *Learning and Individual Differences*, 47, 182-193.
 30. Gold, M. S., & Bentler, P. M. (2000). Treatments of missing data: A Monte Carlo comparison of RBHDI, iterative stochastic regression imputation, and expectation-maximization. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal*, 7(3), 319-355.
 31. Goldman, A. D., & Penner, A. M. (2016). Exploring international gender differences in mathematics self-concept. *International Journal of Adolescence and Youth*, 21(4), 403-418.
 32. Guo, J., Marsh, H. W., Parker, P. D., Morin, A. J. S., & Yeung, A. S. (2015). Expectancy-value in mathematics, gender and socioeconomic background as predictors of achievement and aspirations: A multi-cohort study. *Learning and Individual Differences*, 37, 161-168.
 33. Hair, J. F., Black, W. C., Babin, B. J., & Anderson, R. E. (2009). *Multivariate data analysis* (7th ed.). Upper Saddle River, NJ: Prentice-Hall.
 34. Hoelter, J. W. (1983). The analysis of covariance structures: Goodness-of-fit indices. *Sociological Methods & Research*, 11(3), 325-344.
 35. Hoge, D. R., Smit, E. K., & Crist, J. T. (1995). Reciprocal effects of self-concept and academic achievement in sixth and seventh grade. *Journal of Youth and Adolescence*, 24(3), 295-314.

36. Kline, R. B. (2005). *Principles and practice of structural equation modeling* (2nd ed.). New York: The Guilford Press.
37. Kung, H.-Y. (2009). Perception or confidence? Self-concept, self-efficacy and achievement in mathematics: A longitudinal study. *Policy Futures in Education*, 7(4), 387-398.
38. Leung, F. K. S. (2002). Behind the high achievement of East Asian students. *Educational Research and Evaluation: An International Journal on Theory and Practice*, 8(1), 87-108.
39. Li, Q. (2007). Mathematics, science, and technology in secondary schools: Do gender and region make a difference? *Canadian Journal of Learning and Technology*, 33(1), 41-57.
40. Little, R. J. A. (1998). A test of missing completely at random for multivariate data with missing values. *Journal of the American Statistical Association*, 83(404), 1198-1202.
41. Marsh, H. W. (1990a). Causal ordering of academic self-concept and academic achievement: A multiwave, longitudinal panel analysis. *Journal of Educational Psychology*, 82(4), 646-656.
42. Marsh, H. W. (1990b). *SDQ II manual: Self-description questionnaire II*. Campbelltown, Australia: University of Western Sydney.
43. Marsh, H. W., Byrne, B. M., & Shavelson, R. J. (1988). A multifaceted academic self-concept: Its hierarchical structure and its relation to academic achievement. *Journal of Educational Psychology*, 80(3), 366-380.
44. Marsh, H. W., & Craven, R. G. (2006). Reciprocal effects of self-concept and performance from a multidimensional perspective: Beyond seductive pleasure and unidimensional perspectives. *Perspectives on Psychological Science*, 1(2), 133-163.
45. Marsh, H. W., & Martin, A. J. (2011). Academic self-concept and academic achievement: Relations and causal ordering. *British Journal of Educational Psychology*, 81(1), 59-77.
46. Marsh, H. W., Trautwein, U., Lüdtke, O., Köller, O., & Baumert, J. (2005). Academic self-concept, interest, grades, and standardized test scores: Reciprocal effects models of causal ordering. *Child Development*, 76(2), 397-416.
47. Marsh, H. W., & Yeung, A. S. (1997). Causal effects of academic self-concept on academic achievement: Structural equation models of longitudinal data. *Journal of Educational Psychology*, 89(1), 41-54.
48. Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Foy, P., & Arora, A. (2012). *TIMSS 2011 international results in mathematics*. Chestnut Hill, MA: TIMSS & PIRLS International Study Center.
49. Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Foy, P., & Hooper, M. (2016). *TIMSS 2015 international results in mathematics*. Retrieved September 17, 2016, from <http://timssandpirls.bc.edu/timss2015/international-results/timss-2015/mathematics/student-achievement/>
50. Pinxten, M., Marsh, H. W., De Fraine, B., Van Den Noortgate, W., & Van Damme, J. (2014). Enjoying mathematics or feeling competent in mathematics? Reciprocal effects on mathematics achievement and perceived math effort expenditure. *British Journal of Educational Psychology*

chology, 84(1), 152-174.

51. Retelsdorf, J., Schwartz, K., & Asbrock, F. (2015). "Michael can't read!" Teachers' gender stereotypes and boys' reading self-concept. *Journal of Educational Psychology*, 107(1), 186-194.
52. Rinn, A. N., Miner, K., & Taylor, A. B. (2013). Family context predictors of math self-concept among undergraduate STEM majors: An analysis of gender differences. *Journal of the Scholarship of Teaching and Learning*, 13(2), 116-132.
53. Rubin, D. B. (1987). *Multiple imputation for nonresponse in surveys*. New York: Wiley.
54. Sáinz, M., & Eccles, J. (2012). Self-concept of computer and math ability: Gender implications across time and within ICT studies. *Journal of Vocational Behavior*, 80(2), 486-499.
55. Sáinz, M., & Upadaya, K. (2016). Accuracy and bias in Spanish secondary school students' self-concept of math ability: The influence of gender and parental educational level. *International Journal of Educational Research*, 77, 26-36.
56. Schumacker, R. E., & Lomax, R. G. (2015). *A beginner's guide to structural equation modeling* (4th ed.). London: Routledge.
57. Shaffer, D. R., & Kipp, K. (2014). *Developmental psychology: Childhood and adolescence* (9th ed). Belmont, CA: Wadsworth Cengage Learning.
58. Shavelson, R. J., Hubner, J. J., & Stanton, G. C. (1976). Self-concept: Validation of construct interpretations. *Review of Educational Research*, 46(3), 407-441.
59. Shen, C. (2005). How American middle schools differ from schools of five Asian countries: Based on cross-national data from TIMSS 1999. *Educational Research and Evaluation*, 11(2), 179-199.
60. Sirin, S. R. (2005). Socioeconomic status and academic achievement: A meta-analytic review of research. *Review of Educational Research*, 75(3), 417-453.
61. Skaalvik, E. M., & Valås, H. (1999). Relations among achievement, self-concept, and motivation in mathematics and language arts: A longitudinal study. *The Journal of Experimental Education*, 67(2), 135-149.
62. Wu, P.-C., Kung, H.-Y., & Wey, S.-C. (2008, October). *Construct validation of the Chinese version of self-description questionnaire*. Paper presented at the 47th Taiwanese Psychological Association Meeting, Taipei, Taiwan.

The Longitudinal Reciprocal Effects Model of Junior High School Students' Mathematics Self-Concept and Mathematics Achievement: The Perspectives of Gender and Urban/Rural Differences

Hsin-Yi Kung^{1,*} and Ching-Yi Lee²

¹Graduate Institute of Education, National Changhua University of Education

²Center for Teaching and Learning Resource, Feng Chia University

Abstract

This study drew on the multidimensional-multifaceted theory of self-concept to examine the relations between mathematics self-concept and mathematics achievement with a three-wave longitudinal design. Using the multicultural perspectives, the study also investigated the gender and urban/rural differences on mathematics self-concept and mathematics achievement over time. Utilizing structural equation modeling, 1,025 junior high school students participated in the three-wave longitudinal study. The results revealed that: 1. A reciprocal effects model between mathematics self-concept and mathematics achievement was proposed and indicated a reasonable goodness-of-fit. 2. There were significant gender differences on mathematics self-concept and mathematics achievement over time. While boys tended to have higher mathematics self-concept, girls tended to have higher mathematics achievement. 3. Student's mathematics self-concept and mathematics achievement had urban/rural differences over time. Urban students tended to have higher mathematics self-concept and mathematics achievement than their rural counterparts. Implications and suggestions were discussed and provided to enhance students' mathematics learning.

Key words: Gender Difference, Reciprocal Effects Model, Urban/Rural Difference, Mathematics Self-Concept, Mathematics Achievement

* Corresponding author: Hsin-Yi Kung, hykung@cc.ncue.edu.tw